



# UNIVERSITÀ DI PAVIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA

Influenza dei ponti sull'accuratezza della previsione delle piene del Ticino tra Bereguardo e il Ponte della Becca per analisi di sicurezza e protezione della zona golenale urbana di Pavia

**Candidato:** Alessandro Vento

**Relatori:** Prof. Sauro Manenti, Prof.ssa Sara Todeschini

**Correlatori:** Ing. A. Cappato, Dott.ssa E. Redaelli

A.A 2024/2025



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Cenni di idraulica</b>	<b>13</b>
2.1	Classificazione delle correnti . . . . .	13
2.2	Equazioni del moto . . . . .	16
2.2.1	Equazione di conservazione della massa . . . . .	16
2.2.2	Equazione di conservazione della quantità di moto . . . . .	17
2.3	Moto uniforme . . . . .	18
2.4	Energia specifica . . . . .	20
2.5	Classificazione degli alvei . . . . .	22
2.6	Profili di moto permanente . . . . .	22
2.7	Variazioni locali di geometria: passaggio di una corrente attraverso le pile di un ponte . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Software Hec-Ras</b>	<b>31</b>
3.1	Moto stazionario 1D . . . . .	31
3.1.1	Procedura computazionale . . . . .	33
3.2	Moto non stazionario 1D . . . . .	34
3.2.1	Linearizzazione delle equazioni: metodo di Preissmann . . . . .	35
3.3	Modellazione monodimensionale di ponti in Hec-Ras . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Analisi riguardo l'effetto della presenza di ponti sul deflusso della corrente in alvei prismatici</b>	<b>40</b>
4.1	Esempio 1 . . . . .	41
4.2	Esempio 2 . . . . .	43
4.3	Esempio 3 . . . . .	51
4.4	Esempio 4 . . . . .	56
4.4.1	Simulazioni stazionarie e non stazionarie . . . . .	60
4.4.2	Variazione del coefficiente di drag $C_D$ . . . . .	61
4.5	Esempio 5 . . . . .	74

<b>5</b>	<b>Analisi idraulica delle piene del Ticino nel tratto tra Bereguardo e il Ponte della Becca</b>	<b>80</b>
5.1	Fiume Ticino . . . . .	80
5.2	Modello Ticino Po e modello Bereguardo - Becca . . . . .	82
5.3	Confronti tra il modello Ticino - Po e il modello Bereguardo - Becca . . . . .	85
5.3.1	Piena del 2014 . . . . .	87
5.3.2	Piena del 2019 . . . . .	91
5.3.3	Piena del 2020 . . . . .	95
5.3.4	Piena del 2025 . . . . .	98
5.3.5	Sfasamento tra le simulazioni condotte con i due modelli . . . . .	102
5.3.6	Variazione del coefficiente di drag delle pile del Ponte Coperto . . . . .	109
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>115</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>118</b>

## Lista dei Simboli

$h$	Tirante idrico	$[m]$
$A$	Area bagnata	$[m^2]$
$B$	Larghezza superficiale	$[m]$
$Q$	Portata	$[m^3/s]$
$f$	Franco idraulico	$[m]$
$P_0$	Perimetro bagnato	$[m]$
$i$	Pendenza dell'alveo	$[m/m]$
$L$	Lunghezza dell'alveo	$[m]$
$R_0$	Raggio idraulico	$[m]$
$x$	Coordinata spaziale	$[m]$
$t$	Tempo	$[s]$
$v$	Velocità media della corrente	$[m/s]$
$\mu$	Viscosità dinamica dell'acqua	$[kg/ms]$
$\rho$	Densità dell'acqua	$[kg/m^3]$
$Re$	Numero di Reynolds	$[ \ ]$
$g$	Accelerazione di gravità	$[m/s^2]$
$Fr$	Numero di Froude	$[ \ ]$
$y$	Quota assoluta della superficie libera	$[m]$
$J$	Cadente	$[m/m]$
$H$	Carico totale	$[m]$

*Lista dei Simboli*

---

$z$	Quota geodetica	$[m]$
$p$	Pressione	$[Pa]$
$\gamma$	Peso specifico del fluido	$[N/m^3]$
$h_0$	Altezza di moto uniforme	$[m]$
$v_0$	Velocità di moto uniforme	$[m/s]$
$n$	Coefficiente di scabrezza di Manning	$[m^{1/3}s]$
$E$	Energia specifica rispetto al fondo	$[m]$
$k$	Altezza di stato critico	$[m]$
$v_c$	Velocità critica	$[m/s]$
$c$	Celerità delle piccole perturbazioni	$[m/s]$
$i_c$	Pendenza critica	$[m]$
$r$	Rapporto di contrazione	$[ ]$
$q$	Portata unitaria	$[m^2/s]$
$\alpha$	Coefficiente di ingombro	$[ ]$
$K$	Convettanza (o conveyance)	$[m^3/s]$
$C_D$	Coefficiente di drag	$[ ]$

## Elenco delle Figure

2.1	Esempio schematico di sezione trasversale. . . . .	14
2.2	Componenti del trinomio di Bernoulli . . . . .	18
2.3	Schema: moto uniforme ( $i=j$ ) . . . . .	19
2.4	Esempio di scala delle portate . . . . .	19
2.5	Grafico dell'energia specifica . . . . .	20
2.6	Profili di moto permanente di tipo F e D . . . . .	24
2.7	Profili di moto e curva dell'energia (passaggio attraverso le pile di un ponte) . . . . .	26
2.8	Curva dell'energia (passaggio attraverso le pile di un ponte) caso di energia non sufficiente (esempio con alveo a debole pendenza). . . . .	27
2.9	Profili di moto in un canale a debole pendenza che attraversa un ponte in condizioni critiche (" <i>tipo B</i> ") . . . . .	27
2.10	Grafico del parametro $r$ . . . . .	29
2.11	Grafico per la determinazione del dislivello tra monte e valle . . . . .	30
3.1	Identificazione golene e canale principale . . . . .	32
3.2	Divisione di una sezione tipo in zone a velocità uniforme . . . . .	33
3.3	Schema di discretizzazione <i>box scheme</i> . . . . .	34
3.4	Nomenclatura, sezioni necessarie per la modellazione di un ponte su Hec-Ras . . . . .	37
4.1	Profilo di moto, esempio 1 . . . . .	42
4.2	Sezione 500, geometria della pila di ponte inserita . . . . .	43
4.3	Identificazione del regime di moto, esempio 2 . . . . .	44
4.4	Grafico per il calcolo del dislivello tra monte e valle . . . . .	47
4.5	Curve dell'energia, esempio 2 . . . . .	48
4.6	Profilo di moto, esempio 2 . . . . .	49
4.7	Identificazione del regime di moto, esempio 3 . . . . .	52
4.8	Curve dell'energia, esempio 3 . . . . .	53
4.9	Profilo di moto, esempio 3 . . . . .	55
4.10	Sezione trasversale, esempio 4 . . . . .	56
4.11	Scala delle portate sezione trapezia con golene . . . . .	58
4.12	Profilo di moto, esempio 4 (prima dell'inserimento della pila di ponte) . . . . .	58

4.13	Profilo di moto, esempio 4 (dopo l'inserimento della pila di ponte) . . . . .	59
4.14	Profilo di moto, confrontando diversi approcci di modellazione della pila . . . . .	61
4.15	Variazione del tirante di monte in funzione del coefficiente CD per portata costante . . . . .	63
4.16	Profili ottenuti, variando i coefficienti di drag, con $Q = 200m^3/s$ . . . . .	64
4.17	Profili ottenuti, variando il coefficiente di drag, con $Q = 200m^3/s$ (ingrandimento) . . . . .	64
4.18	Scala delle portate, confronto tra <i>metodo del momento</i> e metodo dell' <i>Energy Standard Step</i> . . . . .	66
4.19	Scala delle portate, confronto tra <i>metodo del momento</i> e metodo dell' <i>Energy Standard Step</i> variando i coefficienti di Manning nelle golene . . . . .	67
4.20	Ingrandimento dell'immagine 4.19 . . . . .	68
4.21	Scala delle portate, confronto tra <i>metodo del momento</i> e metodo dell' <i>Energy Standard Step</i> variando i coefficienti di Manning nelle golene . . . . .	68
4.22	Scala delle portate, confronto tra <i>metodo del momento</i> e metodo dell' <i>Energy Standard Step</i> . . . . .	69
4.23	Curva che delimita le combinazioni " $n-Q$ " associate alla presenza dell'errore da quelle che ne sono prive . . . . .	69
4.24	Andamento del coefficiente $\beta$ nella simulazione con $n$ in golena pari a $0,045 m^{-1/3}.s$ . . . . .	71
4.25	Ingrandimento: Andamento del coefficiente $\beta$ nella simulazione con $n$ in golena pari a $0,045 m^{-1/3}.s$ . . . . .	71
4.26	Andamento del coefficiente $\alpha$ nella simulazione con $n$ in golena pari a $0,045 m^{-1/3}.s$ . . . . .	72
4.27	Portate in cui è presente il <i>warning</i> in funzione del coefficiente di Manning in golena e della grandezza della pila . . . . .	73
4.28	Sezione trasversale, esempio 5 . . . . .	74
4.29	Contrazione ed espansione nella sezione con ponte . . . . .	75
4.30	Posizioni delle sezioni nell'intorno del ponte, iterazione 1 . . . . .	79
4.31	Profili ottenuti dalle varie iterazioni . . . . .	79
5.1	Inquadramento generale - scala di bacino (immagine ottenuta utilizzando i dati dei geodatabase: [16], [17], [18]) . . . . .	81
5.2	Inquadramento generale . . . . .	83
5.3	Ponte Coperto (lato valle) durante la piena del 2025 . . . . .	84

5.4	Ponte della Libertà (lato valle, fotografato dal Ponte Coperto) durante la piena del 2025 . . . . .	84
5.5	Modello Ticino - Po . . . . .	86
5.6	Modello Bereguardo - Becca . . . . .	86
5.7	Condizioni al contorno di monte 2014 . . . . .	87
5.8	Condizioni al contorno di valle 2014 . . . . .	88
5.9	Risultati piena del 2014 . . . . .	89
5.10	Condizioni al contorno di monte 2019 . . . . .	91
5.11	Condizioni al contorno di valle 2019 . . . . .	92
5.12	Risultati per la piena dal 2019 . . . . .	93
5.13	Lateral structures presenti, nell'intorno della confluenza del Ticino nel Po nel modello "Ticino - Po" . . . . .	94
5.14	Condizioni al contorno di monte 2020 . . . . .	95
5.15	Condizioni al contorno di valle 2020 . . . . .	96
5.16	Risultati per la piena del 2020 . . . . .	97
5.17	Condizioni al contorno di monte 2025 . . . . .	98
5.18	Condizioni al contorno di valle 2025 . . . . .	99
5.19	Risultati piena del 2025 . . . . .	100
5.20	Piena dell'aprile 2025, documentazione fotografica . . . . .	101
5.21	Porzione iniziale del modello Ticino - Po, Vigevano (PV) . . . . .	103
5.22	Porzione iniziale del modello Ticino - Po, Isola Sant'Antonio (AL) . . . . .	103
5.23	Condizione al contorno di monte con traslazione 2020 . . . . .	104
5.24	Condizione al contorno di valle con traslazione 2020 . . . . .	104
5.25	Risultati piena 2020 con traslazione . . . . .	105
5.26	Condizione al contorno di monte con traslazione 2014 . . . . .	106
5.27	Condizione al contorno di valle con traslazione 2014 . . . . .	106
5.28	Risultati piena 2014 con traslazione . . . . .	107
5.29	Risultati piena 2014 con traslazione, ingrandimento secondo e terzo picco .	107
5.30	Ponte Coperto, lato monte . . . . .	110
5.31	Schema forma delle pile del Ponte Coperto con approssimazione ellittica . .	111
5.32	Ingrandimento del terzo picco della piena del 2014 con la variazione del coefficiente di drag (CC di valle A.I.Po) . . . . .	112
5.33	Ingrandimento del terzo picco della piena del 2014 con la variazione del coefficiente di drag (CC di valle Ticino - Po) . . . . .	112
5.34	Ingrandimento del picco della piena del 2025 con la variazione del coefficiente di drag (CC di valle A.I.Po) . . . . .	113

5.35 Ingrandimento del picco della piena del 2025 con la variazione del coefficiente  
di drag (CC di valle Ticino - Po) . . . . . 113

## Elenco delle Tabbelle

2.1	Segno del termine $(i - J)$ . . . . .	23
2.2	Segno del termine $\frac{dE}{dh}$ . . . . .	23
2.3	Profili di tipo D . . . . .	23
2.4	Profili di tipo F . . . . .	24
3.1	Coefficienti $K$ e $C_D$ [7] . . . . .	39
4.1	Geometria 1 . . . . .	41
4.2	Risultati esempio 1 . . . . .	42
4.3	Geometria della pila, esempio 2 . . . . .	43
4.4	Calcoli nella sezione contratta (sezione 500) . . . . .	44
4.5	Valori delle energie (esempio 2) . . . . .	45
4.6	Valori di $Q/B$ e $Q/b$ (esempio 2) . . . . .	46
4.7	Confronto tra i tiranti di monte calcolati . . . . .	49
4.8	Geometria 3 . . . . .	51
4.9	Risultati esempio 3 . . . . .	51
4.10	Valori di $Q/B$ e $Q/b$ (esempio 3) . . . . .	52
4.11	Parametri idraulici utilizzati nella formula di Yarnell, esempio 3 . . . . .	53
4.12	Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi . . . . .	54
4.13	Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi nelle diverse sezioni . . . . .	55
4.14	Geometria 4 . . . . .	57
4.15	Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi . . . . .	59
4.16	Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi . . . . .	61
4.17	Risultati esempio 4, tiranti di monte calcolati variando $C_D$ ( $Q = 200m^3/s$ ) . . . . .	62
4.18	Coefficienti di Manning impiegati e livelli di portata di errore ottenuti . . . . .	67
4.19	Range dei coefficienti di contrazione . . . . .	76
4.20	Risultati, esempio 5 . . . . .	78
5.1	Condizioni al contorno di monte e di valle utilizzate . . . . .	85
5.2	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2014 . . . . .	89

5.3	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2019 . . . . .	93
5.4	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2020 . . . . .	97
5.5	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2025 . . . . .	100
5.6	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2020 . . . . .	105
5.7	Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2014 . . . . .	108
5.8	Coefficienti di drag utilizzati nell'analisi delle pile del Ponte Coperto . . . .	111

# 1 Introduzione

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivo quello di valutare l'influenza della presenza dei ponti sull'accuratezza della previsione delle piene concentrandosi sulla comprensione di quanto e di come la modellazione di tali opere incida sui risultati delle simulazioni idrauliche, sia in termini di livelli idrici sia di dinamica delle onde di piena.

Il lavoro si inserisce nell'ambito di un più ampio progetto di ricerca, che ha coinvolto lo sviluppo di diverse tesi di laurea magistrale (Toffolet A.A. 2020/2021 [11]; Belletrutti A.A. 2021/2022 [9]; Redaelli A.A. 2023/2024 [10]), in cui è stato sviluppato, attraverso il software HEC-RAS, River Analysis System versione 6.4.1 - Hydrologic Engineering Center dell'US Army Corps of Engineers), un modello idraulico integrato monodimensionale dei fiumi Ticino e Po. Questo modello è stato sviluppato per concentrare le analisi sugli aspetti di sicurezza e protezione dalle esondazioni del Ticino nella zona golenale abitata a Pavia (quartiere Borgo Basso). Ottenere un modello in grado di simulare le piene in questo tratto di fiume ha lo scopo di supportare la gestione degli eventi di piena nei pressi delle zone abitate e di valutare gli effetti di eventuali opere progettate per difendere dalle esondazioni questo quartiere.

Oltre che per gli aspetti di sicurezza descritti, modellare idraulicamente il tratto di Ticino in corrispondenza della città di Pavia risulta di particolare interesse in quanto il comportamento idraulico in questa zona dipende, oltre che dalla portata defluente nel Ticino, anche dal livello idrometrico del Po al ponte della Becca (ovvero in corrispondenza della confluenza tra i due fiumi, circa 10 km più a valle della città di Pavia). Si verifica infatti, durante le piene del Po, il fenomeno di rigurgito del Ticino che si estende, per diversi chilometri.

A tale scopo è stata utilizzata una porzione del modello completo costruito nelle tesi sopra elencate. Tale porzione si sviluppa da Bereguardo alla confluenza del Ticino nel Po in corrispondenza del Ponte della Becca (il modello completo copre invece un tratto più ampio, che va da Vigevano al Ponte della Becca per il Ticino e da Isola Sant'Antonio a Spessa Po per il Po). Sono stati effettuati dei confronti tra i risultati ottenuti dai due modelli. Questi confronti sono stati utili per proporre alcuni aggiustamenti da apportare

al modello più esteso per migliorarne l'accuratezza. In particolare si evidenziano un possibile non corretto utilizzo delle "*lateral structures*" in confluenza e si propongono alcune correzioni per traslare temporalmente i picchi di piena e rendere più accurata la simulazione delle tempistiche di arrivo delle piene nella zona di Pavia.

Preliminarmente alle analisi descritte, al fine di comprendere meglio gli aspetti applicativi che ne derivano, sono stati approfonditi i principali riferimenti teorici relativi alla presenza delle pile di ponte in alveo. Dopo un primo richiamo ai concetti fondamentali dell'idraulica delle correnti a superficie libera, l'attenzione è stata quindi rivolta alle formulazioni teoriche e alle equazioni che descrivono le variazioni locali di geometria, con particolare riferimento al deflusso in corrispondenza delle pile di ponte.

Sempre nell'ottica di comprendere meglio il comportamento della corrente quanto attraversa una sezione contratta dalla presenza di una pila sono stati sviluppati alcuni casi studio semplificati relativi ad alvei prismatici, dapprima di forma rettangolare e, successivamente, di forma trapezia con l'aggiunta delle golene. Durante lo sviluppo di tali esempi è stata posta particolare attenzione alla valutazione dei coefficienti di resistenza (*drag*) associati alle pile, poiché questi parametri sono quelli che, successivamente, hanno permesso l'elaborazione delle prove sulle pile del Ponte Coperto.

## 2 Cenni di idraulica

Il capitolo contiene richiami di idraulica di base con particolare riferimento ai moti a pelo libero. Sono brevemente enunciate le equazioni che governano il moto, le classificazioni riguardanti i diversi tipi di corrente e di alveo. Sono infine analizzati i profili di moto permanente ed un tipo di variazione locale di geometria (quella relativa al passaggio della corrente attraverso le pile di un ponte) che sarà utile nei capitoli successivi.

Per la stesura di questo capitolo vengono utilizzati come riferimento i testi: "*Idraulica*", Citrini e Nosedà (1975) [1]; "*Fondamenti di Idraulica*", Gallati e Sibilla (2009) [3] e le slide del corso "*Idraulica Applicata*" del Professor Ciaponi (2019) [2].

### 2.1 Classificazione delle correnti

Tra le possibili correnti di interesse nel campo degli studi di idraulica è possibile innanzi tutto distinguere tra correnti in pressione e correnti a pelo libero. Le correnti a pelo libero sono caratterizzate dall'aver una delle superfici di contorno (precisamente quella superiore) a contatto con l'atmosfera e non con una superficie solida chiusa come avviene invece nelle correnti in pressione. La superficie che il fluido condivide con l'atmosfera è detta *superficie libera* o *pelo libero*.

La pressione del fluido, in una corrente in pressione, dipende esclusivamente dalle caratteristiche del moto e non dalla pressione esterna. Nelle correnti a pelo libero invece, la pressione lungo la superficie libera è quella atmosferica. Tale pressione viene ritenuta costante, il pelo libero del fluido costituisce quindi una superficie isobarica.

I possibili esempi di correnti a superficie libera si possono dividere tra correnti in canali artificiali (per esempio canali irrigui o condotte fognarie) o correnti in alvei naturali (fiumi, torrenti, ecc.).

Considerando la natura del moto nello studio delle correnti a pelo libero si fa riferimento ad una teoria unidimensionale, si considera quindi una sola coordinata spaziale.

Le correnti trattate di seguito sono esclusivamente a superficie libera.

Condividendo una superficie con l'atmosfera le correnti a pelo libero non occupano interamente la sezione del canale a disposizione. A tale proposito è necessario definire alcune grandezze geometriche:

- Tirante idrico ( $h$ ): Distanza verticale tra la quota più profonda della sezione e la quota di pelo libero.
- Perimetro bagnato ( $P_0$ ): Perimetro della sezione trasversale a contatto con il liquido.
- Area bagnata ( $A$ ): Superficie della sezione trasversale effettivamente occupata dall'acqua.
- Raggio idraulico ( $R_0$ ): Rapporto tra area bagnata e perimetro bagnato
- Pendenza dell'alveo  $i = -\frac{dz}{dx}$ : variazione della quota del fondo  $z$  rispetto alla coordinata spaziale  $x$ .

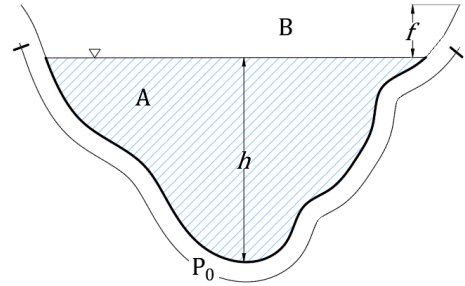


Figura 2.1: Esempio schematico di sezione trasversale.

- Se si considerano tratti di corrente sufficientemente lunghi di alvei naturali è ragionevole trascurare i cambi di pendenza presenti nella realtà considerando quindi la pendenza costante.
- Larghezza superficiale B: larghezza della sezione in corrispondenza del pelo libero. Se si considera un incremento di tirante  $dh$  si avrà una variazione di area pari a  $dA = Bdh$  e quindi:

$$B = \frac{dA}{dh} \quad (2.1)$$

Si definiscono anche **portata** ( $Q$ ) la quantità di fluido che attraversa una sezione nell'unità di tempo e **franco idraulico** ( $f$ ) la distanza verticale tra il livello del pelo libero e la quota massima della sponda.

Per distinguere tra i diversi tipi di corrente è possibile osservare come varia il tirante rispetto al tempo o allo spazio. Quando il criterio utilizzato è il tempo, si distingue tra *moto stazionario* e *moto non stazionario*. Quando invece si utilizza come criterio lo spazio, la distinzione è tra *moto uniforme* o *moto non uniforme*.

- Moto stazionario:  $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$
- Moto non stazionario:  $\frac{\partial h}{\partial t} \neq 0$
- Moto uniforme:  $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$
- Moto non uniforme:  $\frac{\partial h}{\partial x} \neq 0$

La variazione del tirante  $h$  può avvenire, lungo il flusso, in maniera più o meno rapida, in particolare si distingue tra:

- **Moto uniforme:** Come definito sopra il tirante è costante lungo  $x$  e quindi i filetti fluidi risulteranno rettilinei e paralleli tra loro. Se si fa riferimento ad una corrente a pelo libero (per esempio in un canale), le condizioni di moto uniforme vengono soddisfatte solo se l'alveo è prismatico. Un alveo è definito prismatico se ha pendenza costante e se le caratteristiche geometriche trasversali rimangono invariate per ogni sezione lungo lo sviluppo longitudinale dell'alveo stesso.
- **Moto gradualmente variato:** I filetti fluidi possono considerarsi approssimativamente rettilinei e paralleli, la variazione del tirante  $h$  è graduale lungo  $x$ .
- **Moto rapidamente variato:** Il tirante varia bruscamente in uno spazio relativamente piccolo. Questo tipo di moto è tipico nei pressi di singolarità geometriche, dispositivi posti lungo la corrente o ostacoli.

E' possibile una ulteriore distinzione tra moto *laminare* e *turbolento*. A tale scopo occorre introdurre il parametro  $Re$ , numero di Reynolds:

$$Re = \frac{v 4R_0 \rho}{\mu} \quad (2.2)$$

Tale numero (adimensionale) ha il significato fisico di un rapporto tra le forze d'inerzia e quelle viscosi agenti sulla generica particella. Attraverso questo parametro è possibile distinguere tra:

- $Re > 3000$  moto turbolento
- $Re \ll 3000$  moto laminare

Il numero di Reynolds dipende dalla geometria del problema, la formula 2.2 vale solo per canali rettangolari.

Un'altra classificazione è quella che distingue tra moto in regime *subcritico* o *lento* e moto *supercritico* o *veloce*. Per operare tale distinzione occorre introdurre il *numero di Froude* (definito come il rapporto tra la velocità della corrente e la celerità delle piccole perturbazioni):

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} \quad (2.3)$$

Si avrà quindi:

- $Fr > 1$  per correnti veloci (moto supercritico)
- $Fr < 1$  per correnti lente (moto subcritico)

E' possibile un'ultima distinzione (facendo riferimento a correnti stazionarie) tra *correnti ritardate* e *correnti accelerate*. Se il tirante aumenta lungo  $x$ , per continuità della portata (eq. 2.8), diminuisce la velocità e la corrente si dirà ritardata. Viceversa, se  $h$  diminuisce lungo  $x$  la velocità tenderà ad aumentare e quindi la corrente verrà identificata come accelerata.

## 2.2 Equazioni del moto

Come accennato nel paragrafo 2.1 quando si tratta di correnti a pelo libero è frequente utilizzare la descrizione monodimensionale e fare riferimento a moti non stazionari. In tale casistica il flusso è descrivibile attraverso due variabili dipendenti  $y$ , quota assoluta della superficie libera, ( $y = z + h$ ) e  $Q$  le quali definiscono, in ogni sezione, lo stato di moto del fluido lungo il corso d'acqua nel tempo. Tali grandezze dipendono da due variabili indipendenti  $x$  e  $t$  (rispettivamente coordinata spaziale e tempo). Siccome la descrizione di un flusso monodimensionale avviene attraverso 2 variabili dipendenti sono necessarie due equazioni: l'equazione di conservazione della massa (eq. 2.4) e l'equazione di conservazione della quantità di moto (eq. 2.5):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} = -J \end{array} \right. \quad (2.5)$$

### 2.2.1 Equazione di conservazione della massa

Alla base dell'equazione 2.4 vi è l'ipotesi di considerare un tronco di corrente compreso tra due sezioni poste a distanza  $dx$  infinitesima. Si ipotizza che in un intervallo  $dt$  entri, attraverso la prima sezione la massa  $\rho Q dt$  ed esca dalla sezione successiva la stessa quantità incrementata di:  $[\partial(\rho Q)/\partial x] dx dt$  (ottenendo quindi  $[\rho Q + (\partial(\rho Q)/\partial x) dx] dt$ ). Il flusso netto uscente dal volume di controllo deve essere compensato, per il principio di conservazione della massa, dalla variazione nel tempo  $dt$  della massa  $\rho A dx$  racchiusa tra le due sezioni  $-[\partial(\rho A)/\partial t] dx dt$ . Si ottiene quindi:

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0 \quad (2.6)$$

Tale relazione costituisce l'espressione generale dell'equazione di conservazione della massa (anche detta *equazione di continuità*). Se si considera poi il fluido in esame come incomprimibile la densità può essere ritenuta costante ( $\rho = cost$ ) ottenendo:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (2.7)$$

L'espressione 2.7 può essere ulteriormente semplificata se si considerano flussi di tipo stazionario (e quindi in cui le variabili non dipendono dal tempo) eliminando il termine con la derivata temporale:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

La relazione 2.8 indica che la portata  $Q$  non varia lungo lo sviluppo longitudinale della corrente ( $x$ ).

### 2.2.2 Equazione di conservazione della quantità di moto

Anche nel caso dell'equazione di conservazione della quantità di moto si fa riferimento ad un volume di controllo racchiuso tra due sezioni successive. Grazie all'equazione di bilancio delle forze agenti sul volume stesso si ottiene:

$$\int_W \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} dW + \int_{\Omega} \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) d\Omega = \mathbf{F} \quad (2.9)$$

in cui

- $W$ : volume di controllo considerato
- $n$ : normale uscente
- $\Omega$ : superficie del volume di controllo
- $\mathbf{v}$ : vettore della velocità di modulo  $v$
- $\mathbf{F}$ : risultante delle forze di massa e di superficie agenti sul volume di controllo.

Se si proietta l'equazione 2.9 lungo la direzione del moto (e quindi lungo  $x$ ) si ottiene l'equazione 2.5 che rappresenta il bilancio della quantità di moto per una corrente lineare, in alveo prismatico e di moto vario scritta in forma differenziale. In quest'ultima equazione compare il termine  $J$  ovvero la *cadente piezometrica* che rappresenta la *perdita di energia subita dall'unità di peso del liquido nell'unità di percorso*.

Il termine  $H$  si riferisce invece al *carico totale*, somma della quota piezometrica e dell'altezza cinetica:

- Quota piezometrica: somma di quota geometrica (quota del fondo alveo)  $z$  e altezza piezometrica  $p/\gamma$
- Altezza cinetica:  $v^2/2g$

$H$  è quindi definito:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad (2.10)$$

Tale relazione è conosciuta comunemente come *trinomio di Bernoulli*.

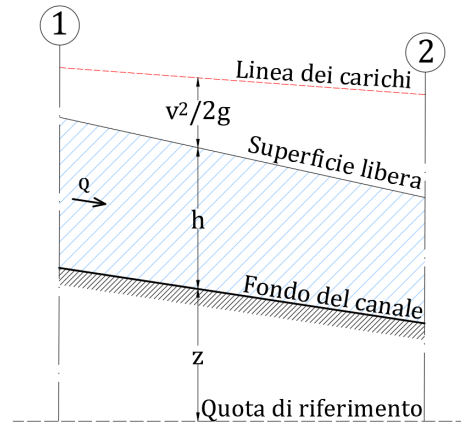


Figura 2.2: Componenti del trinomio di Bernoulli

Per i casi in esame (correnti a pelo libero gradualmente variate), assumendo una distribuzione di pressione idrostatica ed una pendenza del fondo trascurabile, è possibile sostituire il termine  $z + \frac{p}{\gamma}$  con l'altezza del pelo libero ( $h + z$ ). Si ottiene quindi:

$$H = z + h + \frac{v^2}{2g} \quad (2.11)$$

### 2.3 Moto uniforme

Come definito nel paragrafo 2.1 il moto uniforme si verifica quando i filetti fluidi sono rettilinei e paralleli tra loro, ciò implica tirante costante lungo  $x$ , velocità delle particelle invariate lungo la traiettoria delle stesse e quindi anche velocità media della corrente costante. A seguito di queste considerazioni è possibile ridisegnare lo schema in figura 2.2 ottenendo lo schema in figura 2.3.

Occorre inoltre ricordare che condizione necessaria per cui possa verificarsi il moto uniforme è la prismaticità del canale. Per definizione una portata può muoversi in un alveo in moto uniforme solo con una precisa velocità media, a tale velocità deve corrispondere una cadente esattamente uguale alla pendenza del canale.

$$i = J \quad (2.12)$$

La 2.12 può essere riscritta come:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} \quad (2.13)$$

In cui, come già detto,  $H$  rappresenta il carico totale e quindi ha il significato di energia meccanica totale per unità di peso e  $z$  (quota geodetica) rappresenta l'energia potenziale gravitazionale per unità di peso. Grazie all'equazione 2.13 è possibile osservare più facilmente che il moto uniforme rappresenta la condizione in cui tutta l'energia potenziale persa dal fluido durante il suo moto è bilanciata dall'energia dissipata a causa delle perdite di carico. Al moto uniforme in un canale è associata una particolare altezza d'acqua (detta altezza di moto uniforme, indicata con  $h_0$ ) e, conseguentemente una velocità ( $v_0$ ).

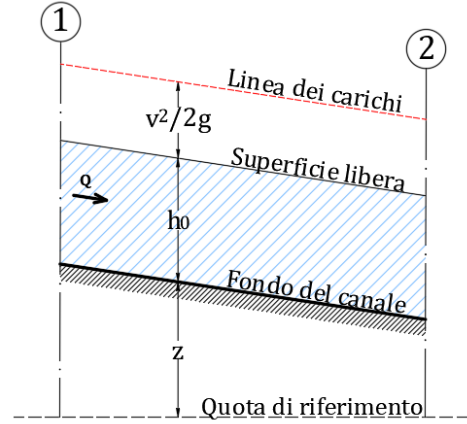


Figura 2.3: Schema: moto uniforme ( $i=j$ )

Per il calcolo di velocità e portata si fa riferimento alla formula di Manning (1889):

$$v_0 = \frac{R_0^{2/3} i^{1/2}}{n} \quad (2.14)$$

Essendo la portata definita come prodotto tra velocità ed area, moltiplicando l'equazione 2.14 per l'area si ottiene una formulazione per la portata:

$$Q_{(h_0)} = \frac{1}{n} A_{(h_0)} R_{0(h_0)}^{2/3} \sqrt{i} \quad (2.15)$$

E' possibile notare che la portata, oltre che delle proprietà geometriche, è funzione anche del tirante idrico (sia l'area che il raggio idraulico sono calcolate attraverso il tirante).

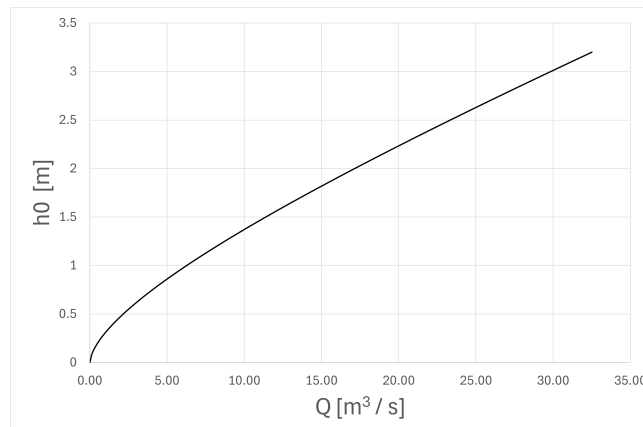


Figura 2.4: Esempio di scala delle portate

Per questo motivo, tale relazione (detta "scala delle portate") non è esplicitabile per il tirante (salvo casi molto semplici) e quindi, nel caso in cui si voglia risalire al tirante associato ad una specifica portata, occorre utilizzare un metodo numerico o grafico. Nel caso della figura 2.4 , considerando quindi un alveo rettangolare, la scala delle portate è stata tracciata calcolando le portate al variare del tirante.

## 2.4 Energia specifica

Come anticipato nel paragrafo 2.3 il carico totale  $H$  (definito attraverso il trinomio di Bernoulli, eq 2.10) ha il significato di energia meccanica totale della corrente considerata. Tale carico può essere visto come somma dell'altezza geodetica  $z$  (quota locale del fondo dell'alveo) e del termine

$$E = h + \frac{v^2}{2g} \quad (2.16)$$

Quest'ultima somma viene detta **energia specifica** (rispetto al fondo).

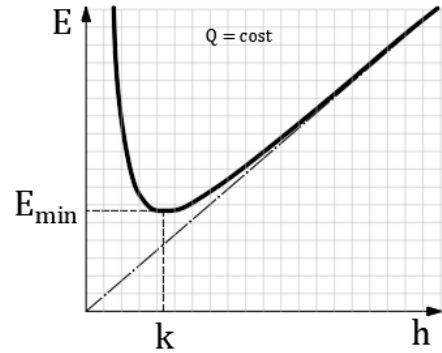


Figura 2.5: Grafico dell'energia specifica

I due termini della somma rappresentano rispettivamente la parte di energia potenziale ( $h$ ) e cinetica ( $\frac{v^2}{2g}$ ). Se si considera portata  $Q$  costante è possibile riscrivere la 2.16:

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA(h)^2} \quad (2.17)$$

E' possibile rappresentare graficamente l'equazione 2.17 facendo riferimento, come detto, ad uno specifico valore di portata e considerando una geometria nota. Si ottiene quindi il grafico in figura 2.5 in cui è possibile notare come sia presente un punto di minimo. In corrispondenza di tale punto è minimo il valore dell'energia  $E(h)$  e quindi la derivata  $\frac{dE}{dh}$  si annulla. Tale condizione viene chiamata di *stato critico*. Il tirante corrispondente allo stato critico viene indicato con  $k$ . Sviluppando la derivata dell'equazione 2.17 rispetto ad  $h$ , ponendola uguale a zero e ricordando l'equazione 2.1 si ottiene:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{gA(h)^3} \frac{dA}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B(h)}{gA(h)^3} = 1 - \frac{v(h)^2}{g \frac{A(h)}{B(h)}} = 0 \quad (2.18)$$

In cui, riconoscendo la definizione del numero di Froude (eq 2.3) e ricordando che il valore

minimo di energia è associato al tirante  $k$  si ottiene:

$$Fr(k) = 1 \quad (2.19)$$

Tale relazione permette di associare a ciascuno dei rami del grafico 2.5 un regime di moto. In particolare il ramo di sinistra (in cui  $Fr$  è maggiore di 1) identificherà correnti veloci e, viceversa, il ramo di destra correnti lente.

E' inoltre utile notare come la velocità associata allo stato critico (detta *velocità critica*) coincida con la celerità delle piccole perturbazioni (già citata nella definizione del numero di Froude)

$$v_c = \sqrt{gk} = c \quad (2.20)$$

E quindi possibile riformulare l'ultima classificazione del paragrafo 2.1 confrontando questa volta tra loro il tirante  $h$  e l'altezza di stato critico  $k$ :

- $h > k$  ( $v < c$ ): *Corrente lenta o subcritica* ( $Fr < 1$ )
- $h < k$  ( $v > c$ ): *Corrente veloce o supercritica* ( $Fr > 1$ )
- $h = k$  ( $v = c$ ): *Corrente critica* ( $Fr = 1$ )

Occorre aggiungere che l'equazione 2.19 non è in generale invertibile e che quindi, come nel caso del calcolo dell'altezza di moto uniforme, per calcolare  $k$  è necessario avvalersi di metodi numerici o grafici (*scala delle portate critiche*). Per sezioni rettangolari invece è possibile calcolare esplicitamente il valore di  $k$  attraverso la formula:

$$k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}} \quad (2.21)$$

Nel caso di alveo con sezione rettangolare è inoltre possibile calcolare il valore minimo di energia  $E_{min}$  ponendo  $h = k$  e ricavando quindi  $Q^2 = gB^2k^3$  dalla 2.21. Sostituendo nell'equazione 2.16 si ottiene:

$$E_{min} = k + \frac{Q^2}{2gB^2k^2} = k + \frac{k}{2} = \frac{3}{2}k \quad (2.22)$$

## 2.5 Classificazione degli alvei

Per classificare gli alvei ci si avvale del confronto tra l'altezza di moto uniforme  $h_0$  e l'altezza di stato critico  $k$ :

- se  $h_0 > k$  si ha un alveo a *debole pendenza*.  $h_0 > k$  implica che la corrente uniforme sia lenta. Tale condizione è la più comune nei casi reali e si concretizza con correnti regolari e tranquille. Come regola pratica si possono assumere alvei con pendenza del fondo inferiore dello 0.1% sempre a debole pendenza.
- se  $h_0 < k$  si ha un alveo a *forte pendenza*. La corrente di moto uniforme in questo caso è veloce. Le correnti veloci sono caratterizzate dall'avere la superficie libera disturbata. Come regola pratica si possono assumere alvei con pendenza del fondo superiore dell'1% sempre a forte pendenza.
- se  $h_0 = k$  si ha un alveo a *pendenza critica*. Essendo  $h_0$  e  $k$  coincidenti, risolvendo per  $k$  l'equazione del moto uniforme 2.15 si ottiene il valore della pendenza critica  $i_c$ :

$$i_c = \left( \frac{nQ}{A(k)R_0(k)^{\frac{2}{3}}} \right)^2 \quad (2.23)$$

## 2.6 Profili di moto permanente

Partendo dall'equazione del trinomio di Bernoulli (eq.2.10), utilizzando la definizione di energia specifica (eq. 2.16) si può ottenere:

$$H = z + h + \frac{v^2}{2g} = z + E \quad (2.24)$$

Derivando il carico totale (2.24) rispetto alla coordinata  $x$  si ottiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} \quad (2.25)$$

Nella quale si riconosce la definizione di cadente:

$$\frac{dH}{dx} = -J(x) \quad (2.26)$$

E quella di pendenza  $i = -\frac{dz}{dx}$  (paragrafo 2.1).

Sostituendo si arriva quindi a:

$$\frac{dE}{dx} = i - J \quad (2.27)$$

Inserendo la formulazione dell'energia appena ricavata nell'equazione 2.17 è possibile calcolare il tirante  $h$  per ogni sezione dell'alveo considerato a partire da valori noti del tirante presi in sezioni adeguate dette *sezioni di controllo*. Se si considera un alveo prismatico l'energia calcolata con la 2.17 varia lungo  $x$  solo tramite il tirante e non anche per via delle variazioni di forma della sezione. E' quindi possibile scrivere:

$$\frac{dE(h(x))}{dx} = \frac{dE}{dh} \frac{dh}{dx} = i - J \quad \rightarrow \quad \frac{dh}{dx} = \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} \quad (2.28)$$

E' possibile studiare il segno del termine  $\frac{dh}{dx}$  attraverso i segni del numeratore ( $i - J$ ) e del denominatore ( $\frac{dE}{dh}$ ). In particolare, per il **numeratore** ( $i - J$ ) risulta:

$$\begin{aligned} h < h_0 \quad v > v_0 \quad J > i &\rightarrow (i - J) < 0 \\ h > h_0 \quad v < v_0 \quad J < i &\rightarrow (i - J) > 0 \\ h = h_0 \quad v = v_0 \quad J = i &\rightarrow (i - J) = 0 \end{aligned}$$

Tabella 2.1: Segno del termine ( $i - J$ )

Per il **denominatore** (ricordando la curva dell'energia specifica, figura 2.5) invece:

$$\begin{aligned} h < k \quad \frac{dE}{dh} < 0 \\ h = k \quad \frac{dE}{dh} = 0 \\ h > k \quad \frac{dE}{dh} > 0 \end{aligned}$$

Tabella 2.2: Segno del termine  $\frac{dE}{dh}$

Se si fa riferimento ad un canale a **debole pendenza** ( $i < i_c$ ) e quindi  $h_0 > k$ , il tirante  $h$  potrà trovarsi: compreso tra il fondo e  $k$ , compreso tra  $k$  e  $h_0$  oppure superare  $h_0$ . Per ognuno di questi casi è possibile, studiando i segni di numeratore e denominatore dell'equazione 2.28 (come spiegato sopra), riconoscere un differente tipo di profilo di moto. In particolare:

	$i - J$	$\frac{dE}{dh}$	$\frac{dh}{dx}$	Tipo di corrente	Verso valle	Verso monte	Profilo
$h > h_0$	$> 0$	$> 0$	$> 0$	Ritardata	Tende all'orizzontale	Tende al moto uniforme	D1
$k < h < h_0$	$< 0$	$> 0$	$> 0$	Accelerata	Tende allo stato critico	Tende al moto uniforme	D2
Fondo del canale $< h < k$	$< 0$	$< 0$	$> 0$	Ritardata	Tende allo stato critico	Tende al valore iniziale	D3

Tabella 2.3: Profili di tipo D

I profili così definiti sono identificati attraverso la lettera "D" per sottolineare il fatto si stiano trattando alvei a debole pendenza.

Facendo invece riferimento ad un canale a **forte pendenza** ( $i > i_c$ ) e quindi  $h_0 < k$  il tirante  $h$  potrà trovarsi: compreso tra il fondo e  $h_0$ , compreso tra  $h_0$  e  $k$  oppure superare  $k$ . Per ognuno di questi casi è nuovamente possibile riconoscere un differente tipo di profilo di moto. In particolare:

	$i - J$	$\frac{dE}{dh}$	$\frac{dh}{dx}$	Tipo di corrente	Verso valle	Verso monte	Profilo
$h > k$	$> 0$	$> 0$	$> 0$	Ritardata	Tende all'orizzontale	Tende allo stato critico	F1
$h_0 < h < k$	$> 0$	$< 0$	$< 0$	Accelerata	Tende al moto uniforme	Tende allo stato critico	F2
Fondo del canale $< h < h_0$	$< 0$	$< 0$	$> 0$	Ritardata	Tende al moto uniforme	Tende al valore iniziale	F32

Tabella 2.4: Profili di tipo F

I profili così definiti sono identificati attraverso la lettera "F" per sottolineare il fatto si stiano trattando alvei a forte pendenza. Quando spiegato finora è illustrato graficamente nella figura 2.6.

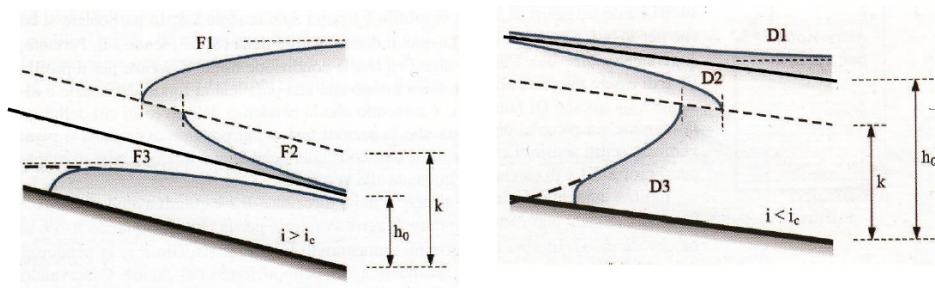


Figura 2.6: Profili di moto permanente di tipo F (a sinistra) e D (a destra)

*Immagine tratte dalle slide del corso "Idraulica applicata", Prof. C. Ciaponi, 2019, Pavia*

## 2.7 Variazioni locali di geometria: passaggio di una corrente attraverso le pile di un ponte

L'inserimento di una pila di ponte all'interno di un alveo rappresenta un ostacolo per la corrente e quindi una discontinuità geometrica. Tale discontinuità si traduce essenzialmente in una riduzione della larghezza utile. Definendo quindi  $p$  la larghezza della pila si ottiene:

$$b = B - p \quad (2.29)$$

In cui  $b$  rappresenta la larghezza utile (con  $b < B$ ).

E' inoltre possibile definire il *rapporto di contrazione*:

$$r = \frac{b}{B} \quad (2.30)$$

E la portata unitaria (per unità di larghezza del canale):

$$q = \frac{Q}{B} \quad (2.31)$$

Se si fa l'ipotesi di moto uniforme (nel canale) e di energia ( $E$ ) costante nella sezione ristretta (si considera quindi trascurabile la dissipazione di energia) è possibile scrivere:

$$q = q(h; E = cost) \quad (2.32)$$

In cui si specifica la dipendenza di  $q$  dal tirante e dal livello di energia  $E$ . E' quindi possibile tracciare un grafico (figura 2.7) che mette in relazione il tirante e la portata unitaria ottenendo una curva che indica l'energia  $E$  (i due rami della curva identificano regimi di moto differenti, in particolare, il ramo superiore riguarderà correnti lente mentre quello inferiore correnti veloci).

Tale portata specifica, a causa del passaggio attraverso il restringimento dovuto alla presenza della pila, aumenta passando dal valore  $\frac{Q}{B}$  al valore  $\frac{Q}{b}$  ( $\frac{Q}{b} > \frac{Q}{B}$ ). Riportando questi valori nel grafico 2.7 è possibile osservare come, nel ramo superiore (e quindi in corrente lenta)  $h'_1$  (il tirante nella sezione ristretta) sia minore di  $h'_0$  (tirante di moto uniforme prima del restringimento). Viceversa, per le correnti veloci il tirante nella sezione con la pila ( $h''_1$ ) è maggiore di quello di moto uniforme ( $h''_0$ ). Nella figura 2.7 è inoltre rappresentato il profilo di moto per entrambi i casi descritti in cui sono visibili le diminuzioni e gli aumenti di tirante per passare da  $h'_0$  a  $h'_1$  (correnti lente) e da  $h''_0$  a  $h''_1$  (correnti veloci)

E' quindi possibile riassumere:

- **Correnti lente:**  $h'_1 < h'_0 \rightarrow$  Il tirante tende a diminuire
- **Correnti veloci:**  $h''_1 > h''_0 \rightarrow$  Il tirante tende ad aumentare

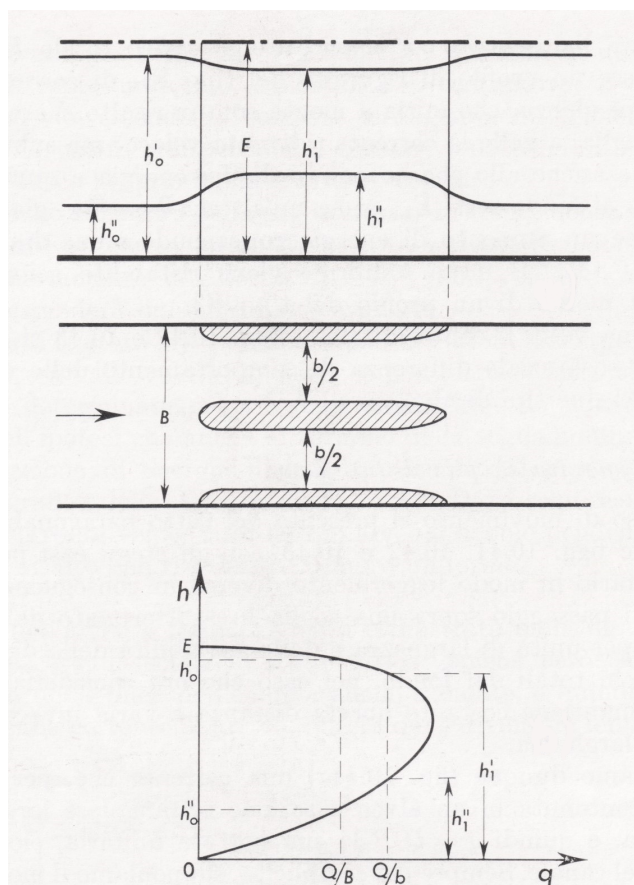


Figura 2.7: Profili di moto e curva dell'energia dovuta al passaggio attraverso una sezione con restringimento (pila di ponte)

*Immagine tratta dal libro "Idraulica", Citrini D, Nosedà G.*

Nel caso in cui la pila sia di grosse dimensioni e quindi il restringimento creato risulti rilevante, può succedere che la corrente in arrivo non disponga di energia sufficiente per oltrepassare l'ostacolo. E' possibile osservare tale circostanza nel grafico in figura 2.8 in cui  $Q/b$  non taglia la curva dell'energia che contraddistingue la corrente in arrivo  $E_0$ . Per consentire il passaggio interviene un rigurgito a monte del ponte. Attraverso tale innalzamento di tirante a monte si ottiene il recupero dell'energia necessaria all'attraversamento dell'ostacolo e la conseguente definizione di una nuova curva (sempre visibile nel grafico in figura 2.8) associata al livello di energia  $E_1$ . Si ottiene quindi, a monte del ponte,

una corrente con carico totale  $E_1 > E_0$  e precisamente pari al minimo valore di energia indispensabile per il superamento dell'ostacolo rappresentato dalla pile. Il passaggio tra le pile si realizza quindi con tirante corrispondente all'altezza critica  $k_1$ . L'energia minima  $E_1$  è calcolabile (in un alveo rettangolare) attraverso l'equazione 2.22 ( $E_{min} = \frac{3}{2}k$ ). Se si considera un alveo a debole pendenza il rigurgito così ottenuto si estende, idealmente, a monte fino all'infinito producendo un profilo di moto D1. Dopo aver attraversato lo stato critico fra le pile, la corrente diventa veloce subito a valle con altezza  $h_2$  (grafico in figura 2.8). Si produrrà quindi un profilo di moto di tipo D3 (di corrente veloce) che terminerà con un risalto a valle che permetterà alla corrente di tornare a raggiungere l'altezza di moto uniforme. Tale comportamento è descritto nello schema in figura 2.9. Il valore di altezza critica  $k_1$  è calcolabile per alvei rettangolari, attraverso la formula:

$$k_1 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} \quad (2.33)$$

Che differisce dalla 2.21 per l'uso al denominatore di  $b$ , la larghezza in cui può effettivamente passare la corrente al di sotto del ponte ( $b = B - p$ ), e non di  $B$  che invece indica la larghezza complessiva

dell'alveo. Essendo la base al denominatore, nell'equazione 2.33, al suo diminuire aumenta l'altezza di stato critico. Nella sezione contratta, l'altezza di stato critico, risulta quindi maggiore rispetto a quella calcolata nelle sezioni non ristrette. Questo risultato è riscontrabile nel grafico seguente (fig. 2.9) confrontando i valori di  $k_0$  e  $k_1$ .

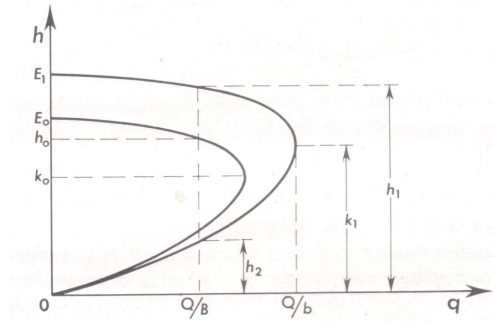


Figura 2.8: Curva dell'energia (passaggio attraverso le pile di un ponte) caso di energia non sufficiente (esempio con alveo a debole pendenza).

*Immagine tratta dal libro "Idraulica", Citrini D., Nosedà G. [1]*

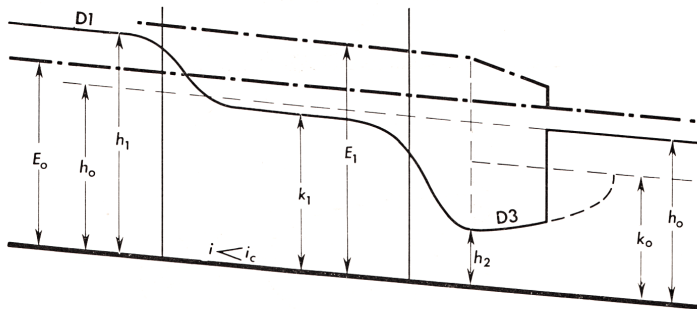


Figura 2.9: Profili di moto in un canale a debole pendenza che attraversa un ponte in condizioni critiche ("tipo B")

*Immagine tratta dal libro "Idraulica", Citrini D., Nosedà G. [1]*

Occorre quindi un metodo per capire se la corrente che si sta studiando passerà attraverso la sezione ristretta dalle pile con il contenuto minimo di energia (e quindi con tirante  $k$ ) o meno [4]. Per fare ciò si utilizzano le equazioni di bilancio dell'energia e di continuità applicate tra due sezioni poste una a valle ed una a monte della pila.

**Bilancio dell'energia:**

$$E_0 = E_1$$

$$h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = h_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$h_0 \left( 1 + \frac{v_0^2}{2gh_0} \right) = h_1 \left( 1 + \frac{v_1^2}{2gh_1} \right)$$

$$h_0 \left( 1 + \frac{Fr_0^2}{2} \right) = h_1 \left( 1 + \frac{Fr_1^2}{2} \right)$$

$$h_0 (2 + Fr_0^2) = h_1 (2 + Fr_1^2)$$

$$\frac{h_0}{h_1} = \frac{2 + Fr_1^2}{2 + Fr_0^2}$$

**Continuità** (Esempio in sezione rettangolare  $A = b.h$ ):

$$Q_0 = Q_1$$

$$v_0 b_0 h_0 = v_1 b_1 h_1$$

$$h_0 v_0 = h_1 v_1 \frac{b_1}{b_0} \quad \text{in cui} \quad r = b_1/b_0$$

sostituendo  $v = Fr\sqrt{gh}$  si ottiene:

$$h_0 Fr_0 \sqrt{gh_0} = h_1 Fr_1 \sqrt{gh_1} \frac{b_1}{b_0}$$

$$h_0^3 Fr_0^2 = h_1^3 Fr_1^2 r^2$$

$$r^2 = \frac{h_0^3 Fr_0^2}{h_1^3 Fr_1^2}$$

Combinando i risultati così ottenuti si ottiene:

$$r^2 = \frac{Fr_0^2(2 + Fr_1^2)^3}{Fr_1^2(2 + Fr_0^2)^3} \quad (2.34)$$

Se si considera poi che il passaggio attraverso la sezione contratta avvenga con lo stato critico e quindi:  $h_1 = k$  e  $Fr_1 = 1$ , si ottiene:

$$r^2 = 27 \frac{Fr_0^2}{(2 + Fr_0^2)^3} \quad (2.35)$$

Attraverso la relazione 2.35 è possibile ottenere il grafico in figura 2.10. Tale grafico è costituito da una curva "a campana" che divide lo spazio in 3 zone le quali danno informazioni sul tipo di moto che si instaura nella sezione contratta a causa della contrazione stessa.

- Zona A: La corrente in arrivo è lenta e passa al di sotto del ponte rimanendo lenta
- Zona B
  - B1: La corrente in arrivo è lenta, passa al di sotto del ponte attraversando lo stato critico e torna lenta
  - B2: La corrente in arrivo è veloce, passa al di sotto del ponte attraversando lo stato critico e torna veloce
- Zona C: La corrente in arrivo è veloce e passa al di sotto del ponte rimanendo veloce

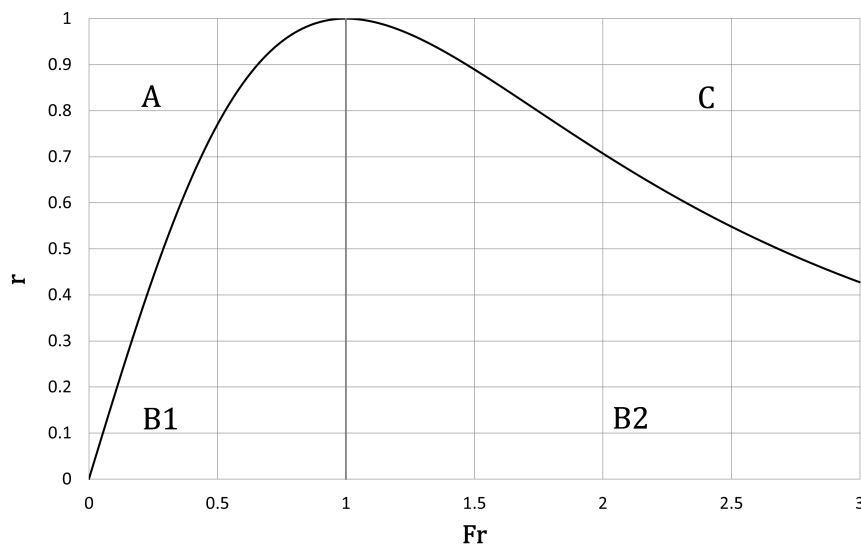


Figura 2.10: Grafico del parametro  $r$

Le tre zone identificate dal grafico 2.10 sono caratterizzate da regimi di moto differenti (come spiegato precedentemente la corrente in arrivo può essere lenta o veloce, attraversare la sezione contratta rimanendo tale o passando attraverso lo stato critico). Saranno, conseguentemente differenti anche i profili di moto che si instaureranno. Uno schema riassuntivo dei vari tipi di profili possibili è riportato in figura 2.11.

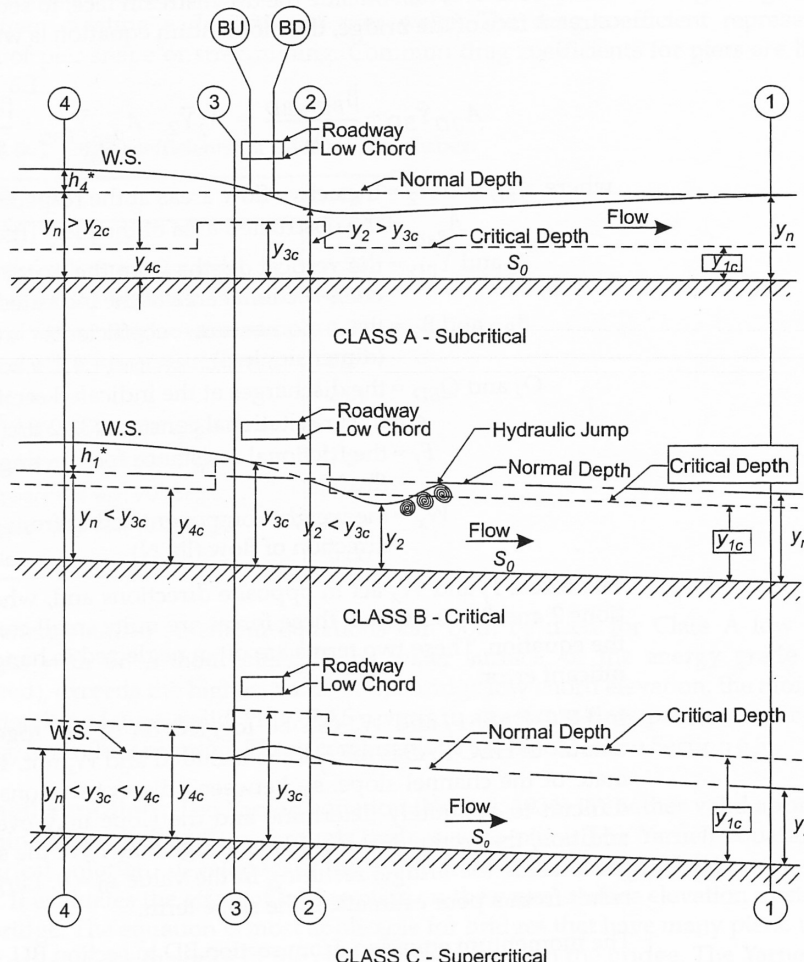


Figura 2.11: Grafico per la determinazione del dislivello tra monte e valle

*Immagine tratta dal libro "Floodplain modeling using HEC-RAS", McGraw-Hill Company*

Esiste anche l'eventualità che nella sezione ristretta dalle pile si instauri un moto in pressione e che quindi tutto lo spazio libero sotto il ponte venga riempito dall'acqua in arrivo. Occorre sempre controllare che questo fenomeno non si verifichi, sincerandosi di lasciare sempre al di sopra del pelo libero nella sezione ristretta un adeguato franco di sicurezza.

### 3 Software Hec-Ras

HEC-RAS (Hydrologic Engineering Center's River Analysis System) è un software open source sviluppato dall'Hydrologic Engineering Center (HEC) dell'US Army Corps of Engineers, che consente l'analisi idraulica di corsi d'acqua naturali e artificiali.

Il programma consente di modellare il moto della corrente in condizioni sia stazionarie che non stazionarie, ed è possibile utilizzare un approccio monodimensionale (1D) oppure bidimensionale (2D).

Oltre alla ricostruzione del profilo idraulico, HEC-RAS permette di simulare processi di trasporto solido dei sedimenti e fenomeni di trasporto in soluzione.

Il software dispone di un ambiente GIS (Geographic Information System) integrato denominato RAS Mapper, che consente di visualizzare i risultati delle simulazioni sulla topografia del DTM (digital terrain model) .

#### 3.1 Moto stazionario 1D

HEC-RAS consente di calcolare i profili idrici in moto uniforme e permanente, per regimi di moto supercritici, subcritici o misti, in alvei naturali o artificiali. Tale calcolo viene eseguito attraverso una procedura iterativa basata sulla risoluzione dell'equazione di bilancio energetico (eq. 3.1) tra sezioni consecutive:

$$z_2 + h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = z_1 + h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + h_e \quad (3.1)$$

In cui

- $\alpha_1, \alpha_2$ : coefficienti di ragguglio dell'altezza cinetica
- $h_e$ : perdite di carico tra le due sezioni.

La perdita di carico tra due sezioni trasversali è calcolata attraverso la relazione seguente (eq: 3.2):

$$h_e = L J + C \left( \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) \quad (3.2)$$

In cui si indica con  $L$  la lunghezza ponderata sulla portata e con  $C$  un coefficiente che indica l'espansione o la contrazione della corrente. In particolare, è possibile calcolare  $L$  attraverso l'equazione 3.3.

$$L = \frac{L_{lob}Q_{lob} + L_{ch}Q_{ch} + L_{rob}Q_{rob}}{Q_{lob} + Q_{ch} + Q_{rob}} \quad (3.3)$$

In cui i pedici "lob", "rob" e "ch" vengono usati per identificare lunghezze e portate riferite rispettivamente alla gola sinistra, alla gola destra ed all'alveo centrale (figura 3.1).

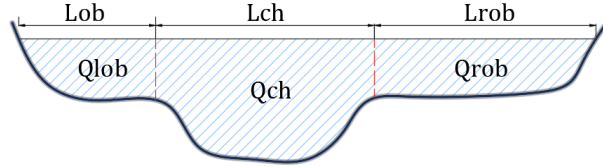


Figura 3.1: Identificazione golene e canale principale

Per quanto riguarda il coefficiente  $C$  si considera un valore nullo se non sono presenti variazioni significative della geometria delle sezioni e valori di 0,1 e 0,3 (rispettivamente per i coefficienti di contrazione e di espansione) se l'alveo presenta una graduale variazione delle sezioni. Il valore del coefficiente  $C$  può aumentare, fino ad un massimo di 1, in corrispondenza di variazioni brusche di sezione.

Per il calcolo della portata viene suddivisa ogni sezione in porzioni in cui è distribuita uniformemente la velocità. Il software utilizza, per suddividere le sezioni, i punti in cui varia il coefficiente di scabrezza di Manning e calcola le portate attraverso l'equazione 3.4, che rappresenta l'equazione di Manning (eq 2.15).

$$Q = K\sqrt{J} \quad (3.4)$$

In cui il termine  $K$  identifica la *convettanza* (più comunemente indicata in inglese come *conveyance*) e definita attraverso la relazione seguente (eq: 3.5):

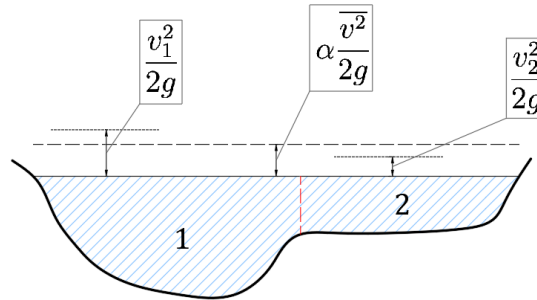
$$K = \frac{1}{n}AR_0^{\frac{2}{3}} \quad (3.5)$$

In ogni sezione, viene calcolata solo un'altezza idrica e quindi un unico carico totale in ciascuna sezione trasversale; L'energia cinetica è ottenuta come media dei valori calcolati per le sottosezioni (banchina sinistra, canale principale e banchina destra, come mostrato in figura 3.2) pesati sulla portata, attraverso un coefficiente  $\alpha$  (eq. 3.6):

$$\alpha \frac{\bar{v}^2}{2g} = \frac{Q_1 \frac{v_1^2}{2g} + Q_2 \frac{v_2^2}{2g}}{Q_1 + Q_2} \quad (3.6)$$

Il coefficiente  $\alpha$  viene valutato attraverso la seguente relazione (eq. 3.7)

$$\alpha = \frac{Q_1 v_1 + Q_2 v_2 + \dots + Q_n v_n}{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n} \quad (3.7)$$



$v_1$  : Velocità media sottosezione 1

$v_2$  : Velocità media sottosezione 2

Figura 3.2: Divisione di una sezione tipo in zone a velocità uniforme

### 3.1.1 Procedura computazionale

Per calcolare il tirante idrico, inizialmente incognito in ogni sezione, HEC-RAS impiega una procedura iterativa che risolve le equazioni di bilancio dell'energia e delle perdite di carico.

1. Viene ipotizzato un tirante di primo tentativo ed assegnato alla sezione di monte nel caso di correnti veloci o alla sezione di valle nel caso di correnti lente.
2. Il software, utilizzando il valore di tirante supposto, calcola i valori di altezza cinetica e conveyance.
3. Con i risultati ottenuti al punto precedente è possibile calcolare la cadente  $J$  e le perdite di carico  $h_e$ .
4. Attraverso l'equazione del bilancio energetico (eq. 3.1) si calcola un nuovo valore di tirante idrico.
5. Il tirante ottenuto al passo 4 viene confrontato con quello ipotizzato nel punto 1. Si ripete la procedura fino a convergenza, ci si arresta quindi solo quando la differenza tra i valori dei due tiranti confrontati non supera una tolleranza fissata (0,003 m). Il programma si arresta mostrando un messaggio di errore se la convergenza non è raggiunta entro 20 iterazioni (tale valore può essere modificato dall'utente).

### 3.2 Moto non stazionario 1D

Dato che nell'analisi in condizioni di moto stazionario, i termini che dipendono dal tempo non vengono considerati, HEC-RAS dà la possibilità di eseguire anche simulazioni in regime di moto non stazionario. Come illustrato nel paragrafo 2.2 le leggi fisiche che governano il moto dei fluidi sono il principio di conservazione della massa e il principio di conservazione della quantità di moto; tali equazioni vengono espresse matematicamente come equazioni alle derivate parziali (eq 2.4 e 2.5).

A differenza della metodologia descritta nel paragrafo 3.1 per il moto stazionario, in cui vengono trattate separatamente le aree golenali e l'alveo principale, per il moto non stazionario monodimensionale HEC – RAS combina le proprietà delle aree golenali con quelle dell'alveo principale.

Quando il problema viene trattato come non stazionario il software risolve un sistema di equazioni non lineari attraverso metodi iterativi, in particolare, viene impiegato uno schema implicito alle differenze finite.

La procedura più efficace ed accettata per risolvere le equazioni di flusso non stazionario monodimensionali è lo schema implicito a quattro punti, anche noto come *box scheme* (schema a scatola). Questo schema è basato su una discretizzazione a 4 nodi (figura 3.3) in cui le derivate vengono valutate in un punto  $(n + \theta \Delta_t)$  interno a quest'ultimi (da questo fatto deriva il nome "schema a scatola").

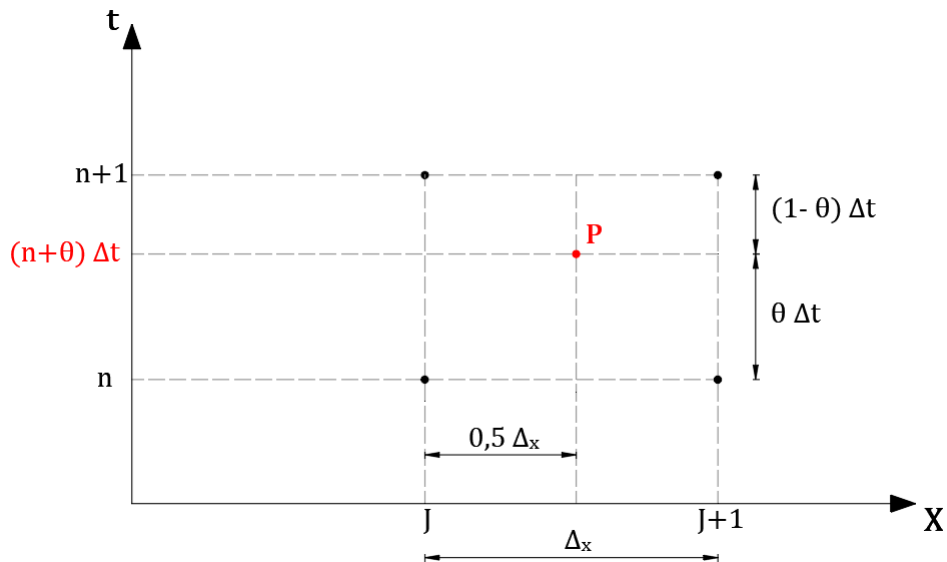


Figura 3.3: Schema di discretizzazione *box scheme*

Così facendo si ottiene, per un dato tratto di fiume, un sistema di equazioni che vengono risolte simultaneamente; tale aspetto (caratteristico di questo tipo di schematizzazione)

risulta importante in quanto consente alle informazioni provenienti dall'intero tratto di alveo considerato di influenzare la soluzione in qualsiasi punto. A causa di ciò, il passo di calcolo può essere significativamente maggiore rispetto agli schemi numerici espliciti. Le approssimazioni finora descritte sono riportate nelle equazioni seguenti:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{\Delta f_{j+1} + \Delta f_j}{2\Delta t} \quad \text{Derivata temporale} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(f_{j+1} - f_j) + \theta (\Delta f_{j+1} - \Delta f_j)}{\Delta x} \quad \text{Derivata spaziale} \quad (3.9)$$

Per valutare la stabilità<sup>1</sup> di questo schema sono state svolte delle analisi (Fread, 1974 e Liggett - Cunge, 1975) le quali mostrano che tale schema è incondizionatamente stabile<sup>2</sup> per  $0,5 < \theta \leq 1,0$ , condizionatamente stabile<sup>3</sup> per  $\theta = 0,5$  e instabile per  $\theta < 0,5$ . Per quanto riguarda invece la convergenza del metodo è stato dimostrato che gli errori di smorzamento numerico indotti dall'applicazione del metodo aumentano al diminuire del rapporto  $\lambda/\Delta_x$ , in cui  $\lambda$  rappresenta la lunghezza di un'onda nel sistema considerato. Per problemi in cui quest'ultima grandezza è sufficientemente maggiore rispetto alla distanza di discretizzazione spaziale  $\Delta_x$  (e quindi nella stragrande maggioranza dei casi riguardanti l'idraulica fluviale) la convergenza non rappresenta un problema rilevante. Nella pratica ci sono molti fattori che potrebbero influenzare il corretto funzionamento di tale schema, per esempio: bruschi restringimenti o allargamenti, presenza di strutture idrauliche come argini, ponti, briglie e sfioratori. Per questo motivo è sempre buona norma eseguire le opportune analisi di sensitività per avere contezza di quale parametro o elemento influisce maggiormente sui risultati.

### 3.2.1 Linearizzazione delle equazioni: metodo di Preissmann

Applicando direttamente lo schema implicito alle differenze finite, si ottiene un sistema di equazioni algebriche non lineari risolvibili attraverso tecniche di risoluzione iterativa tipo il metodo di *Newton - Raphson*. Come detto, però, risolvere direttamente questo tipo di equazioni può comportare dei problemi soprattutto in corrispondenza di discontinuità geometriche. A tal proposito esistono tecniche che permettono di ovviare questi problemi linearizzando le equazioni. La tecnica utilizzata da HEC-RAS è quella di Preissmann e

---

<sup>1</sup>Un algoritmo si dice stabile se l'errore di calcolo è piccolo e cioè dello stesso ordine di grandezza, rispetto all'errore macchina.

<sup>2</sup>Stabile solo se il passo di discretizzazione è sufficientemente piccolo

<sup>3</sup>La regione di stabilità dei metodi condizionatamente stabili è un sottoinsieme della regione di stabilità dei metodi incondizionatamente stabili.

Chen (1973). Alla base di tale metodo ci sono le seguenti ipotesi (*"HEC-RAS Hydraulic Reference Manual"* capitolo 4):

1. Se il prodotto  $f \cdot f$  è molto più grande di  $\Delta f \cdot \Delta f$ , allora si assume

$$\Delta f \cdot \Delta f = 0$$

2. Se  $g = g(Q, z_s)$ , la variazione  $\Delta g$  può essere approssimata con il primo termine dello sviluppo di Taylor, cioè

$$\Delta g_j \approx \left( \frac{\partial g}{\partial Q} \right)_j \Delta Q_j + \left( \frac{\partial g}{\partial z_s} \right)_j \Delta z_j. \quad (3.10)$$

3. Se il passo temporale  $\Delta t$  è sufficientemente piccolo, alcune grandezze possono essere trattate in modo esplicito; si assume quindi

$$h_j^{n+1} \simeq h_j^n, \quad \Delta h_j \simeq 0.$$

Le varie ipotesi vengono impiegate, di volta in volta, per approssimare termini diversi delle equazioni di continuità e di conservazione della quantità di moto. La lista dei termini approssimati è riportata nel capitolo 4: *"Theoretical Basis for One-Dimensional and Two-Dimensional Hydrodynamic Calculations"* del manuale *"HEC-RAS Hydraulic Reference Manual"* [8].

### 3.3 Modellazione monodimensionale di ponti in Hec-Ras

Considerando che, negli esempi svolti di seguito, avrà particolare rilevanza lo studio del comportamento delle correnti con presenza di pile di ponte in alveo, è opportuno introdurre brevemente le procedure che il software mette a disposizione per svolgere i calcoli in questa situazione. Per modellare correttamente gli effetti provocati da tali restringimenti in Hec-Ras occorre porre particolare attenzione al posizionamento delle sezioni di calcolo. In particolare occorre inserire:

- Una prima sezione sufficientemente a valle della struttura del ponte in modo da non risentire degli effetti della stessa (identificata nella figura 3.4 come sezione 2)
- Due sezioni poste una immediatamente a monte ed una immediatamente a valle del ponte che vengono identificate (nella figura 3.4) rispettivamente come sezione "BU" (*bridge upstream*) e "BD" (*bridge downstream*).
- Una quarta, ed ultima, sezione sufficientemente a monte rispetto alla sezione del ponte in modo da non essere influenzata dagli effetti provocati (identificata nella figura 3.4 come sezione 3).

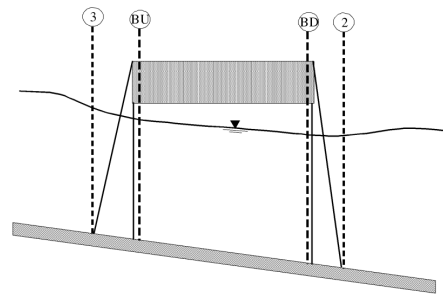


Figura 3.4: Nomenclatura, sezioni necessarie per la modellazione di un ponte su Hec-Ras

*Immagine tratta dal libro "Floodplain modeling using HEC-RAS", Haestad methods.*

Hec-Ras mette a disposizione, per i calcoli riguardanti il rigurgito provocato dall'inserimento di pile, tre diverse metodologie:

- **Standard Step Method.** Questo metodo si basa sull'equazione di moto permanente in alveo prismatico ed è applicabile, a rigore, a correnti gradualmente variate (Chow 1959). Il caso del passaggio attraverso le pile del ponte si discosta dalla precedente condizione essendo caratterizzato da zone in cui il flusso è rapidamente variato. Il metodo considera il ponte come una normale sezione trasversale sottraendo dall'area totale la parte occupata dalle pile sotto il pelo libero. Così facendo aumenta il perimetro bagnato in quanto occorre considerare anche la superficie di contatto tra acqua e pila. Le grandezze idrauliche vengono calcolate prima per la sezione di valle (2) e poi per quelle a monte (BD, BU e 3).

- **Formula di Yarnell.** Formulazione di tipo empirico, ottenuta a valle di più di 2600 esperimenti e che permette di ottenere il sovralzo a monte della corrente a seguito del restringimento di sezione dovuto ad un ponte. Hec-Ras ne consente l'utilizzo solo per moti in classe A (paragrafo 2.7). La formula è la seguente (3.11):

$$H_{3-2} = 2K(K + 10\omega - 0,6)(\alpha + 15\alpha^4)\frac{v^2}{2g} \quad (3.11)$$

In cui  $K$  è un coefficiente da scegliere in base alla forma delle pile,  $v$  è la velocità nella sezione di valle (sezione 2),  $\alpha$  il rapporto tra l'area ostruita dalle pile nella sezione di valle e l'area totale disponibile al deflusso e  $\omega$  il rapporto tra altezza cinetica e tirante di valle. Come si può osservare dalla formula, il risultato dipende solo dalla forma delle pile, dall'area che queste ostruiscono e dalla velocità della corrente e non dalla forma dell'apertura del ponte, dalla forma delle spalle o dalla larghezza del ponte. Quando si è interessati a modellare gli effetti di queste grandezze non è quindi consigliabile utilizzare questa formulazione che andrebbe invece impiegata solo quando si considera che le perdite maggiori siano causate dalle pile.

- **del bilancio della quantità di moto.** Noto anche come *metodo del momento*. Si basa sull'applicazione del bilancio della quantità di moto tra la sezione 2 e la sezione 3. Tale bilancio viene eseguito in tre passaggi distinti, tra le sezioni: 2 e BD, BD e BU, BU e 3. Nel primo intervallo il bilancio della quantità di moto può essere espresso attraverso l'equazione 3.12. Il secondo passaggio (bilancio esteso tra le sezioni BD e BU) è scritto analogamente al primo (eq.3.13). L'ultimo passaggio (tra le sezioni BU e 3) invece, prevede l'aggiunta di un termine che rappresenti la perdita di quantità di moto dovuta alla presenza delle pile (eq.3.14).

$$Q(\beta_{BD}v_{BD} - \beta_2v_2) + g\bar{A}(Z_{BD} - Z_2) = -g\bar{A}\bar{J}L \quad (3.12)$$

$$Q(\beta_{BU}v_{BU} - \beta_{BD}v_{BD}) + g\bar{A}(Z_{BU} - Z_{BD}) = -g\bar{A}\bar{J}L \quad (3.13)$$

$$Q(\beta_3v_3 - \beta_{BU}v_{BU}) + g\bar{A}(Z_3 - Z_{BU}) = -g\bar{A}\bar{J}L - \frac{1}{2}C_D A_{PB} v_3^2 \quad (3.14)$$

dove:

- $\beta_3, \beta_{BU}, \beta_{BD}, \beta_2$ : coefficienti di distribuzione della velocità;
- $v_3, v_{BU}, v_{BD}, v_2$ : velocità medie nelle sezioni 3, BU, BD e 2;
- $Z_3, Z_{BU}, Z_{BD}, Z_2$ : quote del pelo libero nelle sezioni 3, BU, BD e 2;
- $\bar{A}$ : area media della sezione;

- $L$ : lunghezza del tratto considerato.
- $C_D$ : coefficiente di resistenza (drag coefficient) delle pile;
- $A_{P_{BU}}$ : area frontale delle pile (nella sezione BU);

Si riportano, per completezza, i valori indicati nel manuale del software per i coefficienti  $K$  del metodo di Yarnell e  $C_D$  per il metodo del bilancio di quantità di moto (tabella 3.1).

<b>Forma della pila</b>	<b>Coefficiente <math>K</math></b>
Prua e coda semicircolari	0.90
Pile gemelle con diaframma di collegamento	0.95
Pile gemelle senza diaframma	1.05
Naso e coda triangolari a 90°	1.05
Naso e coda quadrati	1.25
Traliccio a dieci pali	2.50
<b>Forma della pila</b>	<b>Coefficiente <math>C_D</math></b>
Pila circolare	1.20
Pila allungata con estremità semicircolari	1.33
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 2:1	0.60
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 4:1	0.32
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 8:1	0.29
Pila a prua quadrata	2.00
Pila a prua triangolare con angolo di 30°	1.00
Pila a prua triangolare con angolo di 60°	1.39
Pila a prua triangolare con angolo di 90°	1.60
Pila a prua triangolare con angolo di 120°	1.72

Tabella 3.1: Coefficienti  $K$  e  $C_D$  [7]

## 4 Analisi riguardo l'effetto della presenza di ponti sul deflusso della corrente in alvei prismatici

Per approfondire il funzionamento del software ed acquisire dimestichezza con i comandi, sono stati realizzati alcuni esempi di calcolo, modellando situazioni in cui è possibile conoscere la soluzione analitica. Si ha quindi l'opportunità di confrontare i risultati ottenuti dai calcoli svolti attraverso l'uso del software con quelli ottenuti analiticamente. In questa fase si è posta particolare attenzione ad esempi che prevedessero la modellazione di alvei in cui è presente una pila di ponte. Si fa quindi riferimento al paragrafo 2.7 per i riscontri teorici ed al paragrafo 3.3 per le indicazioni riguardanti la modellazione dei ponti attraverso il software. Sono stati sviluppati 5 esempi così definiti:

- Esempio 1: Canale rettangolare in moto uniforme
- Esempio 2: Utilizzando la stessa geometria dell'*esempio 1*, aggiungendo una pila di ponte e producendo un moto di tipo B1: corrente strozzata (vedi figura 2.10)
- Esempio 3: Nuovamente un canale rettangolare ma con geometria differente dagli esempi precedenti e con una pila che produce l'effetto di un moto di tipo A (corrente non strozzata, vedi figura 2.10)
- Esempio 4: Canale trapezio con golene e pila. Questo esempio viene sviluppato per simulare un canale più simile ad un alveo naturale. Vengono quindi ripetute le simulazioni degli esempi precedenti ma impiegando una sezione trapezia con golene. Utilizzando questo tipo di geometria non è più possibile ottenere un confronto con la formulazione teorica (in quanto le formulazioni analitiche sono sviluppabili solo per la sezione rettangolare). In questo esempio sono state inoltre confrontate simulazioni di tipo stazionario e non stazionario e si è svolta un'analisi di sensitività sul parametro  $C_D$  (coefficiente di drag) per capire come quest'ultimo influenzi i risultati ottenuti.
- Esempio 5: Sezione trapezia con ponte munito di spalle. Viene utilizzata la medesima sezione dell'esempio precedente (trapezia con golene e pila di ponte in alveo) ma si modellano anche le "spalle" del ponte ponendo particolare attenzione al posizionamento delle sezioni di calcolo a monte e a valle del ponte stesso.

## 4.1 Esempio 1

In questo esempio è stato modellato un canale di forma rettangolare con corrente in moto uniforme e con geometria e portata assegnate (tabella 4.1):

Parametro	Simbolo	Valore	Unità
Coefficiente di scabrezza di Manning	$n$	0,01	$m^{-1/3}s$
	$1/n$	100,00	$m^{1/3}/s$
Lunghezza alveo	$L$	10000	m
Pendenza	$i$	0,00035	$m/m$
Larghezza alveo	$B$	12,00	m
Portata	$Q$	30,00	$m^3/s$

Tabella 4.1: Geometria 1

Non essendo presenti complicazioni geometriche (come avverrà negli esempi successivi in cui, verranno introdotte le pile), ci si è limitati al calcolo analitico di alcune grandezze da confrontare con i risultati forniti dal software. Il calcolo del moto uniforme risulta comunque importante in quanto permette di verificare la correttezza di utilizzo del software, a partire dall'inserimento dei dati. Le grandezze calcolate sono:

- **Altezza di moto uniforme** ( $h_0$ ), risolvendo iterativamente (attraverso per esempio il comando "ricerca obiettivo" di Excel) la formula 2.15 ( $Q_{(h_0)} = \frac{1}{n} A_{(h_0)} R_{0(h_0)}^{2/3} \sqrt{i}$ ).
- **Altezza di stato critico** ( $k$ ), attraverso la relazione 2.21 ( $k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}}$ )
- **Velocità della corrente** ( $v$ ), attraverso il rapporto tra portata e area bagnata ( $A = B \cdot h_0$ )

Vista la semplicità dell'esempio i risultati analitici e quelli forniti dal software coincidono perfettamente.

Attraverso i risultati appena ottenuti è possibile determinare l'area e il perimetro bagnato, nonché il raggio idraulico. È inoltre possibile ricavare la pendenza critica e il numero di Froude, rispettivamente attraverso le equazioni 2.23 e 2.3. Confrontando la pendenza critica appena calcolata con quella naturale dell'alveo il canale considerato risulta a *debole pendenza*. In numero di Froude risulta infatti minore di uno, indicando quindi una *corrente lenta*. Tutti i risultati ottenuti sono riportati in tabella 4.2.

Altezza di moto uniforme	$h_0 = 1,29$	$m$
Altezza di stato critico	$k = 0,86$	$m$
Velocità della corrente	$v_0 = 1,94$	$m/s$
Area bagnata	$A = 15,43$	$m^2$
Raggio idraulico	$R_0 = 1,06$	$m$
Perimetro bagnato	$P_0 = 14,57$	$m$
Pendenza critica	$i_c = 0,00123$	$m/m$
Numero di Froude	$Fr = 0,55$	$-$

Tabella 4.2: Risultati esempio 1

Attraverso Hec-Ras è inoltre possibile ricostruire il profilo di moto (figura: 4.1). In questo caso, essendo in moto uniforme, il pelo libero risulta parallelo al fondo. Per discretizzare il problema si sceglie di inserire una sezione di calcolo ogni 100 m. Riguardo al grafico (4.1) occorre precisare che le scale di rappresentazione sugli assi x e y sono diverse: in x viene rappresentato lo sviluppo longitudinale del corso d'acqua che spesso ha ordini di grandezza che variano tra le centinaia e le migliaia di metri, sull'asse delle ordinate invece vengono rappresentate le quote altimetriche, che spesso hanno grandezze dell'ordine di alcuni metri. La grossa differenza di ordine di grandezza delle due variabili considerate impone quindi l'uso di due scale diverse consentendo quindi di apprezzare le variazioni di entrambe le grandezze.

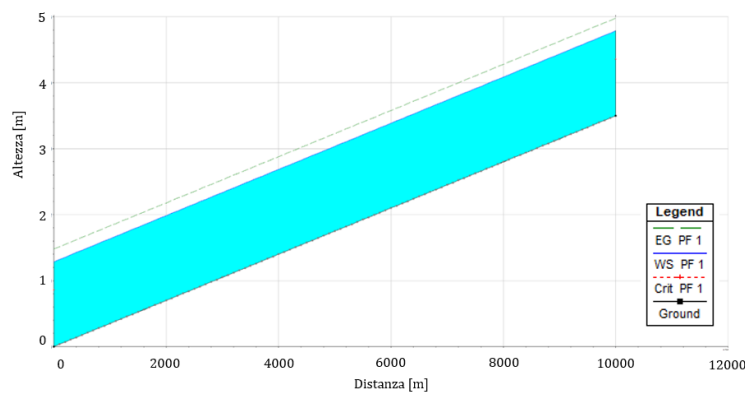


Figura 4.1: Profilo di moto, esempio 1

## 4.2 Esempio 2

Per questo esempio si fa riferimento alla geometria descritta per l'esempio 1 (tabella 4.1) con l'aggiunta di una pila di ponte nel centro della sezione 500. Ciò significa che la pila si trova nel tratto finale del canale esaminato (precisamente a 500 m dalla fine del canale). Questa scelta nasce dalla necessità di visualizzare correttamente il profilo di rigurgito che si forma a monte del ponte. Poiché il caso in esame è in corrente lenta, la singolarità (pila) genera un disturbo della corrente verso monte. Come nell'esempio precedente, il problema viene discretizzato assumendo una sezione di calcolo ogni 100 m.

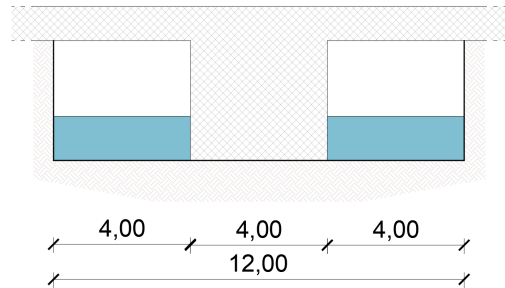


Figura 4.2: Sezione 500, geometria della pila di ponte inserita

I dati che riguardano la geometria della pila inserita sono riassunti nella tabella 4.3, in cui, la larghezza libera è stata ottenuta semplicemente per differenza tra la larghezza totale dell'alveo e la larghezza della pila, il rapporto di contrazione è calcolato attraverso la relazione 2.30 e il coefficiente di ingombro  $\alpha$  è definito come uno meno il rapporto di contrazione ( $1 - r$ ).

Parametro	Simbolo	Valore	Unità
Larghezza pila	$p$	4	m
Lunghezza pila	$l_p$	6	m
Larghezza libera	$b$	8	m
Rapporto di contrazione	$r$	0.67	-
Coefficiente di ingombro	$\alpha$	0.33	-

Tabella 4.3: Geometria della pila, esempio 2

Conoscendo il numero di Froude della corrente indisturbata (0,55 calcolato nel paragrafo 4.1) e il rapporto di contrazione è possibile utilizzare il grafico 2.10 per capire che tipo di moto si instaura nell'alveo a causa della presenza del restringimento dovuto alla pila. Si ottiene quindi il grafico il figura 4.3 in cui la coppia di valori  $Fr/r$  identifica un punto nella zona B1. Si tratta quindi di un caso in cui la corrente in arrivo è lenta, passa al di sotto del ponte attraversando lo stato critico e torna lenta dopo il passaggio dal restringimento. In

questo esempio si è interessati a calcolare l'altezza d'acqua nella sezione immediatamente a monte della pila e quindi a confrontarla con quanto calcolato dal software.

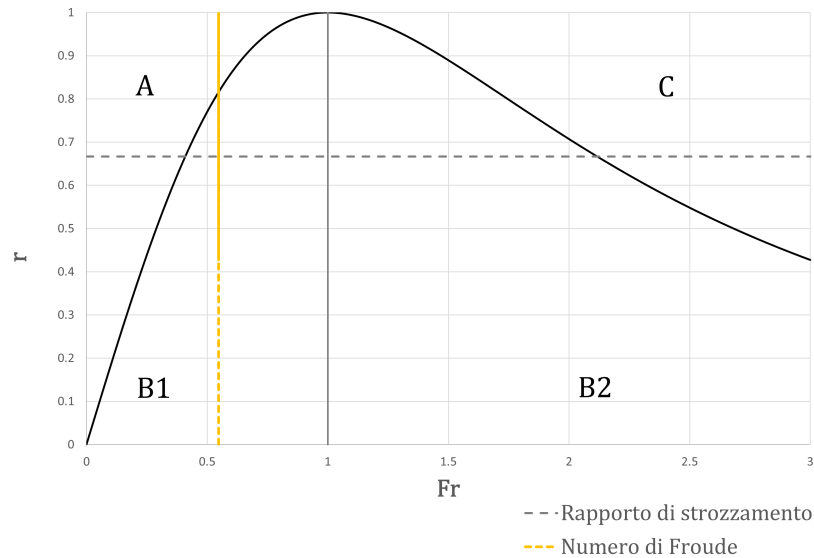


Figura 4.3: Identificazione del regime di moto, esempio 2

Il calcolo di tale altezza passa attraverso la costruzione della curva dell'energia (grafico  $q/h$ ) come trattato nel paragrafo 2.7. Preliminarmente alla costruzione di tale curva è necessario calcolare alcune grandezze riferite alla sezione contratta in quanto, in tale sezione, il passaggio avviene con altezza uguale allo stato critico e con una larghezza utile ridotta e pari a  $b$  (e non più a  $B$ ). L'altezza di stato critico è calcolata attraverso la relazione 2.21 (utilizzando la base ridotta  $b$ ) in quanto si sta trattando un canale rettangolare. Essendo quindi differente il tirante e la base, occorre ricalcolare l'area bagnata, il perimetro bagnato, il raggio idraulico, e la velocità. I valori calcolati sono riassunti nella tabella seguente (4.4)

Altezza di stato critico	$k_{500}$	=	1,13	$m$
Area bagnata	$h_{500}$	=	9,02	$m^2$
Perimetro bagnato	$P_{500}$	=	0,72	$m$
Raggio idraulico	$R_{500}$	=	0,72	$m$
Velocità critica	$v_c$	=	3,33	$m/s$

Tabella 4.4: Calcoli nella sezione contratta (sezione 500)

A questo punto è possibile calcolare tre diverse energie riferite alla corrente in esame:

- $\mathbf{E}_0$ : l'energia posseduta dalla corrente in moto uniforme, calcolata quindi come se la pila non fosse stata inserita. Tale calcolo si effettua attraverso l'equazione 2.16 ( $E_0 = h_0 + \frac{v_0^2}{2g}$ ).
- $\mathbf{E}_{min}$ : l'energia minima richiesta per il passaggio attraverso la sezione contratta, e cioè quella associata al tirante  $k$ , è calcolabile attraverso l'equazione 2.22 ( $E_{min} = \frac{3}{2}k$ ).
- $\mathbf{E}_m$ : l'energia di monte e cioè quella che la corrente possiede nella sezione immediatamente precedente al ponte. Per la stima di tale valore di energia si sono seguite due diverse schematizzazioni:
  1. Schematizzazione proposta nel libro "*idraulica*" (Citrini e Nosedà, 1975 [1]) in cui il livello di energia di monte è considerato uguale a quello che si instaura nel passaggio tra le pile e quindi uguale all'energia minima, calcolata al punto precedente (si presuppone quindi che le perdite di carico siano trascurabili nella zona in cui il flusso è accelerato). Lo schema in figura 2.9 riporta un andamento qualitativo della linea dell'energia in questo caso.
  2. Schematizzazione reperita nelle "*slide del corso di idraulica applicata*" (Ciaponi, 2024 [2]). In questo caso vengono considerate delle ulteriori perdite generate dalla presenza della pila. Vengono quindi sommate, all'energia della corrente nella sezione della pila ( $E_{min}$ ), le perdite di carico  $\Delta H$  che vengono calcolate attraverso il termine  $c\frac{v_c^2}{2g}$  in cui il coefficiente  $c$  varia in funzione della forma della pila considerata. Si utilizza per coefficiente  $c$  il valore 0,35 reperito in letteratura [2] per le pile di forma rettangolare.

I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella seguente (4.5):

$E_0$	1,48	$m$	
$E_{min}$	1,69	$m$	
$E_m$	1,69	$m$	(schematizzazione 1)
$E_m$	1,89	$m$	(schematizzazione 2)

Tabella 4.5: Valori delle energie (esempio 2)

Si calcolano quindi le portate unitarie  $Q/B$  e  $Q/b$  (eq.2.31) riferite quindi sia alle sezioni libere che a quella ristretta dalla pila ottenendo quanto riassunto in tabella 4.6.

Q/B	2,50	$m^2/s$
Q/b	3,75	$m^2/s$

Tabella 4.6: Valori di Q/B e Q/b (esempio 2)

A partire dalla definizione di portata unitaria (eq. 2.31), ricordando che la portata è definita come prodotto di velocità ed area e facendo le opportune sostituzioni nella formula dell'energia (eq. 2.16) si ottiene una formulazione (valida solo per canali rettangolari) della portata specifica  $q$  (definita nel paragrafo 2.7):

$$q = \sqrt{2gh^2(E - h)} \quad (4.1)$$

Attraverso tale relazione è possibile tracciare tre diverse curve nel piano  $h - q$  riferite ai tre contenuti di energia calcolati precedentemente. Dal grafico così ottenuto (figura 4.5) è possibile notare come la retta verticale coincidente con il valore di portata specifica  $Q/b$  non tagli la curva riferita al contenuto di energia di moto uniforme (energia della corrente calcolata come se la pila non ci fosse). Questo fatto sottolinea come la corrente considerata non abbia sufficiente energia per oltrepassare l'ostacolo rappresentato dalla pila. Per permettere il passaggio nella sezione ristretta interviene quindi un rigurgito che consente di recuperare a monte l'energia appena necessaria per il superamento della pila in condizioni critiche. Questo livello di energia è rappresentato da  $E_{min}$ . La curva riferita a questo contenuto di energia è perfettamente tangente alla verticale  $Q/b$ . La perfetta tangenza sottolinea come venga recuperata l'esatta quantità di energia necessaria al passaggio.

Per il calcolo del tirante di monte, se si segue la *schematizzazione 1*, è sufficiente individuare l'intersezione (sul ramo superiore, di corrente lenta) tra quest'ultima curva e la retta che identifica la sezione non contratta  $Q/B$ . Tale intersezione, calcolata analiticamente, risulta pari a 1,56 m.

Per quanto riguarda invece la *schematizzazione 2* è possibile tracciare la curva riferita all'energia nella sezione immediatamente a monte della pila attraverso la relazione 4.1 utilizzando come valore di energia quello calcolato considerando il termine di perdita  $c\frac{v_c^2}{2g}$  (con  $c = 0,35$ ) ovvero  $E_m$  (1,89 m). In questo caso, il tirante di monte è rappresentato graficamente dall'intersezione (sempre sul ramo superiore di corrente lenta) tra la retta riferita a  $Q/B$  e la curva dell'energia di monte (punto rosso nel grafico in figura 4.5). E' quindi possibile calcolare analiticamente anche questa intersezione ottenendo come tirante di monte il valore di 1,78 m.

Come ulteriore riscontro teorico si è impiegato il grafico in figura 4.4 tratto dal manuale "Open-Channel Hydraulics" (Ven Te Chow, 1959 [5]) in cui sulle ordinate è presente il rapporto tra:  $h^*$  che indica il dislivello tra altezza di monte e altezza di valle e  $y_3$  che rappresenta invece il tirante di valle (vedi schema in figura 4.4). Il valore delle ascisse rappresenta il rapporto tra due numeri di Froude, in particolare, vengono rapportati il numero di Froude della sezione a valle del ponte ( $F_3$ ) e quello, nella medesima sezione (di valle), che garantisce il passaggio attraverso le pile di ponte in condizioni critiche (che permette quindi di ottenere  $Fr = 1$  nella sezione ristretta) indicato con  $F_{3L}$ . Avendo analizzato il problema attraverso lo schema 4.3 e quindi essendo certi che il passaggio attraverso la sezione ristretta avverrà con altezza di stato critico si conclude che il rapporto  $F_3/F_{3L}$  sia uguale ad uno. Nel grafico sono proposte diverse curve che si differenziano in base alla forma della pila che si intende considerare. Nel caso in esame si sta facendo riferimento (come descritto dalla geometria in figura 4.2) ad una pila di forma rettangolare. Scelta quindi la curva corretta è possibile utilizzare il grafico nella maniera visibile nella figura 4.4 ottenendo  $\frac{h^*}{y_3} = 0,18$  e conseguentemente  $h^*$  (dislivello tra tirante di monte e tirante di valle). Sommando  $h^*$  al valore del tirante di valle si ottiene un'altezza di monte pari a 1,52 m. Il valore ottenuto è quindi confrontabile (con un errore del 3%) a quanto ottenuto dai calcoli nella "schematizzazione 1" e conferma quindi (al netto dell'accuratezza di un metodo grafico) questo risultato. Il tirante ottenuto è indicato in figura 4.5 con un punto azzurro.

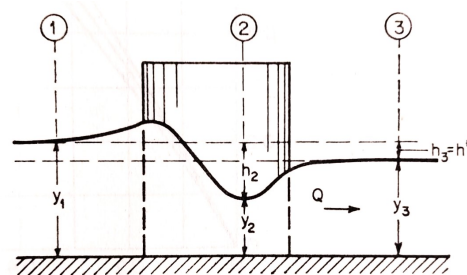
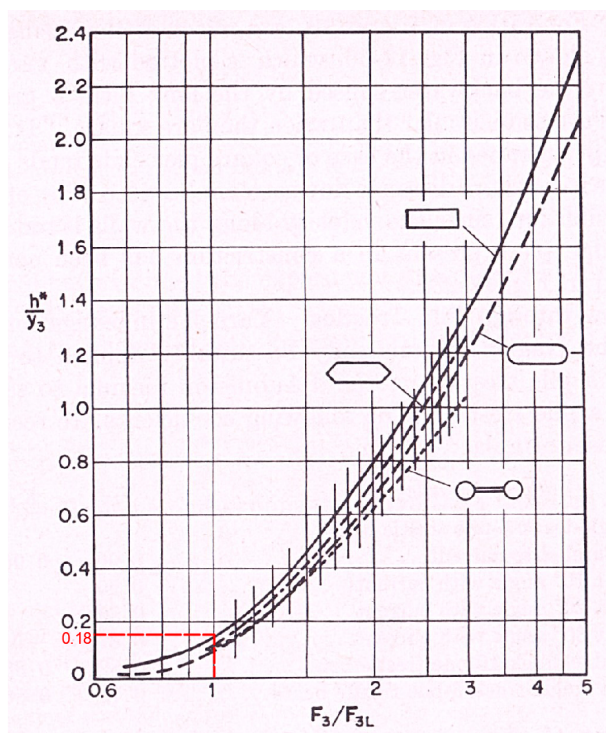


Figura 4.4: Grafico per il calcolo del dislivello tra monte e valle in una sezione ristretta da una pila di ponte

Immagine tratta dal libro "Open-Channel Hydraulics", Haestad methods

Si procede quindi ad eseguire i calcoli attraverso Hec-Ras ed al successivo confronto con quanto ottenuto dalla teoria. A tale scopo, vengono inserite, nel software, sezioni immediatamente a valle e immediatamente a monte del ponte, come spiegato nel paragrafo 3.3, a distanza di un metro dal ponte stesso. Le simulazioni vengono eseguite sia in modalità "subcritica" che "mista". Nel primo caso il software impone che il flusso sia subcritico in ogni punto; non è quindi possibile visualizzare tratti di corrente veloce e, di conseguenza, ottenere un profilo simile a quanto descritto nella teoria (figura 2.9). Con la modalità mista è invece possibile visualizzare correttamente il risalto. I profili ottenuti sono riportati in figura 4.6. Il tirante di monte ottenuto attraverso i calcoli in cui si impone un regime di tipo subcritico è di 1,59 m (indicato con un punto giallo nel grafico in figura 4.5), quello ottenuto con la modalità di calcolo mista 1,56 m (indicato con un punto verde nel grafico in figura 4.5) e coincidente con il risultato della schematizzazione 1. I tiranti di monte ottenuti con i diversi metodi sono elencati in tabella 4.7.

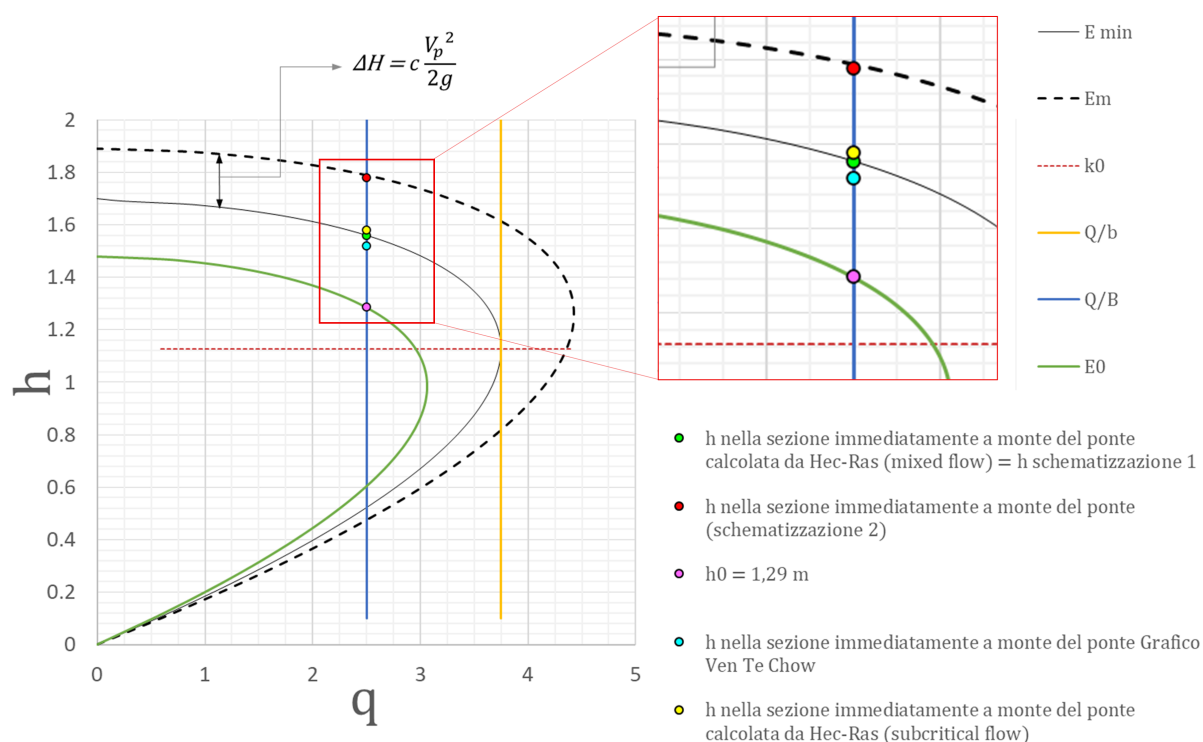


Figura 4.5: Curve dell'energia, esempio 2

Come anticipato il confronto tra i profili ottenuti è riportato in figura 4.6 in cui è possibile apprezzare come il profilo calcolato attraverso la modalità subcritica (che in figura è rappresentato dal tratto rosso) tocchi lo stato critico in corrispondenza della pila ma non lo attraversi in nessun punto. Nel profilo ottenuto applicando la modalità mista,

invece, si osserva l'abbassamento del profilo al di sotto del tirante di stato critico e il conseguente profilo D3 raccordato a valle da un risalto (profilo blu in figura 4.6).

Metodo di calcolo	h [m]
Hec-Ras (mixed flow)	1,56
Schematizzazione 1	1,56
Hec-Ras (subcritical flow)	1,58
Schematizzazione 2	1,78
Grafico Ven Te Chow	1,52

Tabella 4.7: Confronto tra i tiranti di monte calcolati

Il tirante calcolato in modalità mista risulta identico a quello calcolato dagli sviluppi teorici attraverso l'intersezione della curva associata al livello  $E_{min}$  mentre quello calcolato attraverso la modalità subcritica leggermente sovrastimato. Il profilo ottenuto è inoltre più coerente con la teoria del problema se lo si ottiene attraverso la modalità di calcolo mista. Si conclude quindi che, per questo tipo di problema, è più corretto svolgere i calcoli, attraverso il software, in modalità mista.

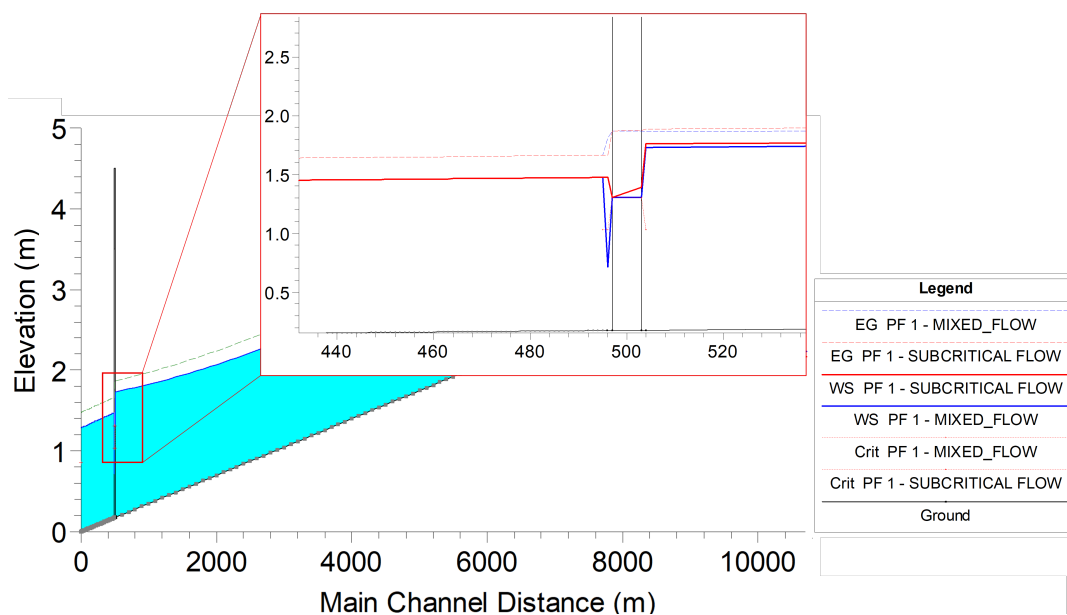


Figura 4.6: Profilo di moto, esempio 2

La differenza tra il valore del tirante di monte calcolato attraverso la "schematizzazione 2" e quello ottenuto dal software non è trascurabile (di circa 20 cm e quindi uno scarto

percentuale di circa il 14 %). Questa differenza è imputabile alla differenza di approccio che si impiega utilizzando i due metodi. Nella teoria (*schematizzazione 2*), infatti, si opera un bilancio di energia tra le sezioni di monte e valle calcolando il termine di perdita attraverso una formula empirica che utilizza un coefficiente scelto dall'utente. Il software risolve invece il sistema di equazioni del moto (2.4 e 2.5).

Si conclude quindi che i risultati ottenuti attraverso il software sono più coerenti con quanto descritto nella schematizzazione 1 rispetto alla 2 osservando che le perdite di carico tra monte e valle possono essere trascurate. Si è inoltre evidenziata maggiore coerenza con la trattazione teorica se si svolgono simulazioni in modalità mista.

### 4.3 Esempio 3

L'esempio 3 tratta, come l'esempio 2, un canale di forma rettangolare in cui è stata inserita una pila di ponte. Tuttavia, in questo esempio, si sono apportate alcune modifiche alla geometria del canale e della pila per ottenere il passaggio attraverso la sezione ristretta di una corrente che in arrivo sia lenta, che resti lenta anche al di sotto del ponte e a valle dello stesso producendo quindi gli effetti di un moto di tipo A. Tutti i dati relativi alla nuova geometria sono riportati nella tabella seguente (4.8):

Parametro	Simbolo	Valore	Unità
Coefficiente di scabrezza di Manning	$n$	0,03	$m^{-1/3}s$
	$1/n$	33,33	$m^{1/3}/s$
Lunghezza alveo	$L$	10000	m
Pendenza	$i$	0,0001	$m/m$
Larghezza alveo	$B$	12,00	m
Portata	$Q$	20,00	$m^3/s$
Larghezza pila	$p$	2,5	m
Larghezza libera	$b$	9,5	m
Rapporto di contrazione	$r$	0.79	-
Coefficiente di ingombro	$\alpha$	0.21	-

Tabella 4.8: Geometria 3

Con i dati descritti è quindi possibile calcolare (tabella 4.9):

Altezza di moto uniforme	$h_0$	=	3,10	$m$
Altezza di stato critico	$k$	=	0,66	$m$
Velocità della corrente	$v_0$	=	0,54	$m/s$
Area bagnata	$A$	=	37,24	$m^2$
Raggio idraulico	$R_0$	=	2,05	$m$
Perimetro bagnato	$P_0$	=	18,21	$m$
Numero di Froude	$Fr$	=	0,097	-

Tabella 4.9: Risultati esempio 3

Come per l'esempio precedente, conoscendo il rapporto di contrazione ( $r$ ) e il numero di Froude ( $Fr$ ) è possibile tracciare il grafico "a campana" descritto nel paragrafo 2.7. Si ottiene quindi il grafico in figura 4.7 in cui è facile riscontrare come l'esempio tratterà di un moto di tipologia A.

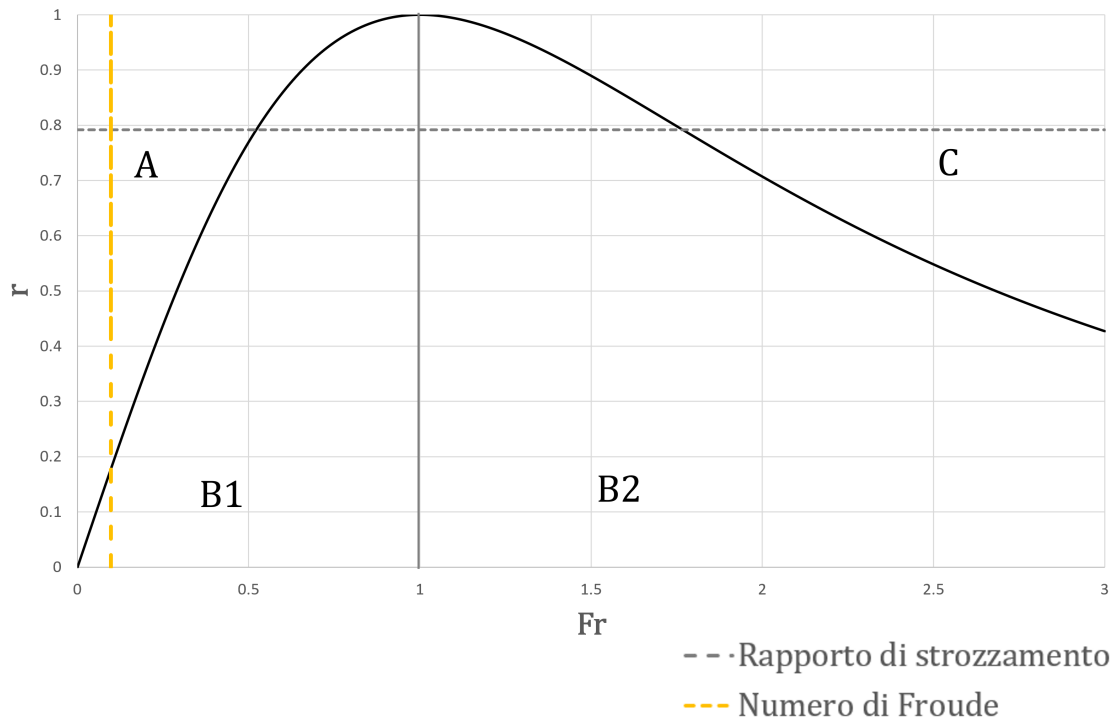


Figura 4.7: Identificazione del regime di moto, esempio 3

Trattandosi appunto di un caso di tipo A il tirante nella sezione contratta non è quello critico, è possibile quindi evitare lo sviluppo dei calcoli svolti in tabella 4.4 per l'esempio 2. Si procede invece, come per l'esempio 2, al calcolo dei valori  $Q/b$  e  $Q/B$  ottenendo:

$$\begin{aligned} Q/B & 1,67 \quad m^2/s \\ Q/b & 2,11 \quad m^2/s \end{aligned}$$

Tabella 4.10: Valori di  $Q/B$  e  $Q/b$  (esempio 3)

E' a questo punto possibile tracciare il grafico della portata specifica nel piano  $h - q$  (figura 4.8) utilizzando, come per l'esempio 2, la formula 4.1 dell'energia specifica. Nel grafico 4.8 è facile notare come, a differenza dell'esempio 2, la retta associata al valore  $Q/b$  tagli la curva dell'energia.

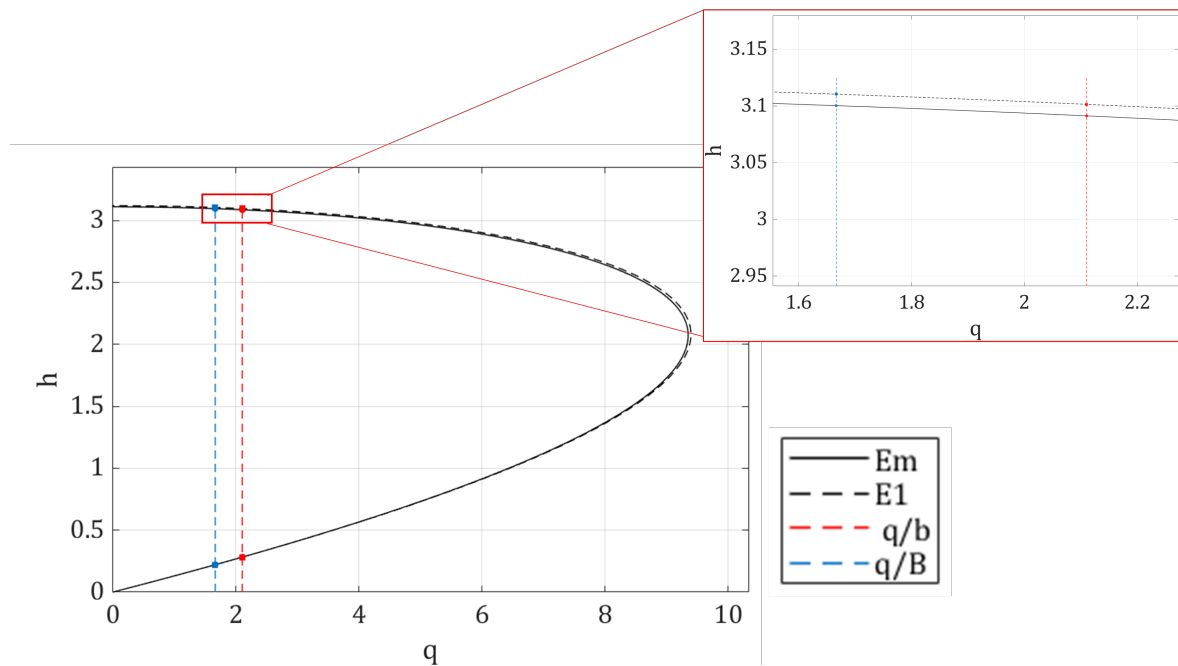


Figura 4.8: Curve dell'energia, esempio 3

In questo caso quindi, l'energia posseduta dalla corrente in arrivo è sufficiente per il passaggio attraverso la sezione con la pila. A valle della pila l'altezza della corrente è quella di moto uniforme (trattandosi di moto in corrente lenta la pila esercita effetto sul tratto di monte). E' quindi possibile calcolare l'altezza d'acqua a monte della pila sommando l'altezza di moto uniforme (a valle) alle perdite generate dalla pila stessa. Tale perdita è stimata, per esempio, (trattandosi di un caso di tipo A) attraverso la formula di Yarnell (eq. 3.11:  $H_{3-2} = 2K(K + 10\omega - 0,6)(\alpha + 15\alpha^4)\frac{v^2}{2g}$ ) impiegando i seguenti dati ed ottenendo la misura di un centimetro come risultato:

Altezza cinetica	$v^2/2g$	0.015	m
Rapporto tra altezza cinetica e tirante di valle	$\omega$	0.005	-
Coefficiente di forma della pila	$K$	1.25	-
Rapporto tra area ostruita e area libera ( $p/b$ )	$\alpha$	0.26	-

Tabella 4.11: Parametri idraulici utilizzati nella formula di Yarnell, esempio 3

L'altezza a monte risulta quindi:  $3,10m + 0,01m = 3,11m$ . Utilizzando l'altezza così ottenuta per il calcolo dell'energia (sempre attraverso l'equazione 4.1) si ottiene la curva riferita al livello energetico di monte. Come nell'esempio precedente il tirante a monte si trova sull'intersezione tra quest'ultima curva e la retta che identifica il rapporto  $Q/B$ . Si

è calcolato analiticamente questo valore di intersezione ottenendo 3,11 m che risulta essere perfettamente coincidente con quanto ottenuto dalla teoria. Utilizzando la stessa tecnica, come ulteriore riscontro, è possibile trovare l'intersezione tra la curva che si riferisce al livello energetico presente prima dell'inserimento della pila di ponte e la retta che identifica  $Q/B$ : si ottiene il tirante presente nell'alveo prima dell'inserimento della pila stessa (e cioè il tirante di moto uniforme). L'intersezione calcolata risulta essere 3,10 m che anche in questo caso coincide con i risultati teorici ( $h_0 = 3,10$  m).

I valori dei tiranti ricavati sin ora attraverso la teoria vanno confrontati con quanto ottenuto eseguendo le simulazioni tramite software. A tale scopo si effettuano su Hec-Ras tre diverse simulazioni variando il metodo di modellazione utilizzato nel considerare la pila. Si effettuano quindi: una simulazione modellando la pila con il metodo di *Yarnell* (avendo quindi la possibilità di confrontare direttamente i risultati ottenuti con i calcoli teorici sviluppati), una simulazione con il metodo *Energy Standard Step* ed una con il *metodo del bilancio della quantità di moto*. I tiranti ottenuti a monte della pila con le tre diverse simulazioni sono riportati nella tabella 4.12. Come riscontrabile osservando i risultati ottenuti i tiranti di monte si attestano tutti attorno ai 3,11 m confermando il valore ricavato dai calcoli.

Metodo	Tirante di monte [m]	Tirante di valle ( $h_0$ ) [m]	$\Delta h$ [m]
Metodo di Yarnell	3,107	3,101	0,006
Metodo Energy Standard Step	3,107	3,101	0,006
Metodo del momento	3,110	3,101	0,008

Tabella 4.12: Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi

Grazie al software è stato inoltre possibile ricostruire i profili di moto ottenuti nelle diverse simulazioni (figura 4.9). Come già sottolineato, le tre simulazioni differiscono tra loro solo di pochi millimetri se si considera il valore del tirante di monte o la differenza tra monte e valle. Tiranti simili a monte, tuttavia, non implicano profili di moto sovrapponibili, che risultano invece caratterizzati da andamenti differenti nell'intorno della pila. In particolare, il profilo ottenuto con il metodo di Yarnell, è completamente diverso dai profili ottenuti con le altre due metodologie. Questo profilo infatti, se analizzato partendo da monte, decresce meno rispetto ai profili ottenuti con gli altri metodi e durante il passaggio al di sotto della pila, rimane costante mantenendo il livello idrico di valle e quindi quello di moto uniforme (figura 4.9).

Questo comportamento è dovuto alla metodologia di calcolo impiegata nella teoria di Yarnell. Essa infatti si limita a calcolare il dislivello tra il tirante di monte e quello di valle.

Non vengono infatti, con questo tipo di simulazione, eseguiti calcoli nella sezione che viene denominata "BD" e cioè quella interna al ponte verso valle.

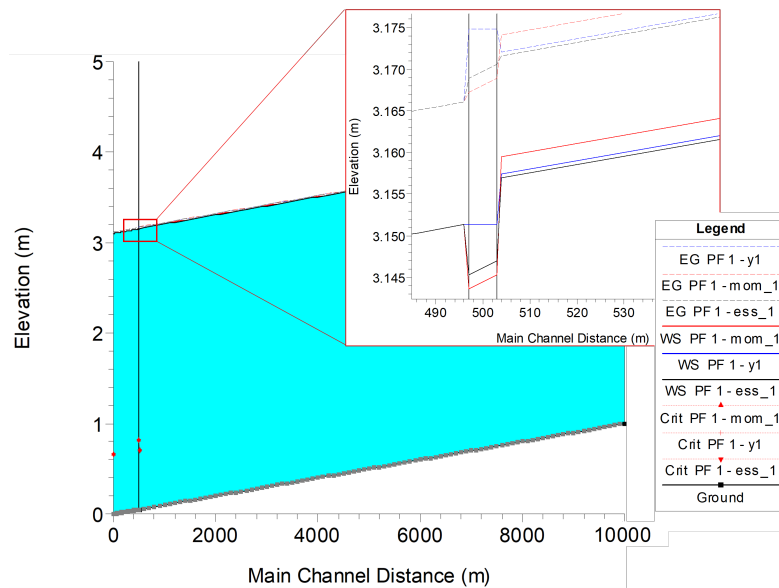


Figura 4.9: Profilo di moto, esempio 3

Impiegare, al di sotto del ponte, lo stesso tirante utilizzato a valle porta ad un incorretto calcolo dell'area bagnata e della velocità e conseguentemente ad un tracciamento non coerente della linea dell'energia (in figura 4.9 tratteggiata in blu). Quest'ultima risulta infatti, in corrispondenza del ponte, crescente. Tale comportamento non possiede significato fisico in quanto il ponte introduce una perdita che deve necessariamente far decrescere verso valle la linea dei carichi (come avviene nelle altre due simulazioni). Se confrontate tra loro, tuttavia, le simulazioni differiscono (sia in termini di tiranti che di carichi energetici) di pochi millimetri. I tiranti nelle diverse sezioni che definiscono i profili vengono riportati in tabella 4.13 in cui si nota come lo scarto massimo tra le diverse simulazioni sia di 8 mm (che rispetto, per esempio, all'altezza di moto uniforme presente a valle del ponte di 3,10 m rappresenta un errore di circa lo 0,26%). Per interpretare correttamente i grafici e le tabelle riportate occorre precisare che i valori riportati in tabella 4.13 rappresentano i tiranti e sono quindi stati decrementati dell'altezza del fondo, in figura 4.9 la scala riportata è invece assoluta.

Metodo	$h$ Sez. 3 [m]	$h$ Sez. BU [m]	$\Delta h$ BU [m]	$h$ Sez. BD [m]	$\Delta h$ BD [m]	$h$ Sez. 2 [m]
Metodo di Yarnell	3,107	3,101 ( $h_0$ )	–	3,101 ( $h_0$ )	–	3,101 ( $h_0$ )
Metodo del momento	3,110	3,095	0,006	3,094	0,008	3,101
Metodo dell'energia	3,107	3,097	0,004	3,095	0,006	3,101

Tabella 4.13: Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi nelle diverse sezioni

#### 4.4 Esempio 4

In questo esempio verrà modellato un canale di forma trapezia con presenza di golene e con una pila di ponte inserita nel mezzo. Tale forma si avvicina maggiormente alla tipica sezione di un alveo naturale rimanendo comunque relativamente semplice da trattare. La forma scelta rappresenta quindi una schematizzazione delle sezioni reali più complesse. Si distinguono in questo tipo di sezioni due zone: l'alveo inciso, dove scorre l'acqua in condizioni "normali" e le golene che rappresentano le zone inondate dall'acqua che straripa nel caso di eventi di piena.

Per rendere ancora più aderente alla realtà questo esempio si è scelto di adottare, per le golene, un coefficiente di Manning superiore rispetto a quello scelto per l'alveo principale. Nella realtà, infatti, le golene sono spesso caratterizzate dalla presenza di vegetazione arborea e arbustiva, e talvolta sono occupate anche da elementi antropici quali sentieri, aree verdi e parchi, che contribuiscono ad aumentare la scabrezza idraulica rispetto all'alveo principale.

Un'altra modifica effettuata per rendere questo esempio più realistico è la riduzione della dimensione della pila modellata. Negli esempi precedenti infatti l'utilizzo di una pila di ponte di dimensioni considerevoli rispetto alla base della sezione era necessaria al fine di amplificare gli effetti di rigurgito provocati dalla pila stessa per poterli visualizzare meglio. La forma trapezia dell'alveo inciso e la presenza di golene comporta una serie di

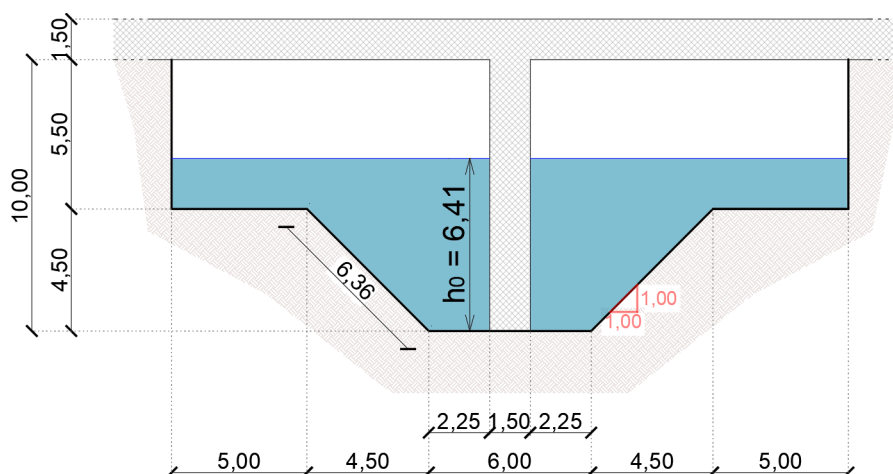


Figura 4.10: Sezione trasversale, esempio 4

complicazioni dal punto di vista dei calcoli analitici, non si potranno infatti più utilizzare alcune semplificazioni adottate finora. In particolare non è più direttamente calcolabile l'altezza di stato critico  $k$  attraverso la formula 2.21, la portata specifica  $q$  attraverso la

formula 4.1 e anche la formulazione adottata per il rapporto di contrazione  $r$  (eq.2.35) non è più impiegabile. Non essendo quindi possibile effettuare calcoli riguardanti il rigurgito provocato dalla pila, in questo esempio, ci si limiterà al calcolo analitico dell'altezza di moto uniforme (da confrontare con quella ottenuta attraverso il software). Verranno quindi direttamente riportati i risultati ottenuti mediante Hec-Ras. La geometria e i dati utilizzati sono riassunti nella (tabella 4.14) e rappresentati in figura 4.10:

<b>Parametro</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità</b>
Coefficiente di Manning, alveo inciso	$n$	0,01	$\text{m}^{-1/3}/\text{s}$
Coefficiente di Manning, golene	$n_b$	0,035	$\text{m}^{1/3}/\text{s}$
Lunghezza alveo	$L$	10000	m
Pendenza	$i$	0,0001	m/m
Larghezza alveo	$B$	6	m
Larghezza banchine	$B_{bank}$	5	m
Larghezza superiore alveo	$B_{sup}$	15	m
Larghezza pila	$p$	1,5	m
Angolo di inclinazione sponde	$\theta$	45	°
Portata	$Q$	200,00	$\text{m}^3/\text{s}$

Tabella 4.14: Geometria 4

Per calcolare l'altezza di moto uniforme occorre ricostruire la scala delle portate ponendo particolare attenzione ai calcoli nel momento in cui comincia l'allagamento delle golene; da questo punto in poi, infatti occorre separare i contributi di portata convogliati dalle golene e dall'alveo inciso. Se non si adottasse questa procedura, infatti, una volta raggiunto il completo riempimento dell'alveo inciso, a fronte di un piccolo aumento di tirante al di sopra della golena, aumenterebbe molto il perimetro bagnato (senza un considerevole aumento di area) provocando una diminuzione del raggio idraulico ed una conseguente diminuzione della portata. Si otterrebbe quindi la diminuzione della portata a fronte di un aumento di tirante il che rappresenterebbe una situazione non fisicamente possibile. Per ovviare a questo problema, come detto, si procede calcolando separatamente i contributi di portata delle golene e dell'alveo inciso e sommando i due contributi (tale procedura è nota con il nome di "*metodo di Engelund*"). La scala delle portate così ottenuta, a differenza di quella illustrata in figura 2.4 per sezioni rettangolari, presenta un punto singolare in corrispondenza dell'inizio dell'allagamento delle golene (figura 4.11).

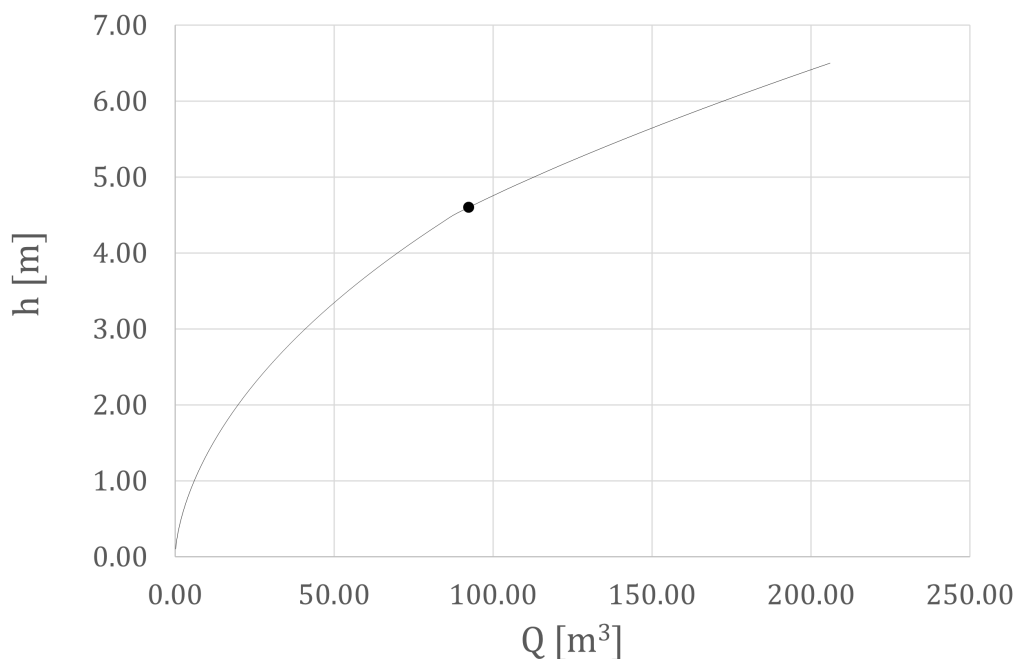


Figura 4.11: Scala delle portate sezione trapezia con golene

Applicando il metodo descritto e facendo aumentare gradualmente il tirante è stato possibile (attraverso un calcolo iterativo svolto con la funzione *ricerca obiettivo* di Excel) calcolare l'altezza di moto uniforme che risulta essere pari a 6,41 m. Questo dato è confermato dalla modellazione in Hec-Ras. Si riporta in figura 4.12 il profilo di moto ottenuto.

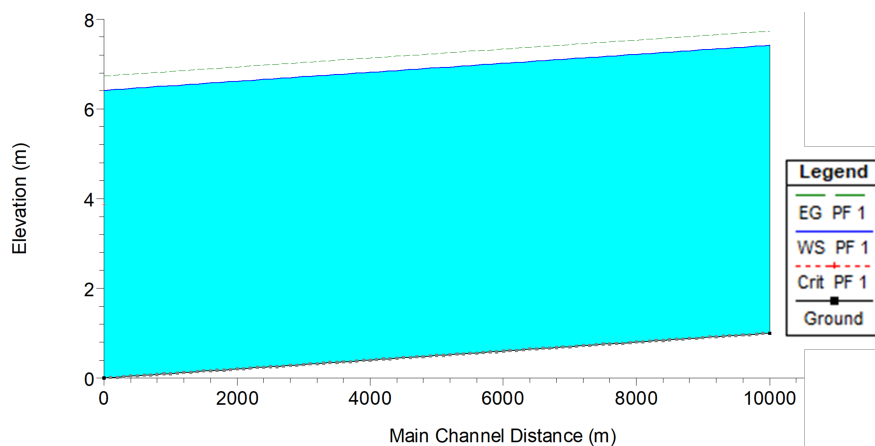


Figura 4.12: Profilo di moto, esempio 4 (prima dell'inserimento della pila di ponte)

Come per gli esempi precedenti, una volta inserito il ponte, si crea un rigurgito a monte che, come detto, non può essere calcolato analiticamente; si procede quindi alla modellazione attraverso il software ponendo le sezioni di calcolo spaziate come negli esempi precedenti. Non potendo, come detto, calcolare il rapporto di contrazione  $r$  non è possibile costruire

il grafico necessario per riconoscere se si stia trattando un flusso di tipo "B", "A" o "C" (grafico in figura 2.10). Tuttavia, analizzando il profilo risultante dalla simulazione in Hec-Ras si osserva un tirante sempre abbondantemente sopra il livello di stato critico e si deduce quindi che la simulazione riguarda un flusso di tipo "A" in cui, quindi, la corrente in arrivo è lenta e rimane tale anche durante il passaggio nella sezione ristretta e a valle della stessa. Ci si aspetta quindi di ottenere un profilo di moto simile a quello riportato in figura 2.7 (profilo superiore). Attraverso la simulazione effettuata è quindi possibile ottenere i tiranti a valle e monte del ponte ed i profili di moto (figura 4.13). Anche in questo esempio vengono confrontati i risultati ottenuti utilizzando il metodo *Energy Standard Step* e della *quantità di moto*. Come riportato in tabella 4.15 i risultati delle diverse simulazioni differiscono di circa un centimetro. In tabella sono riportati i tiranti (decrementati quindi dell'altezza del fondo) mentre in figura la scala è assoluta.

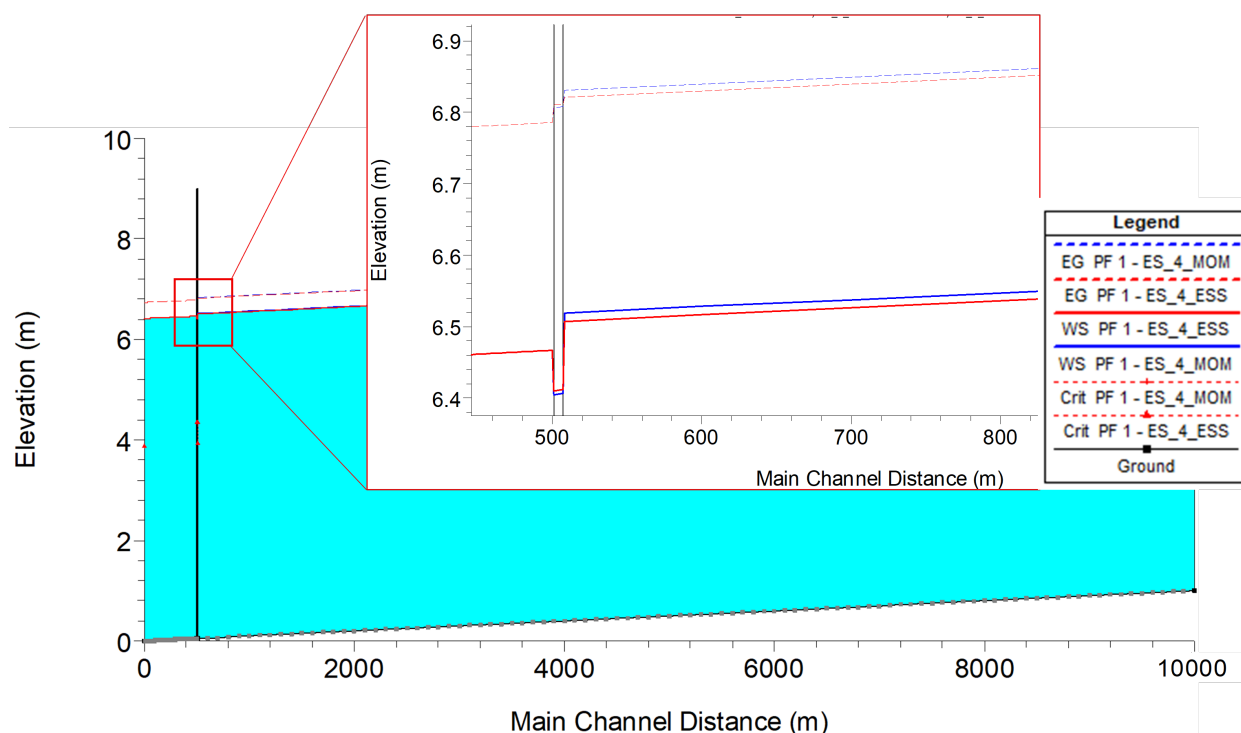


Figura 4.13: Profilo di moto, esempio 4 (dopo l'inserimento della pila di ponte)

Metodo	Tirante di monte [m]	Tirante di valle ( $h_0$ ) [m]	$\Delta h$ [m]
Metodo Energy Standard Step	6,458	6,417	0.041
Metodo del momento	6,470	6,417	0.052

Tabella 4.15: Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi

#### 4.4.1 Simulazioni stazionarie e non stazionarie

Come discusso nel capitolo 3, le equazioni risolte in regime di moto stazionario o non stazionario sono differenti e, vista la maggiore generalità delle equazioni del sistema risolto nel secondo caso, è lecito svolgere delle simulazioni in modalità non stazionaria volendo però simulare gli effetti di un moto stazionario. A tale scopo è possibile imporre nel software un valore costante di portata in ingresso ed un periodo di tempo di calcolo molto lungo (per lasciare esaurire completamente gli effetti transitori). I risultati ottenuti confrontando simulazioni con identica geometria in regime di moto stazionario e non stazionario devono necessariamente differire tra loro, in quanto, come detto, le equazioni risolte sono differenti, in particolare per il modo in cui i due modelli trattano le perdite. Per visualizzare questi effetti vengono eseguite simulazioni in moto stazionario e non stazionario in cui la pila di ponte viene modellata, di volta in volta, con in metodo dell'*Energy Standard Step* o con il del *bilancio della quantità di moto* (anche detto *metodo del Momento*). Le simulazioni eseguite sono:

- Simulazione stazionaria, utilizzando il *etodo del Momento*
- Simulazione stazionaria, utilizzando il etodo dell'*Energy Standard Step*
- Simulazione non stazionaria, utilizzando il *metodo del Momento*
- Simulazione non stazionaria, utilizzando il metodo dell'*Energy Standard Step*

Si riportano di seguito i profili di moto ottenuti (figura 4.14) e i diversi tiranti di monte che il software calcola usando i diversi approcci descritti (tabella 4.16).

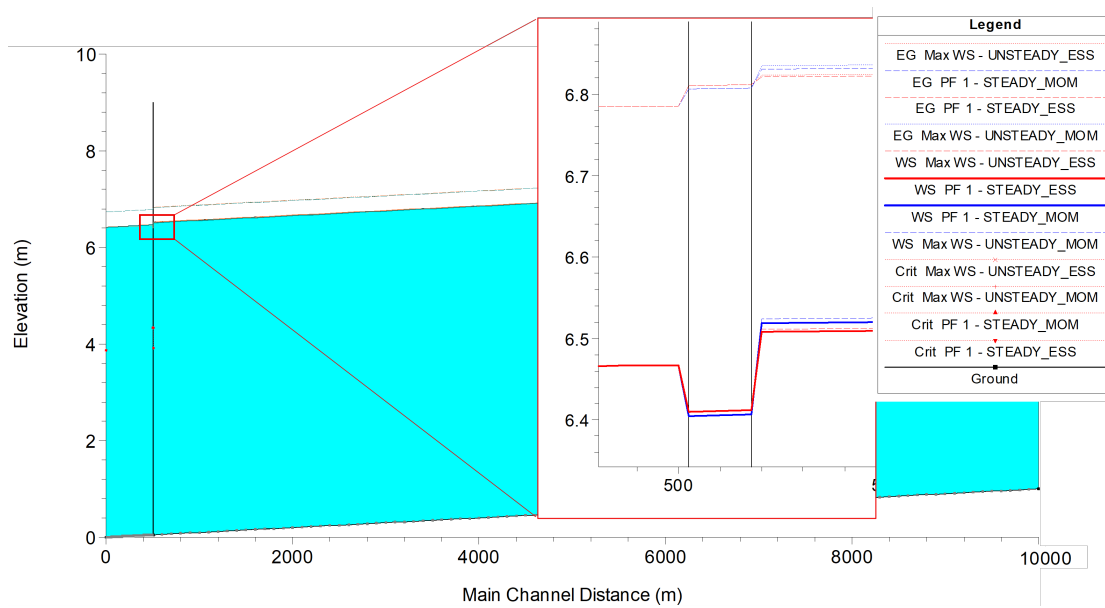


Figura 4.14: Profilo di moto, confrontando diversi approcci di modellazione della pila

Come si evince chiaramente dall'analisi dei risultati in tabella 4.16, in questo esempio, il confronto tra simulazioni stazionarie e non stazionarie produce (come atteso) risultati differenti. Tuttavia le differenze sono dell'ordine del millimetro e quindi trascurabili. Risulta invece più rilevante (dell'ordine di un centimetro e quindi di circa lo 0,2% rispetto al tirante medio) la differenza tra i tiranti ottenuti se si confrontano simulazioni in cui sono stati impiegati metodi differenti (*Energy Standard Step* o *metodo del Momento*).

Metodo	Tipo di simulazione	Tirante di monte [m]	Tirante di valle $h_0$ [m]	$\Delta h$ [m]
Momento	Non stazionaria	6,474	6,417	0,0573
Momento	Stazionaria	6,470	6,417	0,052
Energy Standard Step	Non stazionaria	6,461	6,417	0,0440
Energy Standard Step	Stazionaria	6,458	6,417	0,0408

Tabella 4.16: Confronto dei tiranti calcolati con diversi metodi

#### 4.4.2 Variazione del coefficiente di drag $C_D$

Come spiegato nel capitolo 3.3 nella modellazione delle pile di ponte con il metodo del momento ha particolare rilevanza la scelta del coefficiente di resistenza  $C_D$  (o drag coefficient). Attraverso la variazione di tale coefficiente è infatti possibile modificare il modo in cui il software simula la forma della pila ed i relativi effetti. Nelle simulazioni eseguite finora il coefficiente  $C_D$  è sempre stato impostato a 2 per modellare una pila di forma rettangolare con angoli "a spigolo vivo" di  $90^\circ$ . In questo paragrafo si discutono gli

effetti di una variazione di tale coefficiente. Sono state eseguite simulazioni stazionarie (nel paragrafo precedente è emersa una differenza trascurabile tra le simulazioni stazionarie e quelle non stazionarie, si decide quindi di concentrare l'attenzione solo sulle prime) utilizzando i coefficienti  $C_D$  forniti dal manuale [6]. Variare il coefficiente di drag significa modificare quanto la presenza della pila impatti realmente sul modificare la corrente in arrivo. Un coefficiente basso indica, infatti, la modellazione di una pila più idrodinamica e che quindi impatta meno sulla modifica del tirante di monte della corrente. Variando questo coefficiente è quindi possibile modificare l'idrodinamicità della pila e, come accennato precedentemente, simulare pile di forme diverse (tabella 3.1). La tabella seguente, (tabella 4.17) riassume i risultati delle simulazioni svolte (in termini di tiranti di monte), ordinati in senso crescente in funzione del coefficiente di drag.

<b>Tipo di pila modellata</b>	$C_D$	$h_m$ (Sim. 200 m <sup>3</sup> /s) [m]	$\Delta h$ [m] $h_v = 6,4169$ m
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 8:1	0,290	6,4577	0,0402
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 4:1	0,320	6,4577	0,0402
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 2:1	0,600	6,4577	0,0402
Pila a prua triangolare con angolo di 30°	1,000	6,4438	0,0269
Pila circolare	1,200	6,4488	0,0319
Pila allungata con estremità semicircolari	1,330	6,4521	0,0352
Pila a prua triangolare con angolo di 60°	1,390	6,4536	0,0367
Pila a prua triangolare con angolo di 90°	1,600	6,4594	0,0425
Pila a prua triangolare con angolo di 120°	1,720	6,4617	0,0448
Pila a prua quadrata	2,000	6,4685	0,0516

Tabella 4.17: Risultati esempio 4, tiranti di monte calcolati variando  $C_D$  ( $Q = 200m^3/s$ )

Nell'analisi dei risultati ottenuti sarebbe lecito attendersi un aumento del tirante (a monte del ponte) al crescere di  $C_D$  in quanto la corrente deve recuperare più energia per contrastare la maggiore resistenza idrodinamica della pila. E' infatti corretto aspettarsi che una pila di forma rettangolare impatti maggiormente sulla corrente e che quindi sarà necessario recuperare più energia a monte per superarla rispetto ad una pila con geometria meno tozza. Tuttavia tale circostanza non è verificata; dall'analisi della tabella 4.17 e del grafico 4.15 è infatti possibile accorgersi di come, a coefficienti di drag minori corrispondano, tiranti maggiori (nella zona in cui  $C_D$  è minore di 1). L'andamento del grafico 4.15 è di fatto non fisicamente coerente (nella zona  $C_D < 1$ ), durante le simulazioni

con i tre coefficienti di drag minori (0,29; 0,32 e 0,60) è presente un errore di calcolo all'interno del software, che infatti riporta un messaggio di "warning" in corrispondenza delle sezioni di monte di queste simulazioni (punti rossi nel grafico 4.15). Il messaggio prodotto dal software è riportato di seguito:

*"Warning: For the final momentum answer at the bridge, the upstream energy was computed lower than the downstream energy. This is not physically possible, the momentum answer has been disregarded."*

L'errore sta quindi nel calcolo dell'energia, che, con questi coefficienti di drag, è ottenuta minore a monte rispetto che a valle. Questa circostanza non ha senso fisico ed il software, di conseguenza, scarta le simulazioni con questo errore restituendo come output il valore del tirante di monte calcolato attraverso il metodo *Energy Standard Step* che non è sensibile alla variazione del coefficiente di drag. Tutte e tre le simulazioni con questo problema, rappresentate con punti rossi nel grafico 4.15 presentano infatti lo stesso valore di tirante di monte che quindi, con questo metodo, risulta identico anche se si varia il coefficiente di drag (linea orizzontale verde nel grafico 4.15).

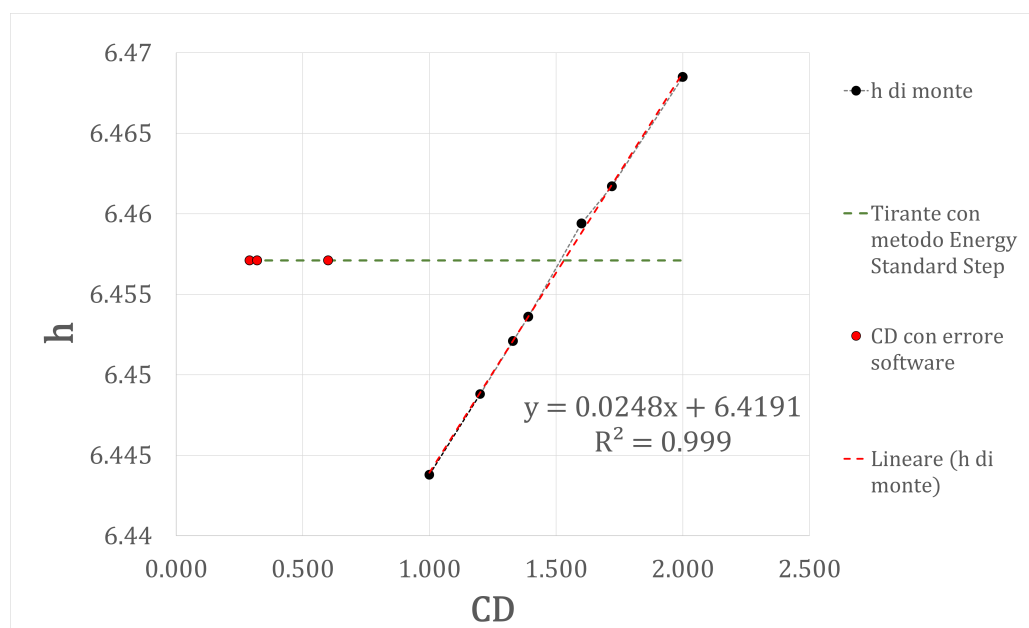


Figura 4.15: Variazione del tirante di monte in funzione del coefficiente CD per portata costante.

La linea rossa rappresenta la retta di regressione dei punti ottenuti.

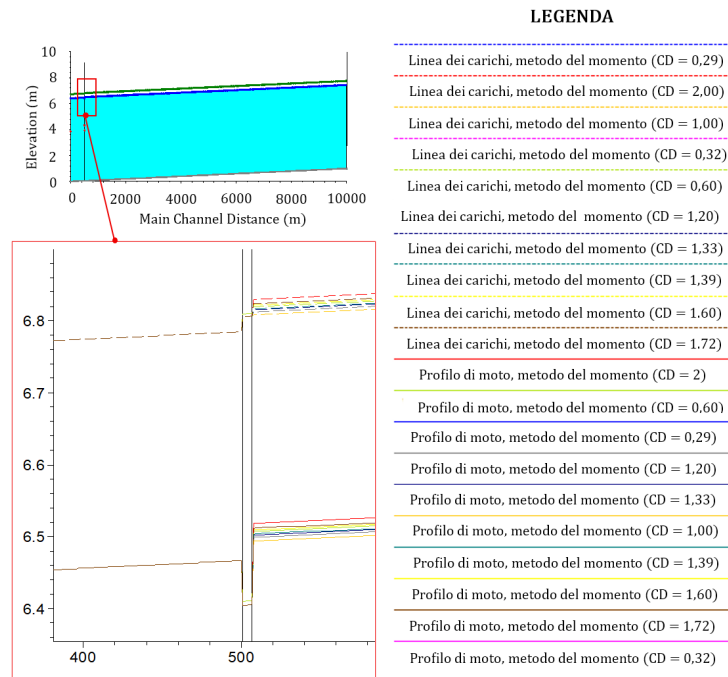


Figura 4.16: Profili ottenuti, variando i coefficienti di drag, con  $Q = 200m^3/s$

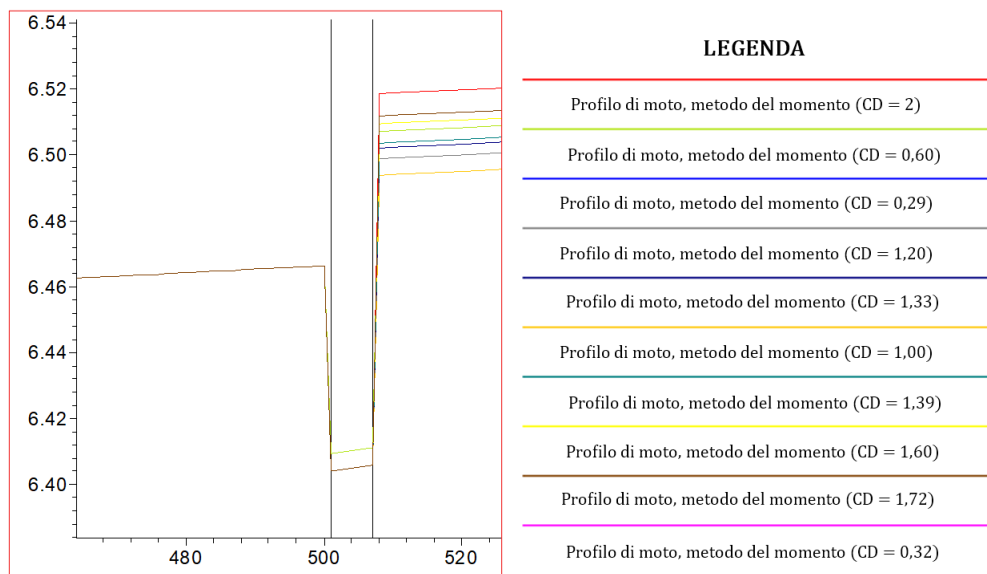


Figura 4.17: Profili ottenuti, variando il coefficiente di drag, con  $Q = 200m^3/s$  (ingrandimento)

Nelle figure (4.16 e 4.17) si riportano i profili di moto ottenuti. E' possibile osservare solo 8 differenti profili di moto e non 10 come il numero di simulazioni eseguite. Come detto infatti 3 delle simulazioni svolte coincidono.

Per approfondire il comportamento del software ed interpretare correttamente questo errore sono state svolte diverse prove modificando, di volta in volta, alcuni parametri scelti tra quelli che entrano nelle equazioni risolte dal software in corrispondenza dei ponti. Si riporta, a tale scopo, l'equazione 3.14 (isolando a sinistra dell'uguale il termine di variazione di quantità di moto) che il software utilizza nel passaggio di calcolo tra la sezione interna al ponte (verso monte) e la sezione di monte (rispettivamente "BU" e "3" in figura 3.4). In questa equazione l'incognita è rappresentata da  $Z_3$  (la velocità  $v_3$  dipende da  $Z_3$ ).

$$Q(\beta_3 v_3 - \beta_{BU} v_{BU}) = -g \bar{A} (Z_3 - Z_{BU}) - g \bar{A} \bar{J} L - \frac{1}{2} C_D A_{P_{BU}} v_3^2 \quad (3.14)$$

Vengono quindi individuati, come parametri da modificare nelle successive prove, la portata ( $Q$ ) ed il coefficiente di Manning ( $n$ ). La portata è infatti esplicitata nel termine di sinistra dell'equazione 3.14 mentre il coefficiente  $n$  è contenuto nella definizione della cadente piezometrica  $J$ . Facendo infatti l'ipotesi di moto uniforme (e quindi  $i = J$ , eq. 2.12, e riscrivendo l'equazione di Manning 2.15) è possibile esplicitare la cadente come segue (eq. 4.2) riscontrando facilmente la dipendenza di questo termine dal coefficiente di scabrezza di Manning.

$$J = \frac{v_0^2 n^2}{R_0^{4/3}(h_0)} \quad (4.2)$$

Nelle simulazioni successive si è scelto di mantenere invariato il coefficiente di drag, assumendo un valore pari a 0,29, corrispondente al più basso tra quelli precedentemente adottati e, pertanto, rappresentativo della condizione più critica.

La variazione di portata è stata analizzata mediante 30 simulazioni, con valori compresi tra  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $300 \text{ m}^3/\text{s}$ , incrementati ogni volta di  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ . La geometria e i dati impiegati (ad eccezione ovviamente della portata) sono quelli riassunti nella tabella 4.14. Tutte le simulazioni sono state svolte sia con il *metodo del momento* che con quello dell'*Energy Standard Step* al fine di confrontare i risultati ottenuti dai due approcci mediante la costruzione delle rispettive scale di deflusso. Occorre precisare che, per livelli di portata bassi, le golene non risultano inondate. L'errore oggetto di analisi, tuttavia, non si manifesta per portate corrispondenti a tiranti inferiori a 4,5 m, valore coincidente con la profondità dell'alveo inciso. Tale circostanza suggerisce una possibile correlazione tra la comparsa dell'errore e l'inondazione delle golene. Questo aspetto sarà oggetto di analisi successivamente, nelle prove in cui verranno variati i coefficienti di Manning ( $n$ ).

Per tiranti superiori, invece, come evidenziato in precedenza, nel momento in cui si verifica l'errore il software scarta le simulazioni eseguite con il metodo del momento e restituisce i risultati calcolati mediante il metodo dell'energia.

Ci si attende pertanto che le due scale di deflusso, a partire da un determinato valore di portata, coincidano. Quanto descritto è illustrato in figura 4.18, nella quale è inoltre individuato il valore di portata ( $140 \text{ m}^3/\text{s}$ ) a partire dal quale i due metodi forniscono risultati coincidenti. Si individua quindi, per questo esempio, un valore di portata che rappresenta una soglia da non superare per evitare di ottenere l'errore nel software. Nelle prove precedenti, con portata  $200 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $> 140 \text{ m}^3/\text{s}$ ), era infatti presente l'errore. In questa simulazione, con portata  $140 \text{ m}^3/\text{s}$  si ottiene un tirante complessivo di 5,52 m e di 1,02 m nelle golene.

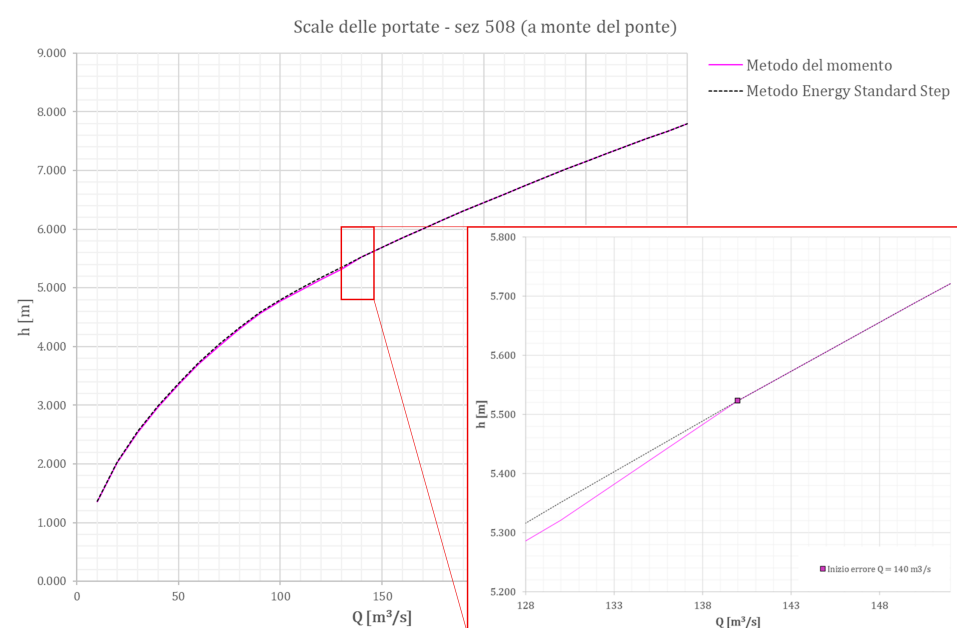


Figura 4.18: Scala delle portate, confronto tra *metodo del momento* e metodo dell'*Energy Standard Step*

Si passa ora a modificare i coefficienti di Manning. In particolare, si è scelto di mantenere costante il coefficiente  $n$  dell'alveo inciso ( $0,01 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ ) e di variare i coefficienti impiegati nelle golene. Sono state quindi replicate le stesse simulazioni descritte in precedenza, considerando portate comprese tra  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $300 \text{ m}^3/\text{s}$ , e per ciascuna configurazione sono state costruite le corrispondenti scale di deflusso. I valori dei coefficienti di Manning impiegati e le relative portate a cui incomincia a presentarsi l'errore sono riassunti in tabella (4.18). Nelle prove eseguite si osserva che, per valori del coefficiente pari a  $0,01 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$  e  $0,02 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ , l'errore in esame non si manifesta. Le scale di deflusso ottenute, nel caso di coefficienti di Manning maggiori di  $0,02 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ , presentano lo stesso andamento di quella riportata in figura 4.18 con risultato del metodo del momento e del metodo ESS coincidenti a partire dalla corrispondente portata indicata in tabella 4.18.

#### 4 Analisi riguardo l'effetto della presenza di ponti sul deflusso della corrente in alvei prismatici

$n$ alveo	$n$ golene	Portata a cui inizia l'errore [ $m^3/s$ ]	Tirante di monte nelle golene [ $m$ ]	Tirante di monte [ $m$ ]
0,01	0,01	-	-	-
0,01	0,02	-	-	-
0,01	0,025	180	1,63	6,12
0,01	0,03	150	1,18	5,68
0,01	0,035	140	1,02	5,52
0,01	0,04	140	1,03	5,53
0,01	0,045	140	1,03	5,53
0,01	0,05	140	1,04	5,54

Tabella 4.18: Coefficienti di Manning impiegati e livelli di portata di errore ottenuti

Si osserva infatti che, oltre un determinato valore di portata, le due curve coincidono, poiché, come già evidenziato, quando si verifica l'errore il software scarta i risultati ottenuti con il *metodo del Momento* e restituisce quelli calcolati mediante l'*Energy Standard Step*. Nelle figure 4.19 e 4.20 sono riportati degli ingrandimenti delle curve ottenute.

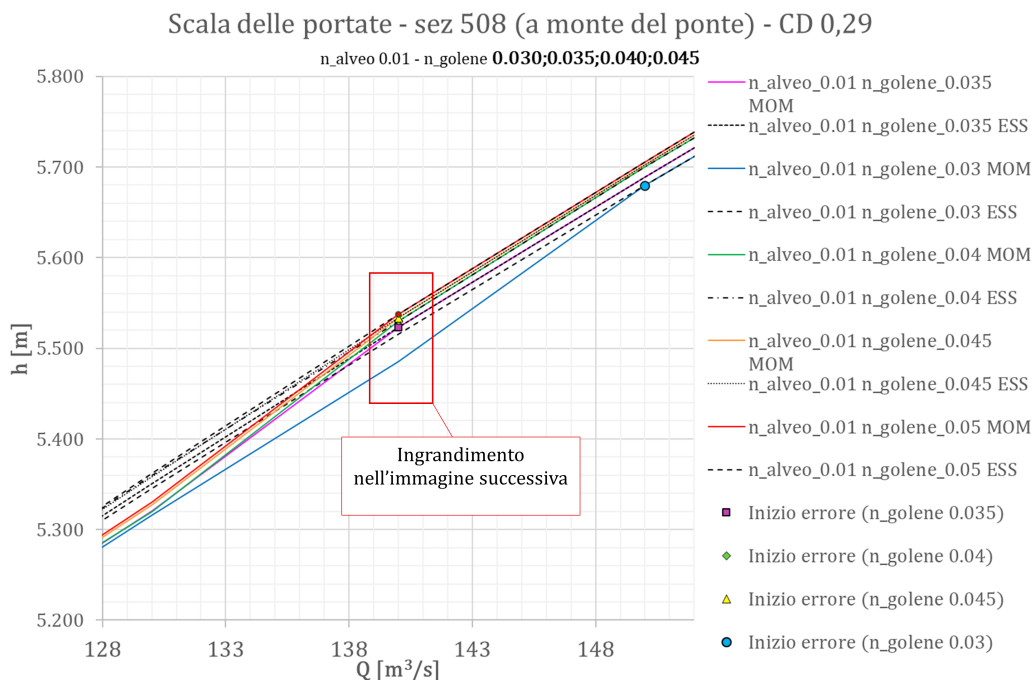


Figura 4.19: Scala delle portate, confronto tra *metodo del momento* e metodo dell'*Energy Standard Step* variando i coefficienti di Manning nelle golene

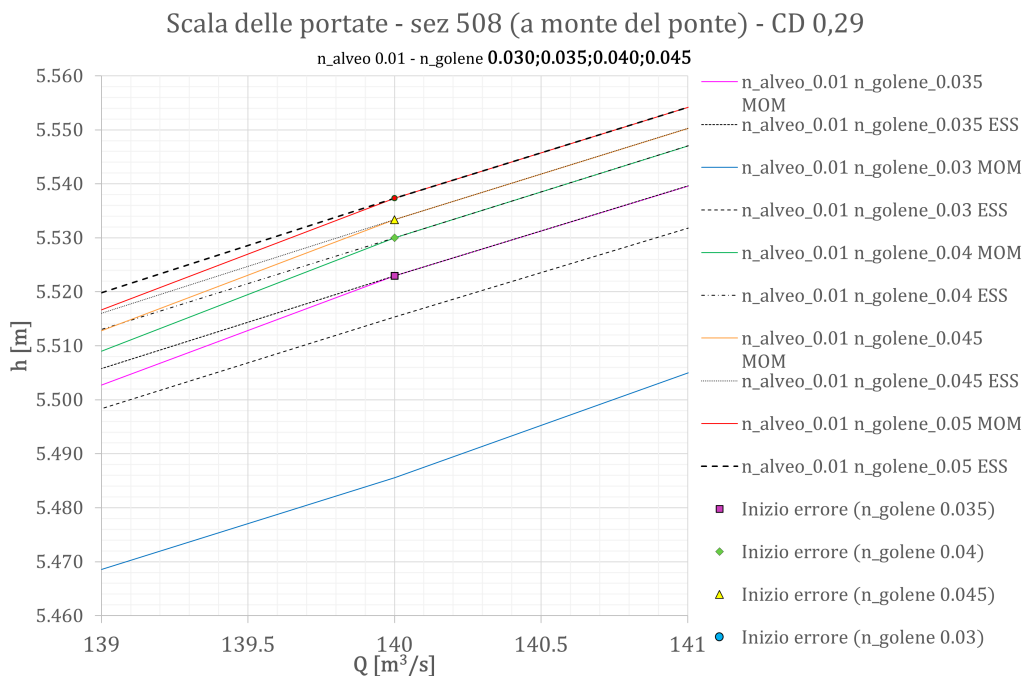


Figura 4.20: Ingrandimento dell'immagine 4.19

La curva riferita al coefficiente  $n$  in golena pari a  $0,025 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$  è invece presentata separatamente in figura 4.21 per esigenze grafiche, poiché il livello di portata a cui si manifesta l'errore è significativamente più elevato rispetto agli altri casi.

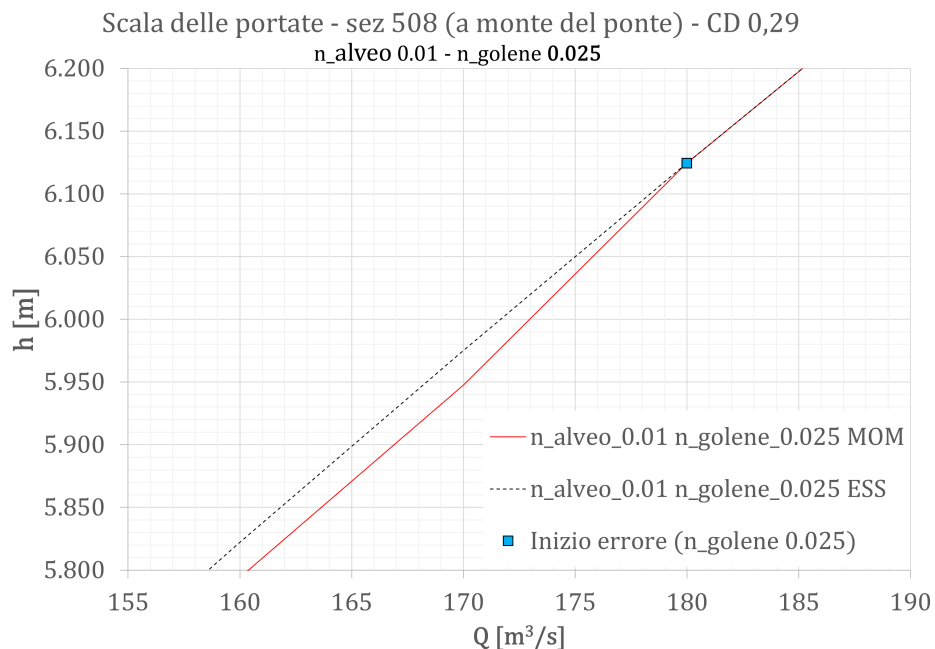


Figura 4.21: Scala delle portate, confronto tra *metodo del momento* e metodo dell'*Energy Standard Step* variando i coefficienti di Manning nelle golene

Nelle due simulazioni in cui l'errore non si manifesta, invece, le curve rimangono chiaramente distinte lungo tutto l'intervallo di portata considerato (figura 4.22).

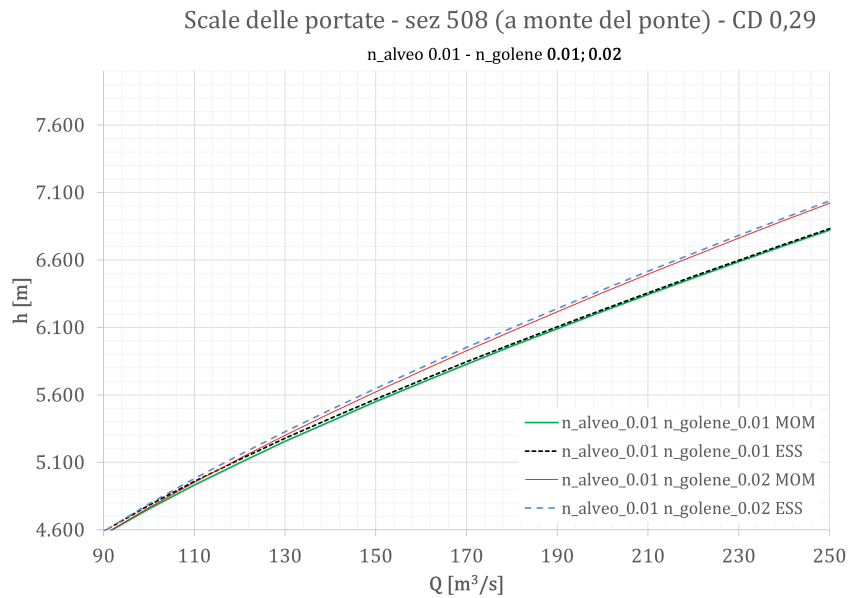


Figura 4.22: Scala delle portate, confronto tra *metodo del momento* e metodo dell'*Energy Standard Step*

Riferendosi alla tabella 4.18 è possibile ottenere un grafico (figura 4.23) che mostri, per ogni simulazione, l'andamento delle portate in cui inizia l'errore rapportato al valore di  $n$  nelle golene.

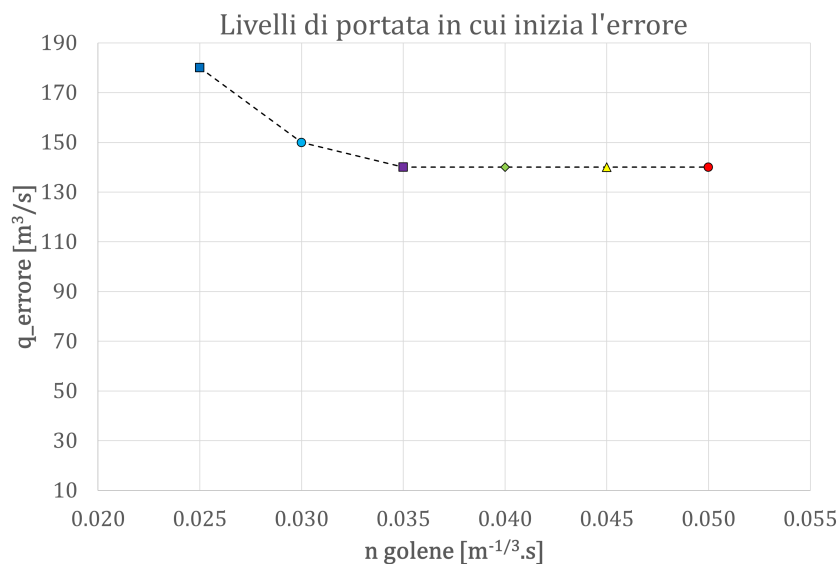


Figura 4.23: Curva che delimita le combinazioni " $n - Q$ " associate alla presenza dell'errore da quelle che ne sono prive

Si individua così una zona di combinazioni " $n - Q$ " ammissibili al di sotto della curva ed una zona in cui invece le combinazioni di coefficiente di Manning e portata generano l'errore fin'ora discusso.

Analizzando l'equazione 3.14 è possibile notare come, il bilancio eseguito, oltre che dalla portata e dalla cadente sia dipendente anche dal parametro  $\beta$  (eq. 4.3). Questo parametro (noto anche come coefficiente di Boussinesq) è utilizzato per tener conto della distribuzione non uniforme della velocità nella sezione trasversale. Nel caso in esame questo parametro risulta particolarmente rilevante in quanto, nella geometria considerata, sono presenti le golene e quindi zone della sezione in cui la velocità deve necessariamente essere differente da quella presente nell'alveo inciso.

$$\beta = \frac{\frac{Q_1^2}{A_1} + \frac{Q_2^2}{A_2} + \dots + \frac{Q_n^2}{A_n}}{\frac{Q^2}{A}} \quad (4.3)$$

La stessa funzione del coefficiente  $\beta$  nel il *metodo del Momento*, è svolta dal parametro  $\alpha$  (eq. 3.7) nel metodo *Energy Standard Step* (i due parametri hanno unità di misura differenti:  $\beta$  adimensionale e  $\alpha$  con dimensioni di una velocità).

$$\alpha = \frac{Q_1 v_1 + Q_2 v_2 + \dots + Q_n v_n}{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n} \quad (3.7)$$

Variazioni improvvise di questi parametri nell'intorno del ponte potrebbero giustificare l'errore analizzato fin'ora e imputarlo ad una errata stima da parte del software dei parametri stessi. Si sceglie quindi di controllare, per ogni simulazione eseguita, sia il parametro  $\beta$  per il *metodo del Momento* che il parametro  $\alpha$  per il metodo dell'*Energy Standard Step* nelle sezioni che verranno in seguito definite 2, 3 e 4 e cioè quelle poste rispettivamente immediatamente a valle, immediatamente a monte e a monte del ponte e che, nell'esempio trattato, sono nominate rispettivamente: 500, 508 e 600\*. Per confrontare l'andamento di questi parametri nelle tre sezioni vengono utilizzati dei grafici che mostrano l'andamento di  $\alpha$  e  $\beta$  in funzione al livello di portata. Si riportano, a titolo di esempio, i grafici ottenuti (figure 4.24 e 4.26) per la simulazione con  $n$  di Manning nelle golene pari a  $0,045 \text{ m}^{-1/3} \cdot s$  in quanto i grafici ottenuti per tutte le simulazioni sono molto simili tra loro.

Dai grafici si evince che: per il metodo *Energy Standard Step* nelle sezioni 3 e 4  $\alpha$  è sempre maggiore che nella sezione 2; per il *metodo del Momento*,  $\beta$  nelle sezioni 3 e 4 è maggiore che nella sezione 2 solo per portate superiori a quella in cui si manifesta l'errore.

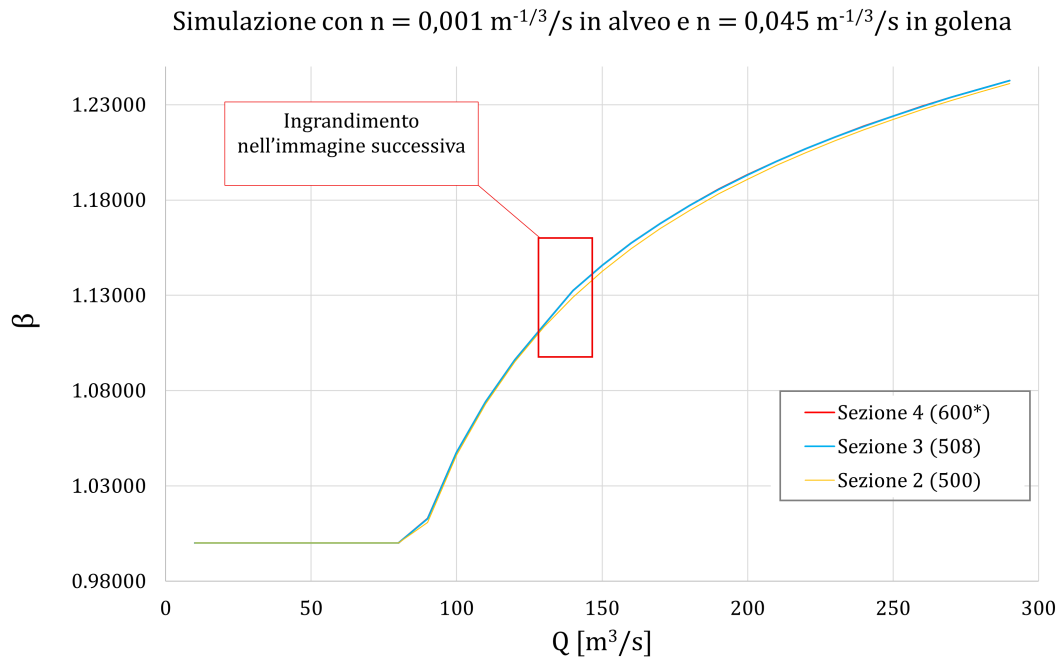


Figura 4.24: Andamento del coefficiente  $\beta$  nella simulazione con  $n$  in golena pari a  $0,045 \text{ m}^{-1/3}.\text{s}$

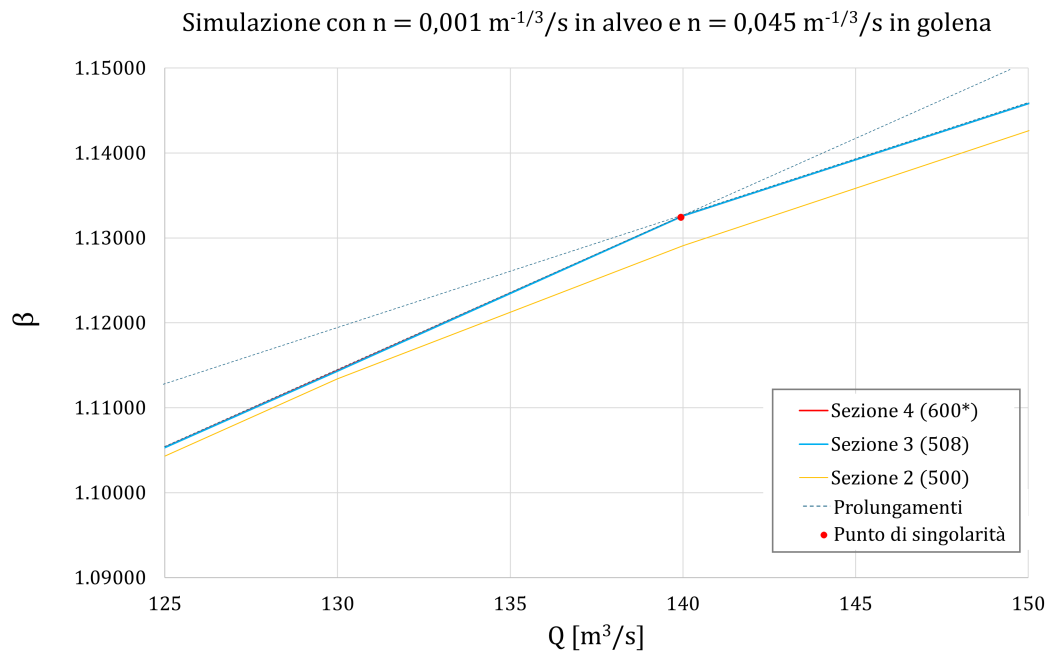


Figura 4.25: Ingrandimento: Andamento del coefficiente  $\beta$  nella simulazione con  $n$  in golena pari a  $0,045 \text{ m}^{-1/3}.\text{s}$

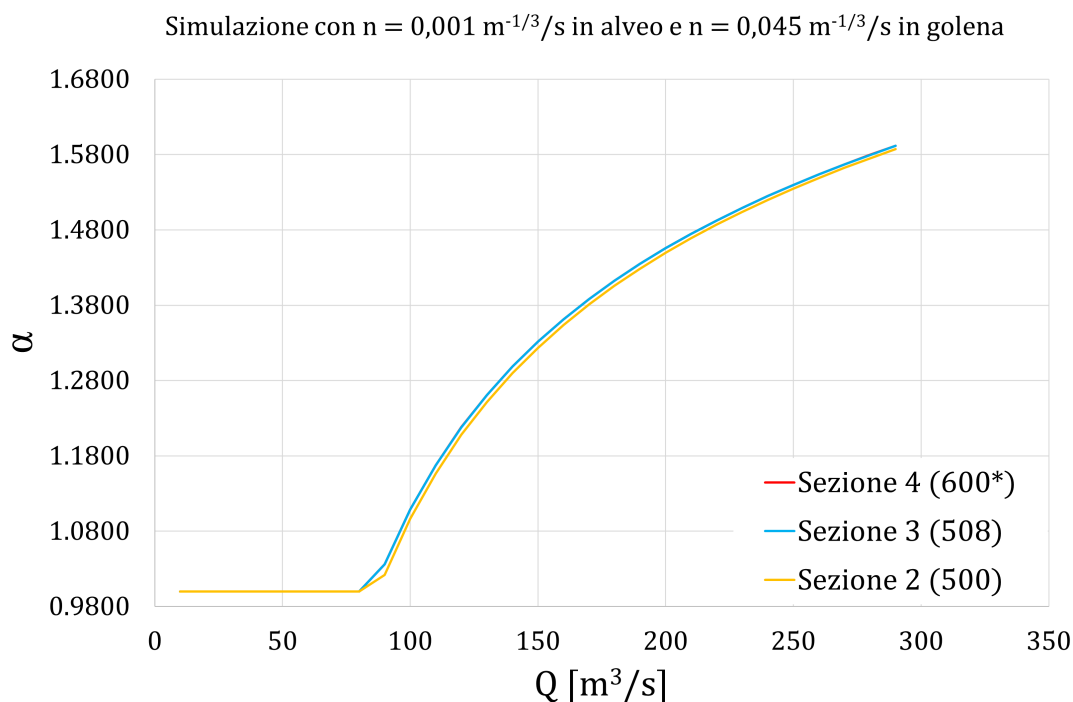


Figura 4.26: Andamento del coefficiente  $\alpha$  nella simulazione con  $n$  in golena pari a  $0,045 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$

Come ulteriore prova si sceglie di effettuare nuovamente le simulazioni con i coefficienti di Manning riassunti in tabella 4.19 ma variando la larghezza della pila, parametro che ovviamente influenza il tirante di monte. Per fare ciò si è scelto di simulare casi con pila in alveo via via di larghezza maggiore partendo dalla dimensione di 1 m e finendo con una pila larga 2 m. In ogni simulazione si incrementa la larghezza della pila di 10 cm. Si ottengono quindi nove simulazioni (è stata già eseguita e commentata precedentemente la simulazione con pila larga 1,5 m) su cui si ripetono i controlli sui diversi coefficienti di Manning in golena e per i 30 livelli di portata crescenti (da 10 a  $300 \text{ m}^3/\text{s}$  aumentando ogni volta di  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ ). Si ottiene quindi un grafico simile a quello ottenuto precedentemente in figura 4.23 in cui sono presenti 10 differenti curve riferite ognuna ad una pila di larghezza diversa. Il grafico ottenuto è riportato in figura 4.27. Nel grafico è possibile osservare che, come già riscontrato precedentemente, coefficienti di Manning bassi, ed in particolare pari a  $0,01 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$  e  $0,02 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$  non producono errori per nessun incremento di portata (nel grafico, in corrispondenza di questi valori di Manning la portata segnata è  $300 \text{ m}^3/\text{s}$ , al di sopra di questo valore di portata non sono infatti state eseguite simulazioni). Per valori di coefficienti di Manning crescenti l'errore è presente e corrispondente a valori di portata via via minori per pile più grosse. Analizzando per esempio la curva relativa alla pila larga 1 m si osserva che non è presente nessun errore fino al valore di  $n$  nelle golene di  $0,035 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ .

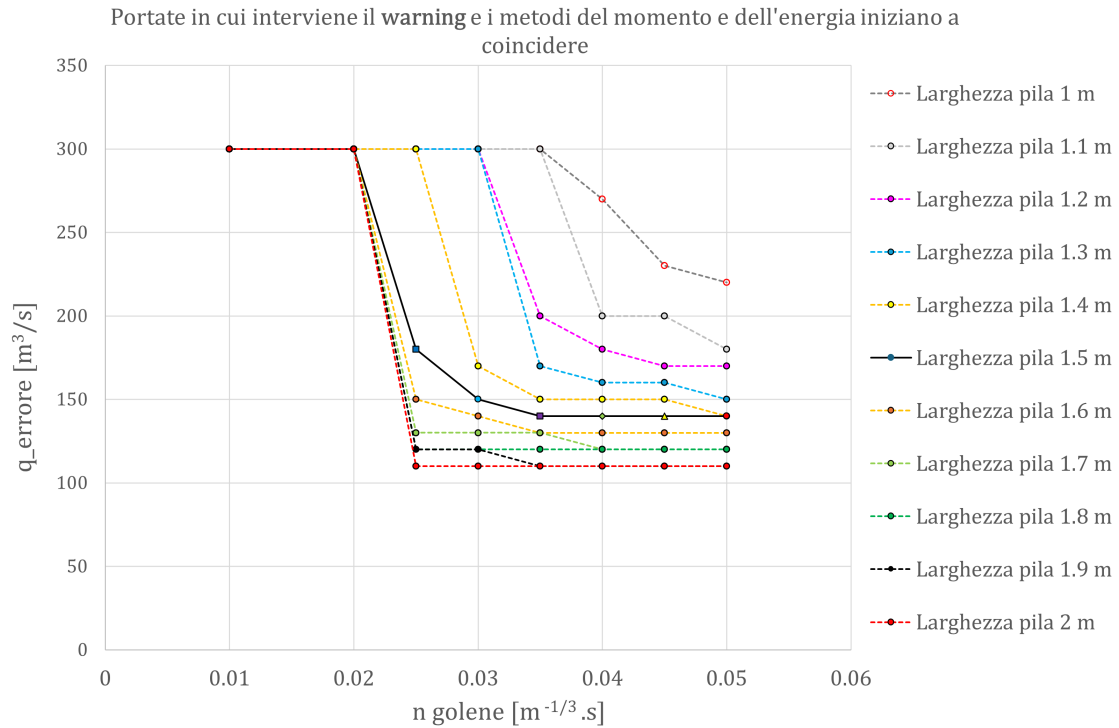


Figura 4.27: Portate in cui è presente il *warning* in funzione del coefficiente di Manning in golena e della grandezza della pila

Se si esamina invece, per esempio, l'andamento dei punti corrispondenti alla portata che genera l'errore per valori di coefficiente di Manning pari a 0,05 (leggendo quindi il grafico in "verticale") la portata dalla quale si inizia a produrre l'errore è maggiore per pile via via più strette. Riassumendo: con pile più strette le combinazioni " $n - Q$ " che producono errore sono minori rispetto ad una pila più larga; pile più larghe producono l'errore per livelli di portata minori rispetto a pile più strette. Si osserva che, nel caso esaminato (con geometria trapezia e base dell'alveo pari a 6 m), la percentuale di ostruzione passa da oltre il 30% nel caso della pila di 2 m a circa il 17% per la pila da 1 m. Una ostruzione maggiore porta quindi a maggiore probabilità di ottenere un errore.

## 4.5 Esempio 5

In questo paragrafo viene descritta la procedura utilizzata per modellare la presenza di un ponte all'interno di un canale, che, oltre ad una pila centrale (come visto finora), è provvisto anche di strutture di raccordo poste alle estremità del ponte stesso che vengono dette spalle. Si impiegano, a tale scopo, la stessa geometria e portata impiegate nell'esempio precedente aggiungendovi tali strutture come schematizzato nella sezione in figura 4.28. Si sceglie di modellare delle spalle estese quanto la metà della banchina e cioè lunghe 2,50 m.

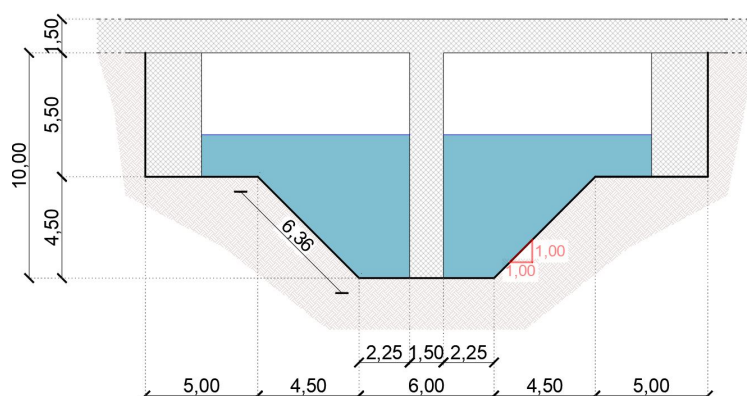


Figura 4.28: Sezione trasversale, esempio 5

Come è possibile intuire anche solo osservando la sezione riportata in figura 4.28 le spalle del ponte rappresentano un ulteriore restringimento della sezione, ci si aspetta quindi un rigurgito a monte maggiore. Il problema così composto, soprattutto nell'intorno della sezione ristretta, non ha le caratteristiche di un fenomeno monodimensionale. Trattare questo tipo di problemi utilizzando un approccio monodimensionale introduce quindi delle semplificazioni e delle approssimazioni che possono tuttavia essere minimizzate attraverso alcuni accorgimenti. Le procedure da mettere in atto in questi casi sono ben descritte nel capitolo 6 del libro *Floodplain modeling using HEC-RAS* [8], si farà quindi riferimento a quanto descritto in quest'ultimo. Inanzi tutto, come visibile in figura 4.29 la presenza delle spalle del ponte, creando un restringimento, provoca nella corrente una zona di contrazione ed una di espansione. La corretta descrizione del problema passa quindi attraverso la definizione delle sezioni a monte e a valle della sezione ristretta. In particolare, come indicato dalla figura 4.29, occorre inserire quattro sezioni di calcolo, una posta sufficientemente a monte da non risentire degli effetti di restringimento, due nelle immediate vicinanze del ponte (una subito a monte ed una subito a valle) e un'ultima sezione sufficientemente a valle per non risentire degli effetti di espansione. Le sezioni descritte sono numerate secondo quanto indicato nella figura seguente 4.29.

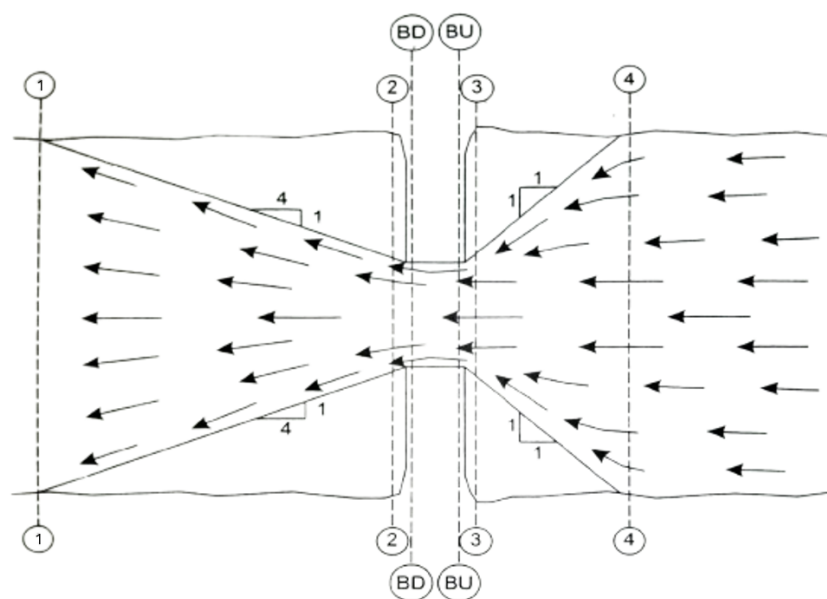


Figura 4.29: Contrazione ed espansione della corrente nella sezione con il ponte

*Immagini tratte dal libro "Floodplain modeling using HEC-RAS", Heastad Methods, 2003, [8]*

Le sezioni vicine al ponte sono state poste (in questo esempio come in tutti i precedenti) a distanza di un metro dal ponte. Resta da definire la distanza da interporre tra queste ultime sezioni e quelle da porre più a monte e più a valle. A tale scopo, il manuale, *Floodplain modeling using HEC-RAS* [8], propone una procedura iterativa basata sul calcolo di alcuni coefficienti (CR e ER, rispettivamente rapporto di contrazione e rapporto di espansione) che, se moltiplicati per quella che in seguito verrà denominata  $L_{obs}$  (e che indica la lunghezza media delle ostruzioni), forniscono di volta in volta nuove distanze di contrazione ed espansione da utilizzare nel software. Operativamente, come punto di partenza per impostare la procedura iterativa, occorre porre le sezioni 1 e 4 a distanze di tentativo rispetto le sezioni 2 e 3 e calcolare attraverso il software i parametri da utilizzare nelle equazioni empiriche 4.4 e 4.5 essendo così in seguito in grado di modificare le distanze di espansione e contrazione iniziali. Come riscontrabile nelle equazioni 4.4 e 4.5 i parametri che occorre ricavare dal software ad ogni passo di calcolo sono i numeri di Frooude nelle sezioni di monte e la portata convogliata dalle golene. La procedura descritta va ripetuta fino a quando le lunghezze di espansione e contrazione calcolate al passo successivo risultano uguali (a meno di una tolleranza) a quelle calcolate al passo precedente. Per completezza si accenna al fatto che il manuale distingue due differenti procedure per diversi tipi di alvei (distinguendo tra due range di misure di portata e geometria), è quindi necessario porre attenzione nello scegliere la procedura corretta. Le

equazioni impiegate per i calcoli iterativi sono:

$$CR = 1,4 - 0,333 \frac{F_{c2}}{F_{c1}} + 1,86 \left( \frac{Q_{ob}}{Q} \right)^2 - 0,19 \left( \frac{n_{ob}}{n_c} \right)^{0,5} \quad \text{I.U.} \quad (4.4)$$

$$ER = \frac{L_e}{L_{obs}} = 0,421 + 0,485 \frac{F_{c2}}{F_{c1}} + 6,39 \cdot 10^{-4} Q \quad \text{S.I.} \quad (4.5)$$

In cui:

- CR indica il "rapporto di contrazione"
- ER indica il "rapporto di espansione"
- $F_{c1}$  ed  $F_{c2}$  sono i numeri di Frooude rispettivamente nelle sezioni 1 e 2 (figura 4.29)
- $Q_{ob}$  indica la portata transitante nelle golene
- $n_{ob}$  e  $n_c$  rappresentano i coefficienti di scabrezza di Manning rispettivamente delle golene e del canale principale

Nelle equazioni 4.4 e 4.5 le sigle I.U. e S.I. significano "imperial unit" e "sistema internazionale" a sottolineare il fatto che nella prima espressione è consentito l'utilizzo di sole grandezze del sistema inglese, occorre quindi porre attenzione alle conversioni del caso. I coefficienti ottenuti serviranno a calcolare le distanze di contrazione ed espansione e quindi a porre nella posizione corretta le sezioni che in figura 4.29 sono indicate con 1 e 4.

Percentuale di ostruzione	$C_c$ consigliato
0% < b/B < 25%	0,3-0,5
25% < b/B < 50%	0,1-0,3
50% < b/B < 100%	0,1

Tabella 4.19: Range dei coefficienti di contrazione

Oltre ai rapporti di contrazione ed espansione occorre porre attenzione ad utilizzare correttamente anche i coefficienti di espansione e contrazione che rappresentano le perdite di carico dovute alla presenza del restringimento nella sezione del ponte.

A tale scopo il manuale *Floodplain modeling using HEC-RAS* [8] propone dei range per il coefficiente di contrazione (tabella 4.19) ed una formulazione per il calcolo del coefficiente di espansione (4.6):

$$C_e = -0,092 + 0,570 \frac{D_{ob}}{D_c} + 0,075 \frac{F_{c1}}{F_{c2}} \quad (4.6)$$

In cui:

- $D_{ob}$  e  $D_c$  sono le profondità idrauliche ( $A/B$ ) rispettivamente delle golene e del canale principale
- $F_{c1}$  ed  $F_{c2}$  sono i numeri di Frooude rispettivamente nelle sezioni 1 e 2

Occorre sottolineare che il coefficiente di contrazione va applicato alle sezioni 4 e 3 (figura 4.29) mentre quello di espansione alla sezione 2. In tutte le altre sezioni si utilizzano i valori indicati dal software come di default ed in particolare 0,1 e 0,3 rispettivamente per il coefficiente di contrazione ed espansione.

Per ottenere le lunghezze di contrazione ed espansione (e quindi posizionare correttamente le sezioni di calcolo 1 e 4) occorre, come detto, moltiplicare i coefficienti ottenuti dalle formulazioni 4.4 e 4.5 per la grandezza che viene indicata con  $L_{obs}$  ovvero la lunghezza media delle ostruzioni. Nel caso in esame sommando la lunghezza delle spalle, quella del ponte e dividendo per due (per ottenere la media) si ottiene:  $L_{obs} = 3,25$  m

Si procede quindi con quella che viene denominata "iterazione 0" e cioè quella in cui le sezioni 1 e 4 sono in posizioni di tentativo (si utilizzano come posizioni per le sezioni di tentativo quelle calcolate dal software durante l'interpolazione automatica delle sezioni stesse: la sezione 4 è in questa fase quindi distante dal ponte 92 m mentre la sezione 1 dista 5 m dalla 2). Con questi dati è possibile procedere con i primi calcoli ("iterazione 1"): si ottiene, attraverso la formula 4.6, il coefficiente di espansione il quale risulta pari a 0,21; interpolando poi i valori della tabella 4.19 si è calcolato il valore del coefficiente di contrazione ottenendo 0,14. Attraverso le equazioni 4.4 e 4.5 si calcolano i rapporti di contrazione ed espansione che moltiplicati per la lunghezza media delle ostruzioni  $L_{obs}$ , danno le lunghezze di contrazione ed espansione. In particolare si ottiene:

- Lunghezza di contrazione  $L_c = 2,25$  m
- Lunghezza di espansione  $L_e = 3,45$  m

Si procede quindi inserendo nelle sezioni opportune i coefficienti di contrazione ed espansione calcolati e spostando opportunamente le sezioni all'interno del software in modo che distino tra loro esattamente quanto calcolato. Si ottengono quindi le sezioni (figura 4.30):

- **510,25** (a monte del ponte, sezione 4 secondo la denominazione della figura 4.29) che dista 2,25 m dalla sezione successiva **508**
- **496,55** (a valle del ponte, sezione 1 secondo la denominazione della figura 4.29) che dista 3,45 m dalla sezione precedente **500**

Si riportano, come esempio, in figura 4.30 le sezioni ottenute dopo i calcoli effettuati in questa iterazione.

Vengono, a questo punto, rieseguiti i calcoli per i coefficienti ed i rapporti di contrazione ed espansione ( $C_e$ ,  $C_c$ ,  $CR$  e  $ER$ ). Si ricalcolano anche le distanze di espansione e contrazione ("*iterazione 2*") ottenendo:

- Lunghezza di contrazione  $L_c = 2,28 \text{ m}$
- Lunghezza di espansione  $L_e = 3,40 \text{ m}$

E definendo di conseguenza le sezioni:

- **510,28** (a monte del ponte, sezione 4 secondo la denominazione della figura 4.29) che dista 2,28 m dalla sezione successiva **508**
- **496,60** (a valle del ponte, sezione 1 secondo la denominazione della figura 4.29) che dista 3,40 m dalla sezione precedente **500**

Procedendo a rieseguire i calcoli (impiegando i dati ottenuti nell'*iterazione 2*) si arriva a convergenza, i risultati di quella che viene denominata "*iterazione 3*" sono infatti perfettamente sovrapponibili a quanto ottenuto dall'*iterazione 2*. I risultati ottenuti nelle diverse iterazioni sono riassunti in tabella 4.20.

	Iterazione 0	Iterazione 1	Iterazione 2	Iterazione 3 (= iterazione 2)
<b>Lc [m]</b>	92,000	2,254	2,284	2,284
<b>Le [m]</b>	5,000	3,447	3,404	3,404
<b><math>h_{\text{monte}}</math> [m] (sezione 3)</b>	6,494	6,479	6,479	6,479
<b><math>h_{\text{monte}}</math> [m] (sezione 4)</b>	6,547	6,495	6,495	6,495
<b>CR</b>	-	0,694	0,703	0,703
<b>ER</b>	-	1,061	1,047	1,047
<b>Cc</b>	0,10	0,14	0,14	0,14
<b>Ce</b>	0,30	0,21	0,25	0,25

Tabella 4.20: Risultati, esempio 5

Come atteso sin dall'inizio, il tirante che si instaura a monte in questo esempio (6,495 m) è maggiore rispetto a quello ottenuto nell'esempio precedente (6,470 m) a causa dell'aggiunta delle spalle. Il sovrizzo a monte aumenta quindi di 0,025 m (circa 3 cm) a causa dell'aggiunta delle spalle.

Si riportano infine, in figura 4.31 i profili di moto ottenuti. In questa figura è apprezzabile



Figura 4.30: Posizioni delle sezioni nell'intorno del ponte, iterazione 1

come, la modifica delle distanze di contrazione ed espansione abbia portato a correggere il tirante di monte iniziale (e cioè quello ottenuto senza applicare la procedura iterativa per il calcolo delle distanze di contrazione ed espansione e quindi senza curarsi della loro corretta definizione) abbassandolo da 6,547 m a 6,495 m, tale abbassamento è dovuto all'eccessiva lunghezza di contrazione utilizzata nell'iterazione 0.

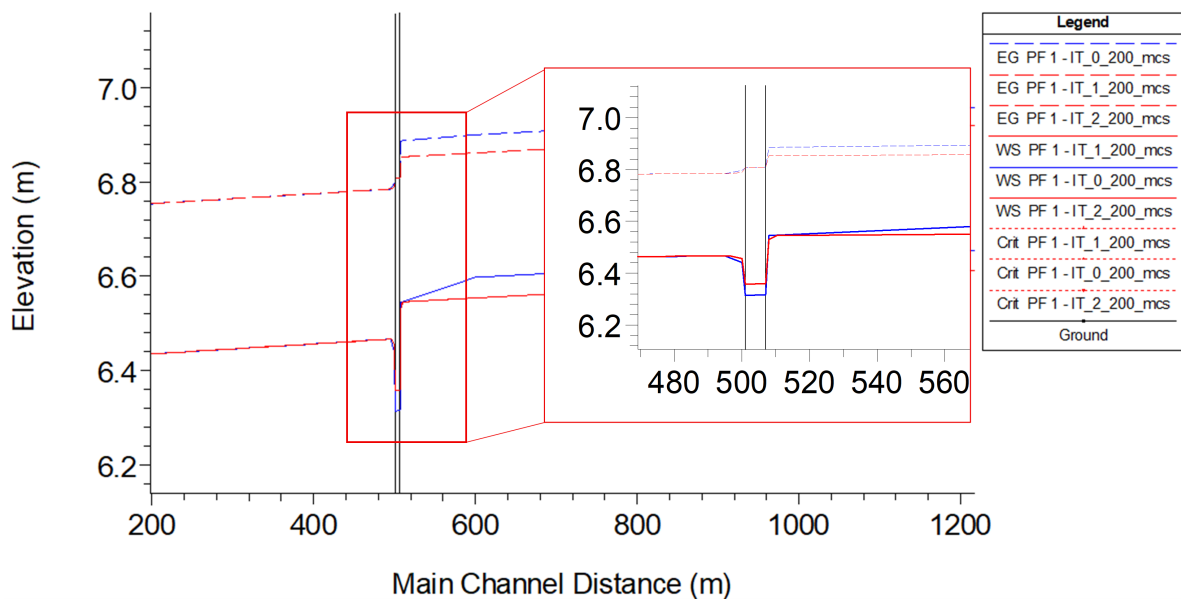


Figura 4.31: Profili ottenuti dalle varie iterazioni

## 5 Analisi idraulica delle piene del Ticino nel tratto tra Bereguardo e il Ponte della Becca

In questo capitolo, dopo una breve introduzione sul Fiume Ticino per inquadrare il problema, verranno presentati e confrontati tra loro i modelli "**Ticino - Po**" e "**Bereguardo - Becca**". Quest'ultimo verrà impiegato per condurre alcune analisi nel tratto di fiume che attraversa la città di Pavia concentrandosi, in particolare, sullo studio del coefficiente di drag delle pile del Ponte Coperto.

### 5.1 Fiume Ticino

Il Ticino ha origine in territorio Svizzero, nei pressi del Passo del San Gottardo, si estende per una lunghezza di 284 Km fino alla confluenza nel fiume Po, che avviene in corrispondenza del Ponte della Becca, in località Vaccarizza nel comune di Linarolo (PV). Rappresenta, insieme al Toce, il principale affluente del lago Maggiore che agisce, dal punto di vista idraulico, da serbatoio naturale regolandone il livello a valle.

Il corso del Ticino è convenzionalmente suddiviso in due tratti principali. Il primo, definito Ticino superiore, si estende dalla sorgente fino all'immissione nel Lago Maggiore. Il secondo, denominato Ticino inferiore, ha inizio dalla diga della Miorina, situata a Sesto Calende ad una quota di 205 m s.l.m., e prosegue fino alla confluenza in Po (quota 56 m s.l.m.). Il bacino idrografico del Ticino si estende su una superficie di circa  $6000\text{km}^2$ .

Nella trattazione successiva si concentrerà l'attenzione sull'ultimo tratto di fiume, da Bereguardo alla confluenza in Po (circa 19 Km).

Nella zona del comune di Pavia il fiume intercetta il Ponte della Libertà ed il Ponte Coperto, i quali, date le dimensioni degli elementi in alveo, rappresentano un restringimento non trascurabile della sezione di deflusso. All'altezza di Pavia e soprattutto a valle del Ponte Coperto si verifica inoltre una riduzione significativa della sezione disponibile per il deflusso.

Dal punto di vista idraulico il fiume Ticino oltre che dalle caratteristiche del suo corso (come larghezza, pendenza e scabrezza) è influenzato anche dal comportamento idraulico del Po. Infatti, quando il livello del Po si aumenta, si innalzano anche i tiranti nel Ticino

a causa del rigurgito dello stesso. Si verifica quindi che, a parità di portata defluente nel Ticino, il livello dello stesso, per esempio considerato sotto il Ponte Coperto, aumenta sensibilmente se aumenta la portata nel Po. Questo fenomeno si verifica sia durante gli eventi di piena sia per eventi con portate minori.

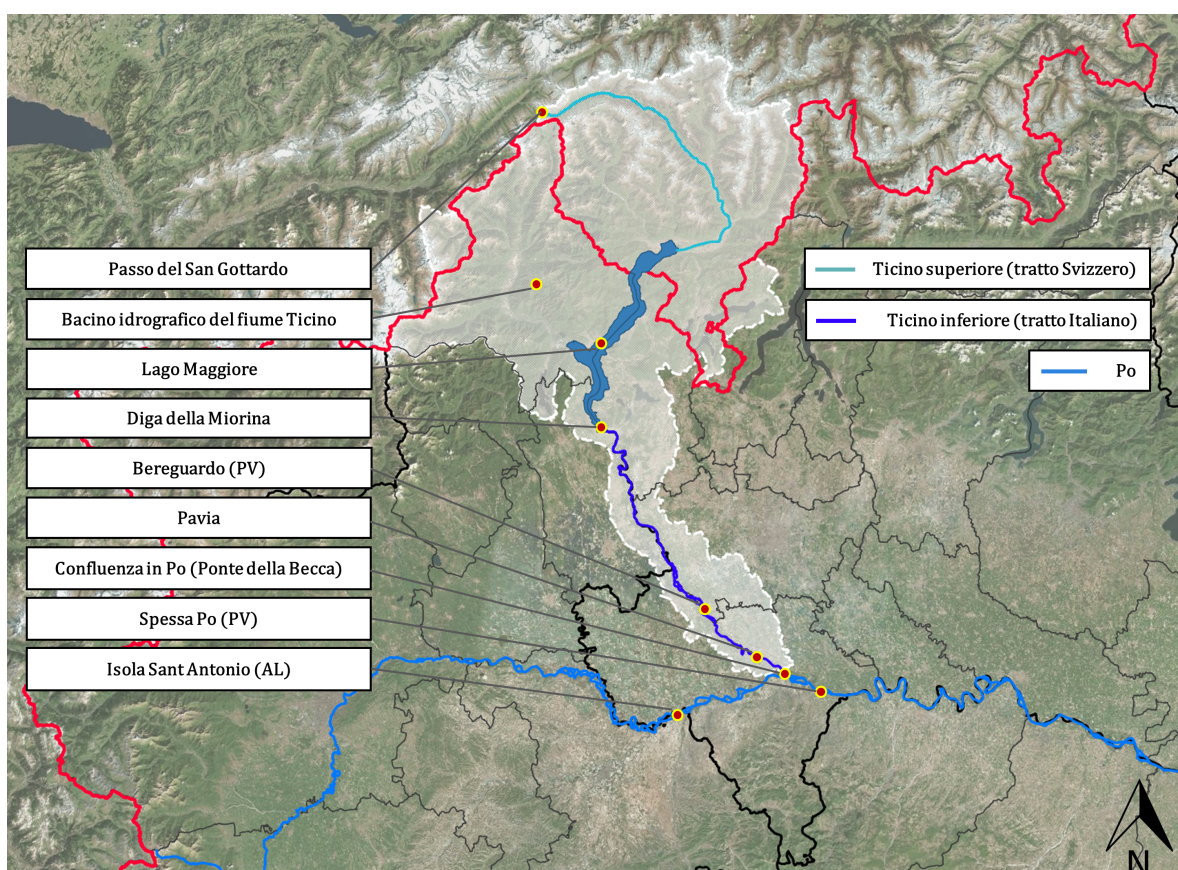


Figura 5.1: Inquadramento generale - scala di bacino (immagine ottenuta utilizzando i dati dei geodatabase: [16], [17], [18])

## 5.2 Modello Ticino Po e modello Bereguardo - Becca

Il modello monodimensionale (costruito attraverso il software Hec-Ras) **Ticino - Po** (abbreviato in seguito con la sigla TP) è stato messo a punto in un lavoro di ricerca presso il D.I.C.Ar (Dipartimento di Ingegneria Civile e Architettura dell'Università degli Studi di Pavia) in seguito a precedenti lavori di tesi:

- Il tratto di Ticino da Vigevano al Ponte coperto di Pavia: modello **Vigevano - Pavia** comprendente anche la modellazione dei ponti Coperto, figura 5.3 e della Libertà, figura 5.4 (Eleonora Redaelli AA 2023/2024 [10])
- Il tratto di Ticino a Pavia che comprende, oltre al Ticino dal Ponte Coperto al Ponte della Becca anche il canale Gravellone e la roggia Longarina e per questo motivo denominato **3R** (Three Reaches) a sottolineare il fatto che vengono considerati i tre differenti rami (Luca Toffolet, AA 2020/2021 [11]). Si riportano, in figura 5.2, gli andamenti dei tre tratti fluviali
- Il tratto di Po da Isola Sant'Antonio a Spessa Po (Lorenzo Belletrutti AA 2021/2022 [9])
- Il tratto di Po da Spessa Po a Castel San Giovanni e il posizionamento delle sezioni di calcolo nell'intorno dei ponti (attraverso la procedura iterativa descritta nell'esempio 5 al paragrafo 4.5) aggiunto successivamente nell'ambito della borsa di ricerca: "*Collaborazione allo sviluppo di modello idraulico per allagamento urbano*" (Titolare della borsa di ricerca: dott.ssa Eleonora Redaelli, Responsabile scientifico: prof.ssa Sara Todeschini).

Il modello Ticino-Po utilizza, come condizioni al contorno:

- **a monte (Vigevano)** i livelli idrometrici forniti dall'idrometro A.R.P.A. (8153) [15] sul ponte della SP 494 trasformati, attraverso una scala di deflusso [10], in portate.
- **a valle (Isola Sant'Antonio)** i livelli idrometrici forniti dall'idrometro A.I.Po (186300) [14] sul ponte della SS 211 "della Lomellina" trasformati, attraverso una scala di deflusso, in portate.
- **a valle (Spessa Po)** vengono imposte condizioni di moto uniforme (si impone quindi l'uguaglianza tra pendenza e cadente piezometrica).

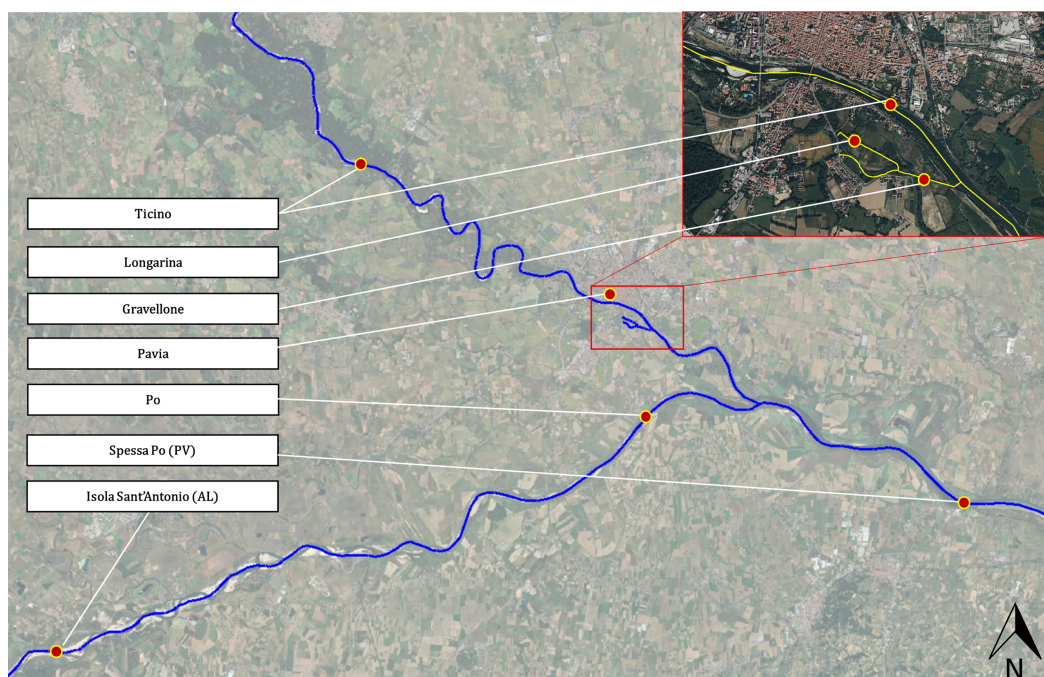


Figura 5.2: Inquadramento generale

L'obiettivo del modello è quello di concentrare le osservazioni, in condizione di piena, sulla zona del quartiere Borgo Basso a Pavia che è infatti spesso soggetto ad allagamenti durante gli eventi più intensi. Utilizzare come condizioni al contorno sezioni molto lontane dal centro di Pavia permette di prevedere, con diverse ore di anticipo, l'arrivo del picco nella zona del Borgo a Pavia.

Lo studio della dinamica delle piene in questa zona risulta di particolare interesse, oltre ovviamente che nell'ottica di migliorare la prevenzione e la progettazione delle difese contro le piene, anche dal punto di vista strettamente idraulico. Il Borgo infatti si affaccia direttamente sul Ticino ed è attraversato (nella zona sud) dal canale Gravellone e dalla roggia Longarina (un canale artificiale che si innesta nel Gravellone e che è stato progettato per convogliare le acque, durante le piene, in tre "Storage Area" che fungono da casse di espansione). Questi due corsi d'acqua, durante le piene, sono influenzati dal rigurgito del Ticino. Durante le piene, l'esondazione nell'area del Borgo Basso può avvenire, a causa dell'esondazione diretta per sormonto di via Milazzo in prossimità del Ponte Coperto e per rigurgito dello stesso nel canale Gravellone e nella roggia Longarina che, convogliando le acque rigurgitate verso aree depresse alle spalle del Borgo potrebbero inondarlo anche da sud.

In questo lavoro di tesi viene utilizzata una sola porzione del modello **Ticino - Po** per rendere più semplice la gestione del modello stesso e per concentrare le analisi successive sui ponti di Pavia. La porzione individuata a tale scopo si estende infatti dal ponte dell'autostrada A7 di Bereguardo alla confluenza in Po, in corrispondenza del Ponte della Becca. Per questo motivo il modello viene denominato "**Bereguardo - Becca**" (abbreviato in seguito con la sigla BB). Il modello impiegato discretizza il tratto di fiume attraverso 169 sezioni: 20 derivano da rilievi topografici A.I.Po (2004) mentre le restanti sono state interpolate attraverso il software. Nel tratto considerato dal modello Bereguardo - Becca sono presenti due idrometri: uno situato sul Ponte della Libertà (n. 8546, A.R.P.A. Lombardia) ed uno sul Ponte della Becca (n. 221700, "Ponte Becca SIAP", A.I.Po) che verranno utilizzati, rispettivamente per confrontare i risultati calcolati e quelli misurati e come condizione al contorno di valle. Non sono presenti strumenti di misura sul ponte dell'autostrada A7 a Bereguardo e quindi, come condizione al contorno di monte verranno utilizzati i dati ottenuti dal modello completo (Ticino - Po).

Come detto, nel modello sono compresi anche i "reaches" relativi al Gravellone e alla Longarina, per questi tratti si utilizzano, come condizioni al contorno degli idrogrammi di portata costanti con valori di  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  per la roggia Longarina e di  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  per il Gravellone. Questi contributi, in termini di portata al colmo e volume di piena, risultano trascurabili, tuttavia, queste condizioni al contorno, sono fondamentali per la stabilità numerica del modello.



Figura 5.3: Ponte Coperto (lato valle) durante la piena del 2025



Figura 5.4: Ponte della Libertà (lato valle, fotografato dal Ponte Coperto) durante la piena del 2025

### 5.3 Confronti tra il modello Ticino - Po e il modello Bereguardo - Becca

Prima di poter utilizzare il modello Bereguardo - Becca occorre confrontare i risultati prodotti da quest'ultimo con quanto ottenuto dal modello completo ed analizzare le differenze che potrebbero generarsi dal momento che si utilizza una sola porzione di un modello più complesso.

	Condizione al contorno di Monte	Condizione al contorno di Valle
1	Portate calcolate dal modello Ticino Po sul ponte A7 di Bereguardo	Livelli idrometrici calcolati dal modello Ticino Po
2	Portate calcolate dal modello Ticino Po sul ponte A7 di Bereguardo	Livelli idrometrici misurati dall'idrometro di A.I.Po Becca SIAP al ponte della Becca

Tabella 5.1: Condizioni al contorno di monte e di valle utilizzate

A tale scopo vengono modellati diversi eventi di piena con il modello Bereguardo - Becca e confrontati i risultati con quanto ottenuto dai calcoli effettuati con il modello Ticino - Po per le stesse piene. Come spiegato precedentemente i livelli idrici del Ticino nella zona di Pavia sono influenzati da quelli del Po, per questo motivo, le piene simulate sono essenzialmente di due tipi: piene "proprie" del Ticino e piene del Po. Per ogni piena simulata si eseguono le due prove elencate in tabella 5.1 con le condizioni al contorno riportate. Per poter confrontare i risultati ottenuti con i livelli registrati dall'idrometro A.R.P.A. situato sul Ponte della Libertà si farà riferimento ad un'unica sezione di controllo posta immediatamente a valle del ponte stesso in cui verranno estratti i tiranti calcolati. Per ogni simulazione verranno discussi i risultati ottenuti attraverso dei grafici (5.9, 5.12, 5.16 e 5.19) in cui si riportano (per la sezione di controllo sopra descritta):

- i risultati delle due simulazioni descritte in tabella 5.1
- i risultati del modello Ticino - Po
- i tiranti registrati dall'idrometro A.R.P.A. n. 8546 (Ponte della Libertà).

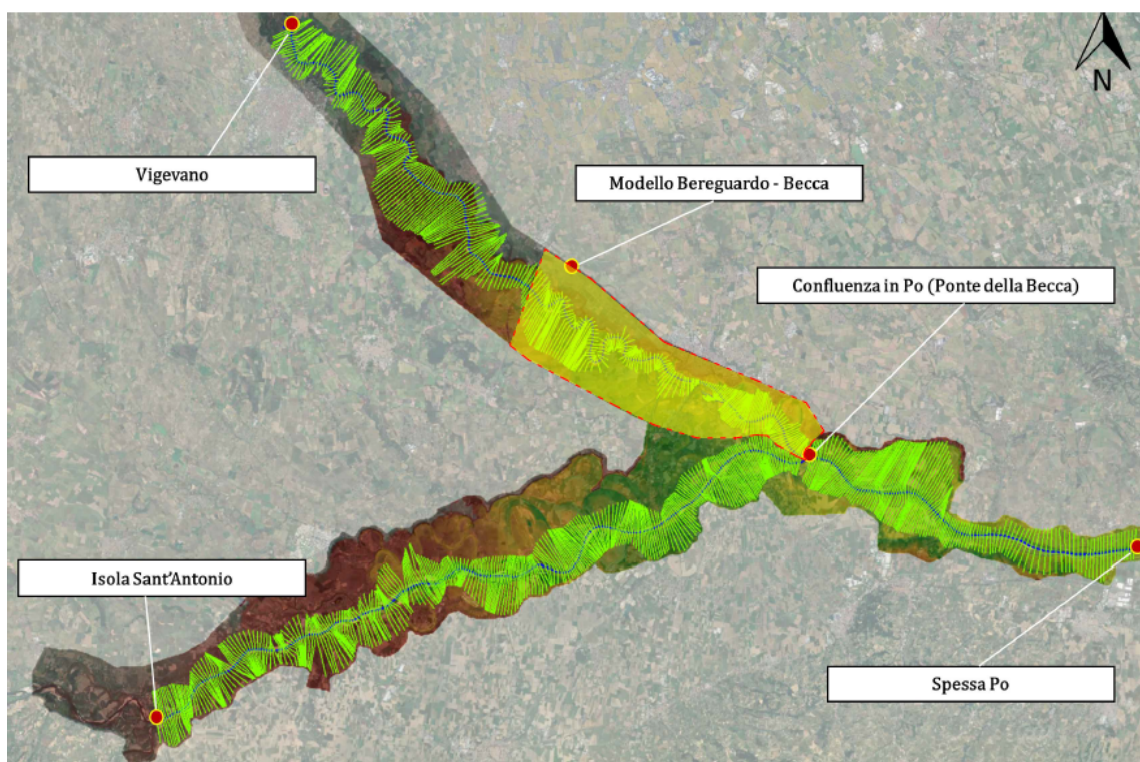


Figura 5.5: Modello Ticino - Po

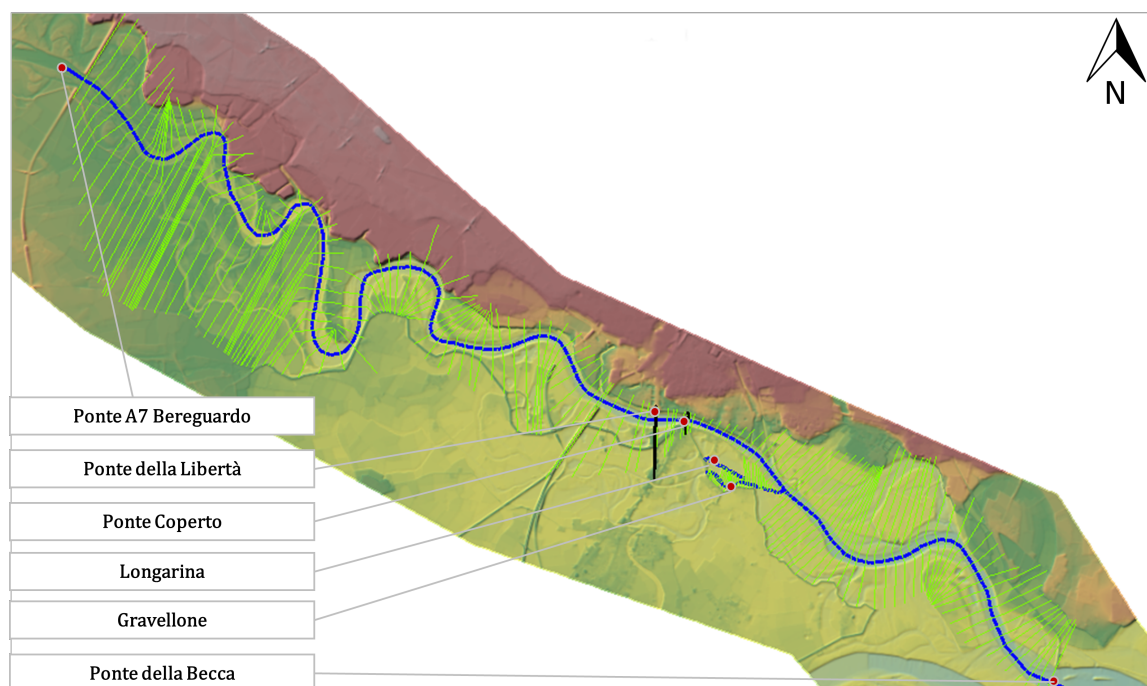


Figura 5.6: Modello Bereguardo - Becca

### 5.3.1 Piena del 2014

La piena del Novembre 2014 è caratterizzata da 4 picchi e classificabile come piena "propria" del Ticino. Le portate di picco raggiunte dal Ticino durante questo evento sono di circa  $2000 \text{ m}^3/\text{s}$  (T.R. 20 anni circa [12]) e si sono registrati (dall'idrometro A.I.Po sul Ponte della Becca) livelli del Po corrispondenti al livello di allerta "giallo" (livelli compresi tra 3,50 m e 4,50 m sopra lo zero idrometrico). I dati impiegati nella simulazione vanno dalle 0:00 del 05/11/2014 alle 0:00 del 07/12/2014. Si riportano di seguito:

- in figura 5.7 le condizioni al contorno di monte (Bereguardo);
- in figura 5.8 le condizioni al contorno di valle (Ponte della Becca);
- in figura 5.9 i risultati ottenuti schematizzati come descritto nel paragrafo. 5.3

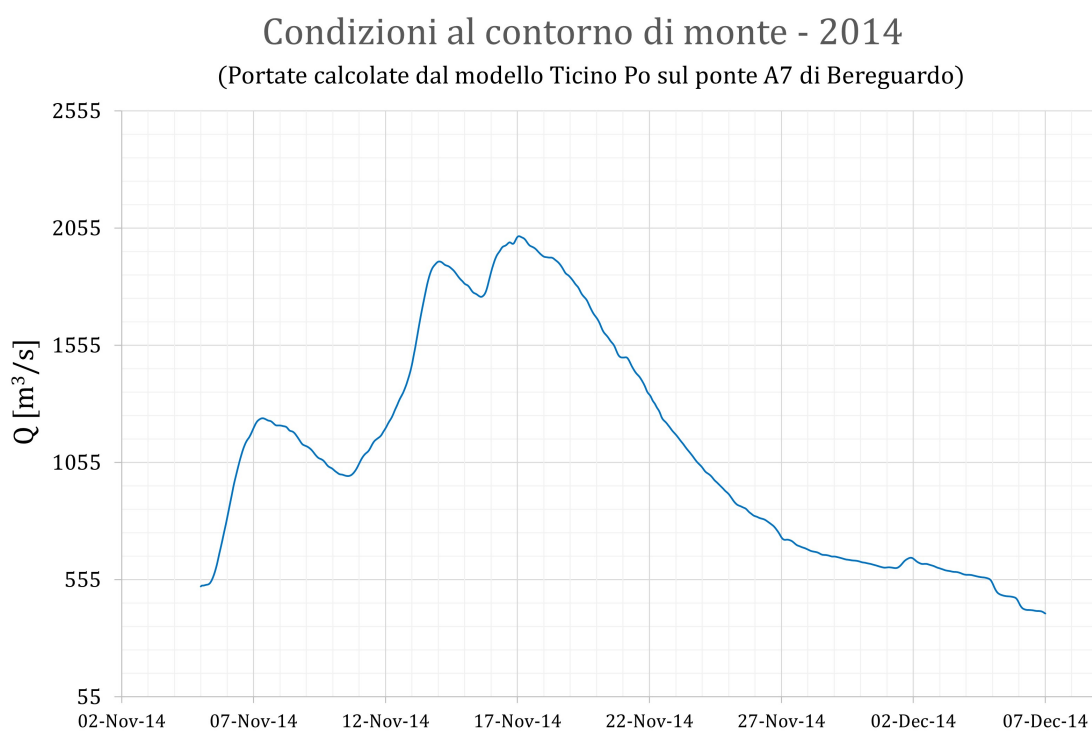


Figura 5.7: Condizioni al contorno di monte 2014

Osservando il grafico dell'andamento delle portate utilizzate come condizione al contorno di monte (fig. 5.7) si nota la presenza di soli tre picchi e non quattro, come nei grafici dei livelli idrometrici al Ponte della Libertà (fig. 5.9) e delle condizioni al contorno di valle (fig. 5.8). Si presuppone quindi che il quarto picco sia dovuto al rigurgito del Ticino (e quindi non visualizzabile nelle condizioni di monte a Bereguardo). Si suppone infatti che la sezione dove sono state misurate le portate utilizzate come condizioni di monte (ponte autostrada A7 a Bereguardo) non sia influenzata dal rigurgito del Ticino (causato dal Po) in quanto molto distante dalla confluenza.

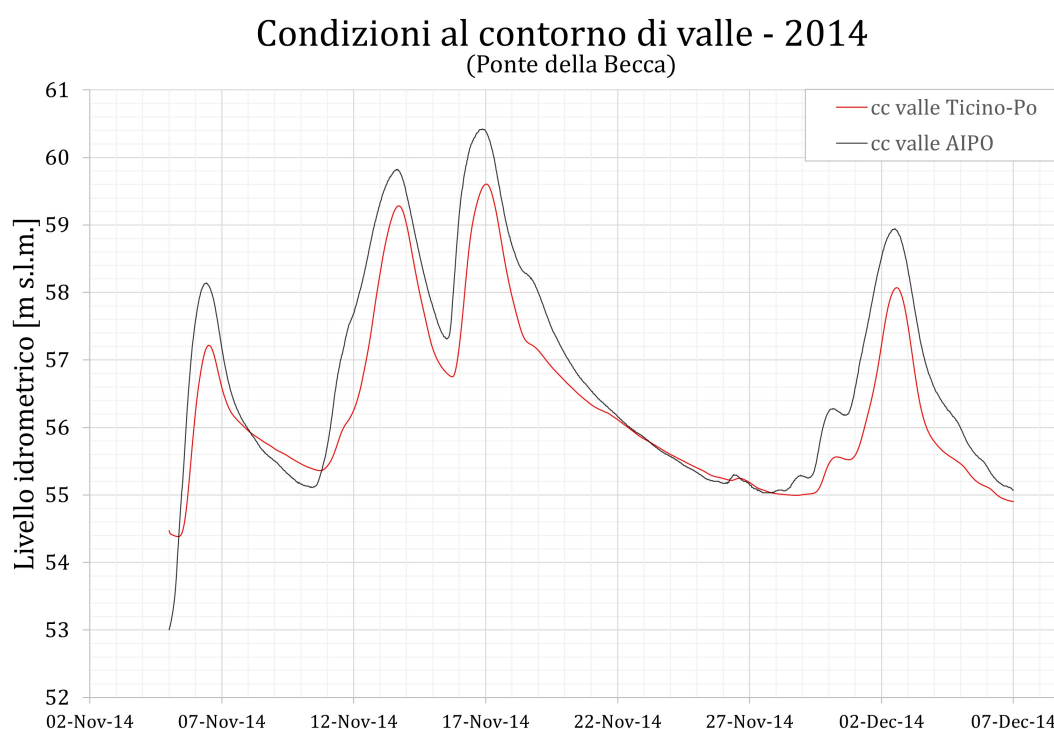


Figura 5.8: Condizioni al contorno di valle 2014

Analizzando i risultati ottenuti (grafico in figura 5.9) è possibile notare come il modello **Ticino - Po** tenda sempre a sottostimare i livelli misurati dall'idrometro A.R.P.A.. I modelli Ticino - Po e Bereguardo - Becca con condizione di valle "Ticino - Po" risultano sostanzialmente coincidenti (fatto salvo l'ultimo picco il cui il modello TP si discosta dal BB di 8 cm). La quasi perfetta coincidenza di questi due modelli è dovuta al fatto che nel modello più piccolo (BB) sono utilizzati come dati a valle quelli estratti dal modello completo (TP). Osservando invece i risultati riguardanti il modello Bereguardo - Becca con condizione di valle "A.I.Po" si nota una sovrastima di quest'ultimo rispetto a quanto

ottenuto dal modello completo (TP). Questo fatto è giustificabile osservando le condizioni al contorno di valle (fig. 5.8) in cui i livelli del modello Ticino - Po sono sempre minori di quelli misurati dall'idrometro A.I.Po..

### Ponte della Libertà - 2014

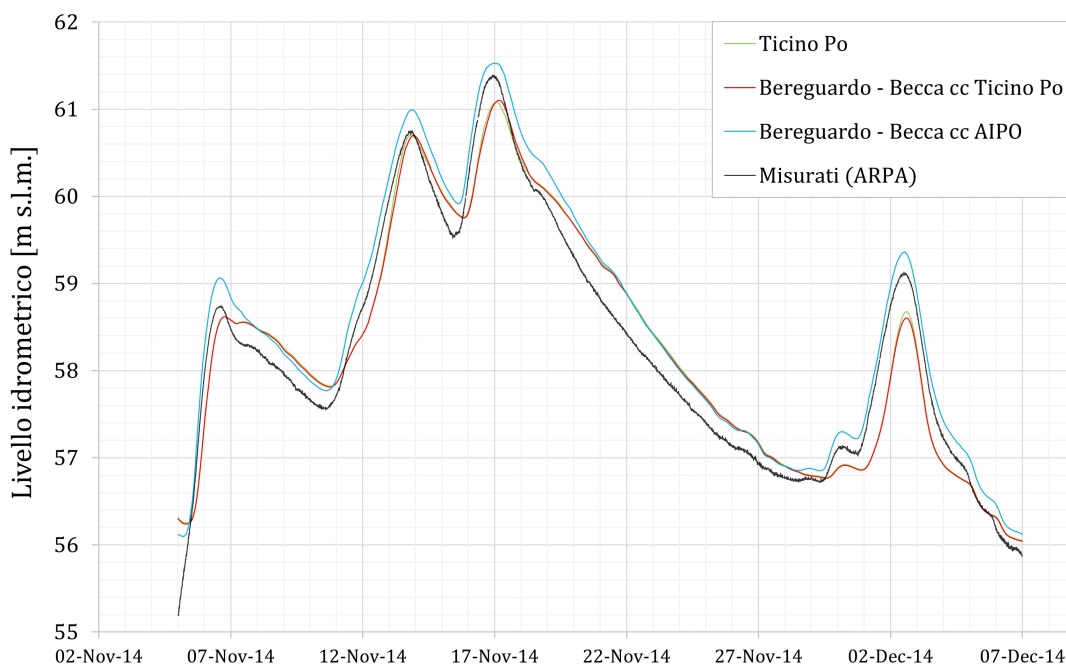


Figura 5.9: Risultati piena del 2014

Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]								
	Picco 1	$\Delta$	Picco 2	$\Delta$	Picco 3	$\Delta$	Picco 4	$\Delta$
	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>58,74</b>	–	<b>60,75</b>	–	<b>61,33</b>	–	<b>59,12</b>	–
Ticino-Po	58,62	-12	60,70	-5	61,08	-25	58,68	-44
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	58,62	-12	60,70	-5	61,10	-23	58,60	-52
Bereguardo - Becca CC valle: A.I.Po	59,06	32	60,99	24	61,53	20	59,36	24

Tabella 5.2: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2014

Utilizzando come riferimento i dati misurati, il modello Bereguardo - Becca, con condizioni al contorno A.I.Po, sembra approssimare meglio la realtà rispetto al modello Ticino - Po. Prendendo come esempio il terzo picco infatti, lo scostamento tra i livelli misurati dall'idrometro A.R.P.A e quanto calcolato dal modello BB risulta di 20 cm mentre il confronto con il Ticino - Po è di 25 cm. Questo fatto è ancora più evidente se si considera il quarto picco dove il modello Ticino - Po sottostima i dati reali di 44 cm mentre il modello Bereguardo - Becca con le condizioni al contorno di valle A.I.Po li sovrastima di 24 cm. Nella tabella (5.2) sono riassunti: i livelli idrometrici ottenuti (al Ponte della Libertà) per ognuno dei 4 picchi; e la differenza rispetto ai dati misurati dall'idrometro A.R.P.A.. Vengono quindi sottratti ai valori della riga che riguarda i dati dell'idrometro A.R.P.A. (ovvero la prima in grassetto) quelli ottenuti con i diversi modelli.

Si riscontra un errore maggiore sul picco dovuto al rigurgito del Ticino, questa circostanza, verrà indagata un maniera più approfondita durante le descrizioni delle piene del Po nei paragrafi successivi.

### 5.3.2 Piena del 2019

La piena del Novembre 2019 è una piena propria del Po e presenta un picco principale il 25/11/2019. Si sono registrati (dall'idrometro A.I.Po sul Ponte della Becca) livelli di Po corrispondenti al livello di allerta "rosso" (livelli maggiori di 5,50 m sopra lo zero idrometrico). I dati impiegati nella simulazione vanno dalle 0:00 dell'11/11/2019 alle 0:00 del 11/12/2019. Si riportano di seguito:

- in figura 5.10 le condizioni al contorno di monte (Bereguardo);
- in figura 5.11 le condizioni al contorno di valle (Ponte della Becca);
- in figura 5.12 i risultati ottenuti schematizzati come descritto nel paragrafo 5.3.

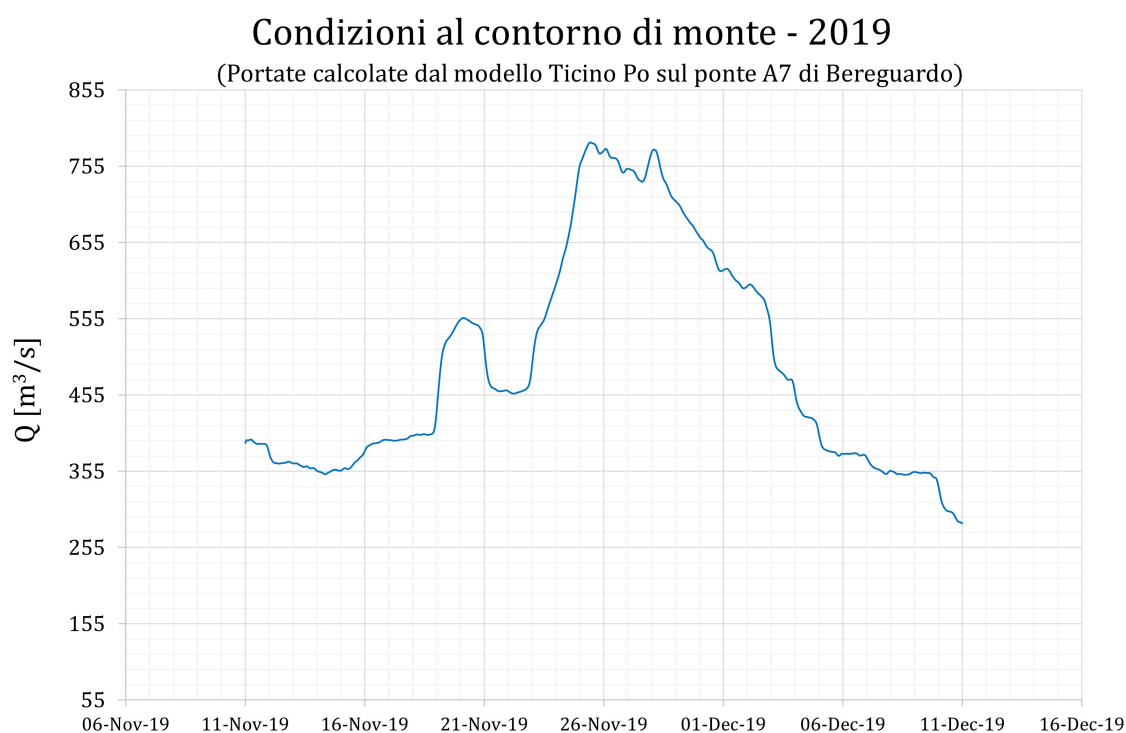


Figura 5.10: Condizioni al contorno di monte 2019

Nel caso della piena analizzata in questo paragrafo, il confronto tra le condizioni al contorno e di valle (fig. 5.11) con quelle rilevate dall'idrometro sul Ponte della Libertà (5.12) evidenzia una maggiore somiglianza.

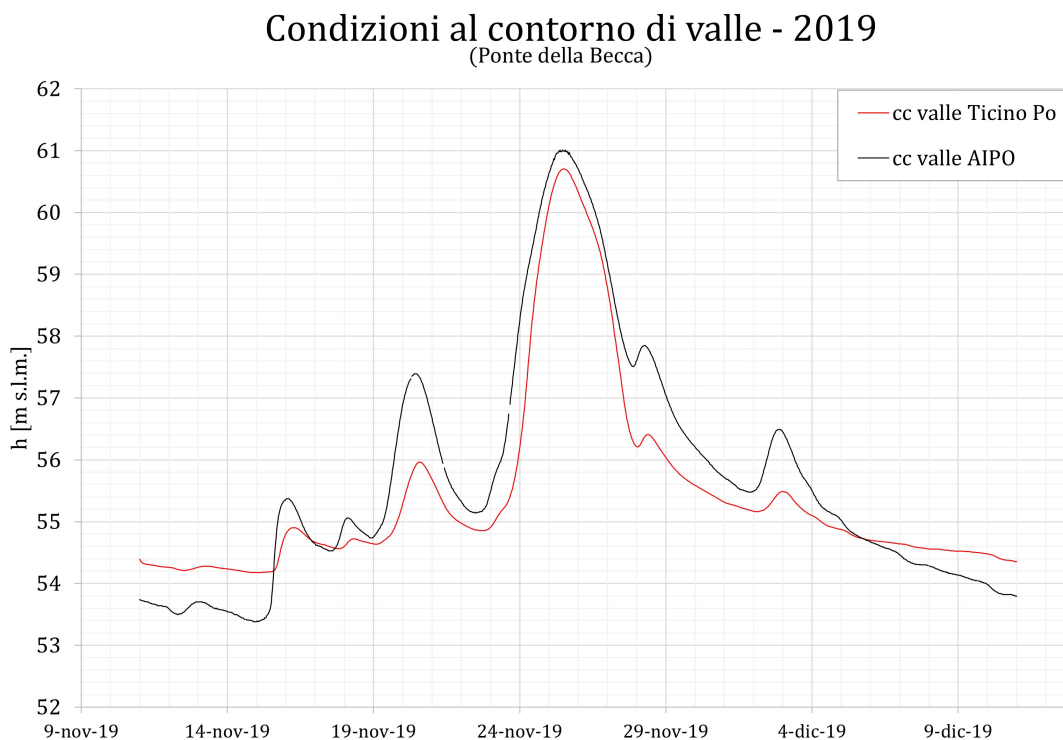


Figura 5.11: Condizioni al contorno di valle 2019

Osservando i risultati riguardanti il modello Bereguardo - Becca con condizioni al contorno Ticino - Po (fig. 5.12) si nota, come nella piena del 2014, una sottostima di quest'ultimo rispetto a quanto ottenuto dal modello con le condizioni al contorno "A.I.Po". Questo fatto è nuovamente giustificabile osservando le condizioni al contorno di valle (fig. 5.11) in cui i livelli del modello Ticino - Po sono sempre minori di quelli misurati dall'idrometro A.I.Po..

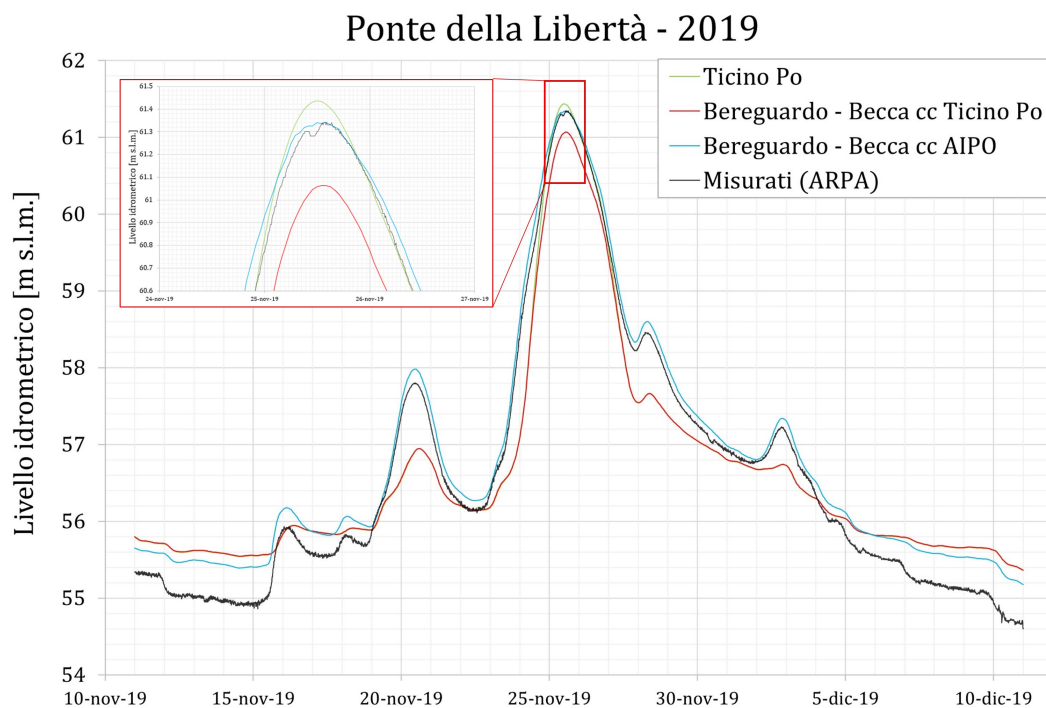


Figura 5.12: Risultati per la piena dal 2019

Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]		
	Picco [m]	$\Delta$ [cm]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>61,30</b>	–
Ticino-Po	61,44	14
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	61,06	-24
Bereguardo - Becca CC valle: A.I.Po	61,34	4

Tabella 5.3: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2019

Analizzando i risultati (grafico in figura 5.12) è possibile notare come il modello **Ticino - Po** segua l'andamento dei livelli misurati ad eccezione di una sovrastima di 10 cm al picco.

I modelli Ticino - Po e Bereguardo - Becca con condizione di valle "Ticino - Po" risultano infatti discostati tra loro di 38 cm nel picco centrale e non più circa sovrapposti come avveniva nei primi tre picchi della piena del 2014. Questa sovrastima era presente (anche se di minor entità) anche sul quarto picco della piena del 2014, che si era identificato come

picco derivante dal rigurgito del Ticino; trovare lo stesso tipo di sovrastima anche nella piena che si sta analizzando in questo paragrafo conferma la tendenza del modello Ticino - Po a sovrastimare i livelli quando le piene considerate derivano dal Po. Il modello Ticino - Po infatti utilizza, delle strutture fittizie, che il software denomina "*lateral structures*" (strutture laterali) e che funzionano come delle soglie sfioranti: superato (nel Po) il livello di soglia, la portata comincia a defluire nel Ticino. La posizione delle strutture descritte è riportata, in figura 5.13 ed identificata attraverso delle linee rosse. Le difformità tra i due modelli sopra evidenziate potrebbero essere legate al comportamento di questa struttura che richiederà una valutazione più accurata.

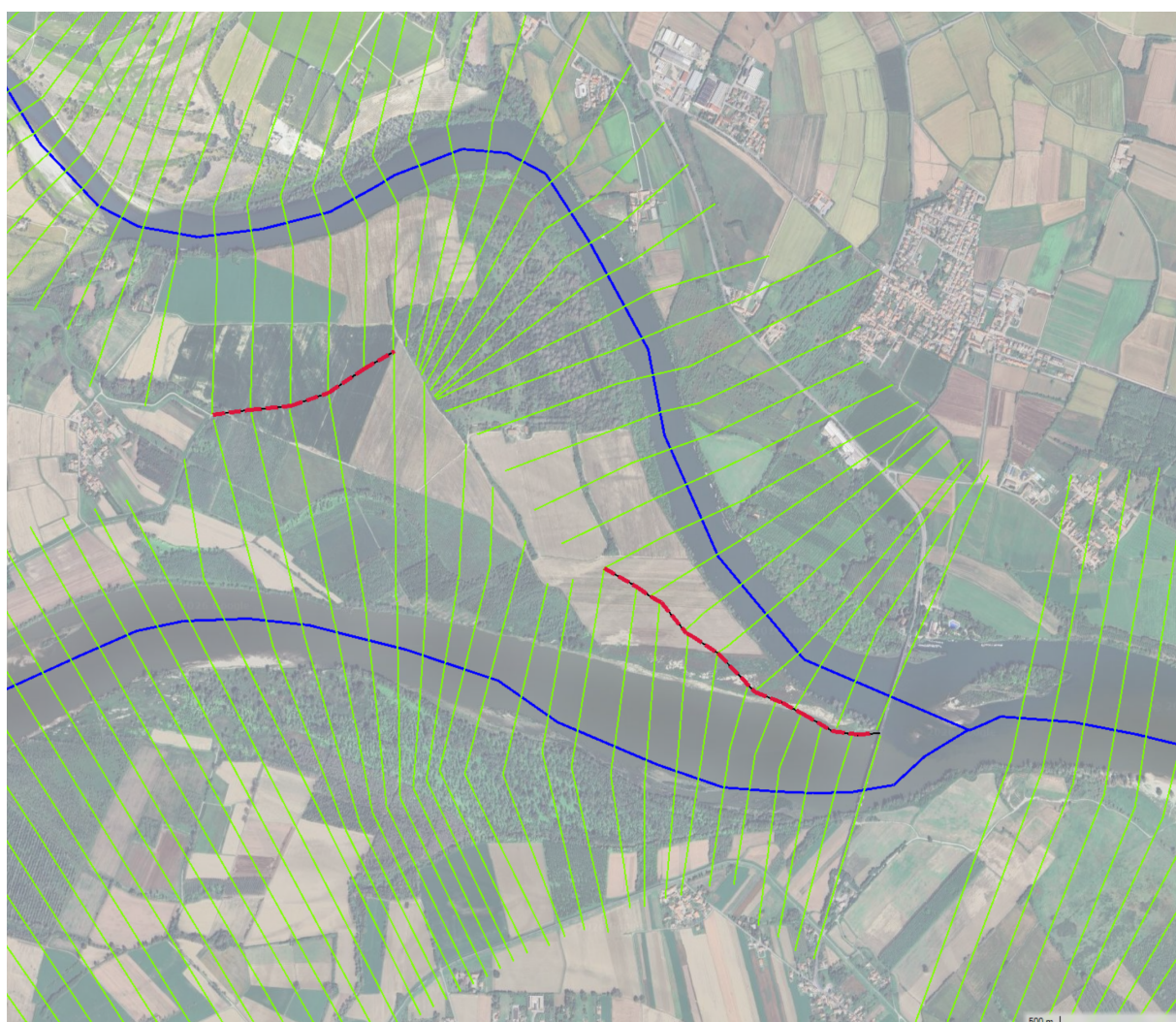


Figura 5.13: Lateral structures presenti, nell'intorno della confluenza del Ticino nel Po nel modello "Ticino - Po"

### 5.3.3 Piena del 2020

La piena dell'Ottobre 2020 è una piena di rigurgito del Ticino e presenta un unico picco. Si sono registrati (dall'idrometro A.I.Po sul Ponte della Becca) livelli di Po corrispondenti al livello di allerta "arancione" (livelli compresi tra 4,50 m e 5,50 m sopra lo zero idrometrico). I dati impiegati nella simulazione vanno dalle 0:00 del 30/09/2020 alle 0:00 del 10/10/2020. Si riportano di seguito:

- in figura 5.14 le condizioni al contorno di monte (Bereguardo);
- in figura 5.15 le condizioni al contorno di valle (Ponte della Becca);
- in figura 5.16 i risultati ottenuti schematizzati come descritto nel paragrafo 5.3.

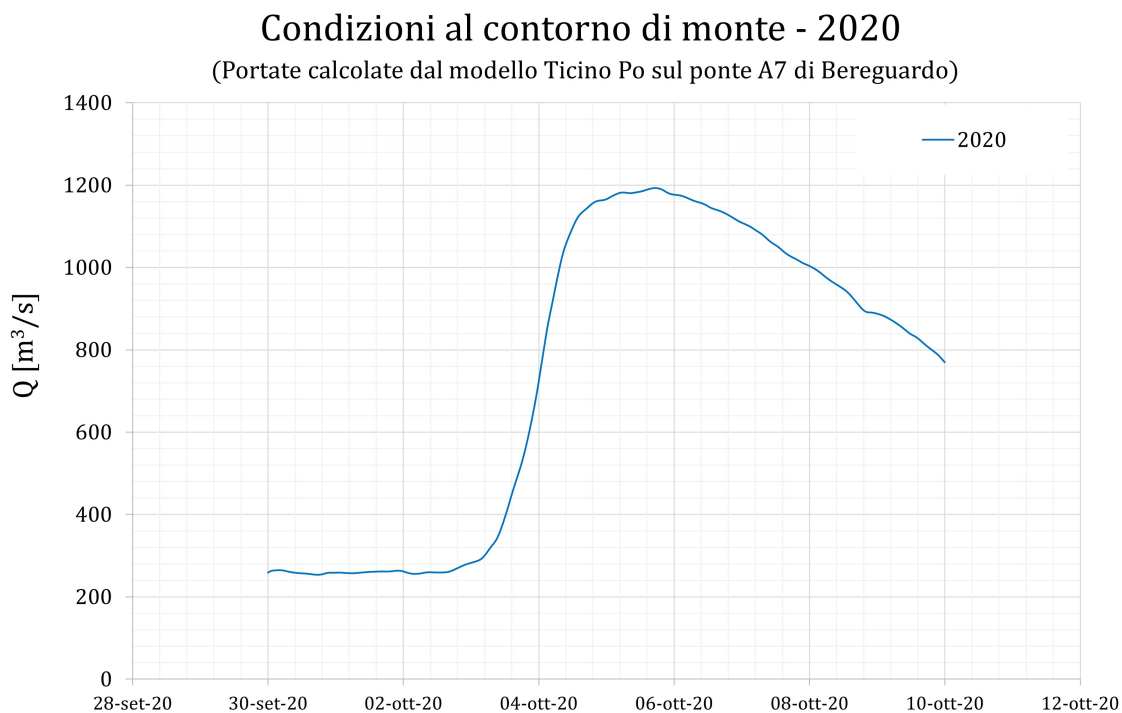


Figura 5.14: Condizioni al contorno di monte 2020

Come per la piena del 2019, il confronto tra le condizioni al contorno di monte e di valle (fig. 5.14 e 5.15) con quelle rilevate dall'idrometro sul Ponte della Libertà 5.16 evidenzia una maggiore somiglianza di queste ultime con le condizioni di valle (Ponte della Becca) rispetto che quelle a monte (Bereguardo), suggerendo si tratti, anche in questo caso, di una piena da rigurgito del Ticino (causata dal Po).

A differenza di quanto osservato per le piene precedenti, se si analizzano le condizioni al contorno di valle, si riscontra una buona sovrapposizione tra i livelli idrometrici calcolati dal modello Ticino - Po e quelli misurati. Questa approssimazione migliore delle condizioni al contorno di valle, tuttavia, non rende minori le differenze tra i modelli nella sezione di controllo del Ponte della Libertà. Analizzando infatti il grafico in figura 5.16 si nota una sovrastima del livello calcolato dal modello Ticino - Po.

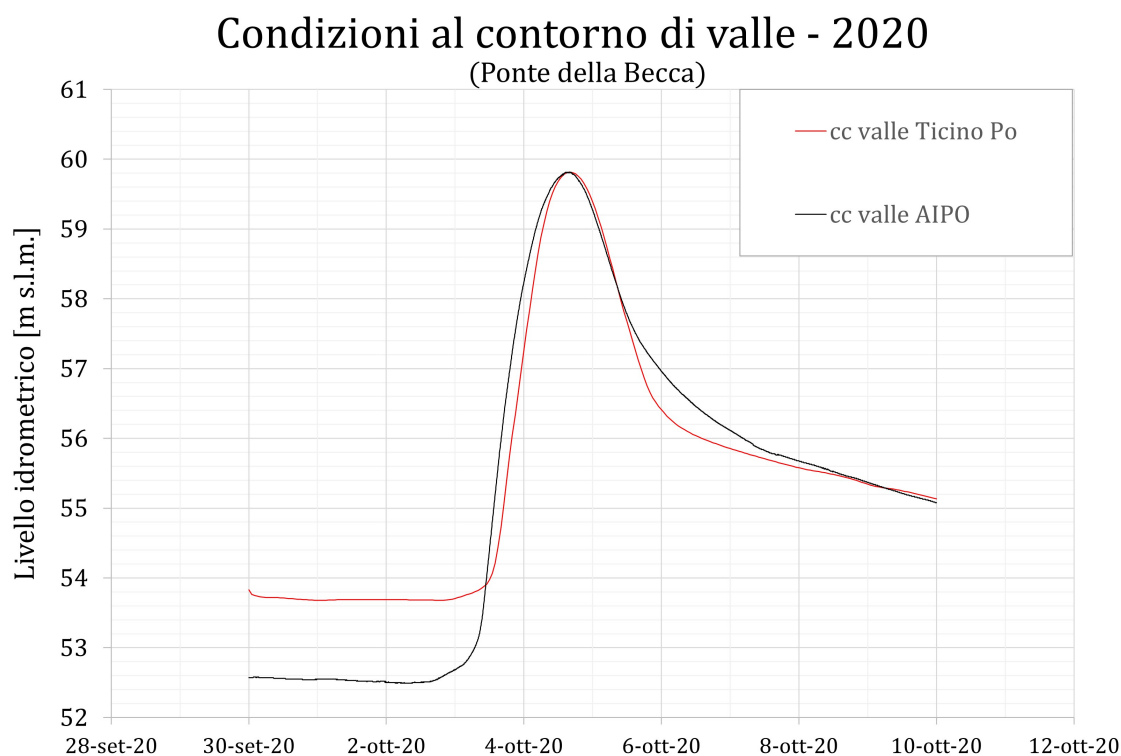


Figura 5.15: Condizioni al contorno di valle 2020

Il modello Bereguardo - Becca sembra, anche in questo caso approssimare meglio la realtà sovrastimando i livelli misurati di 38 cm, rispetto ai 64 cm di sovrastima introdotti dal modello completo. Anche in questo caso la presenza delle lateral structures potrebbe influire negativamente sui risultati.

I risultati ottenuti sono riassunti (con le differenze calcolate come nelle analisi delle piene precedenti) in tabella 5.4. Un'altra osservazione possibile analizzando il grafico delle condizioni di valle (fig. 5.15) riguarda lo "sfasamento" delle due curve. Si nota infatti che il ramo ascendente (e di conseguenza anche il picco) dell'idrogramma di piena del modello Ticino - Po sia in ritardo rispetto all'idrogramma misurato. Questo aspetto verrà discusso più approfonditamente nel paragrafo 5.3.5

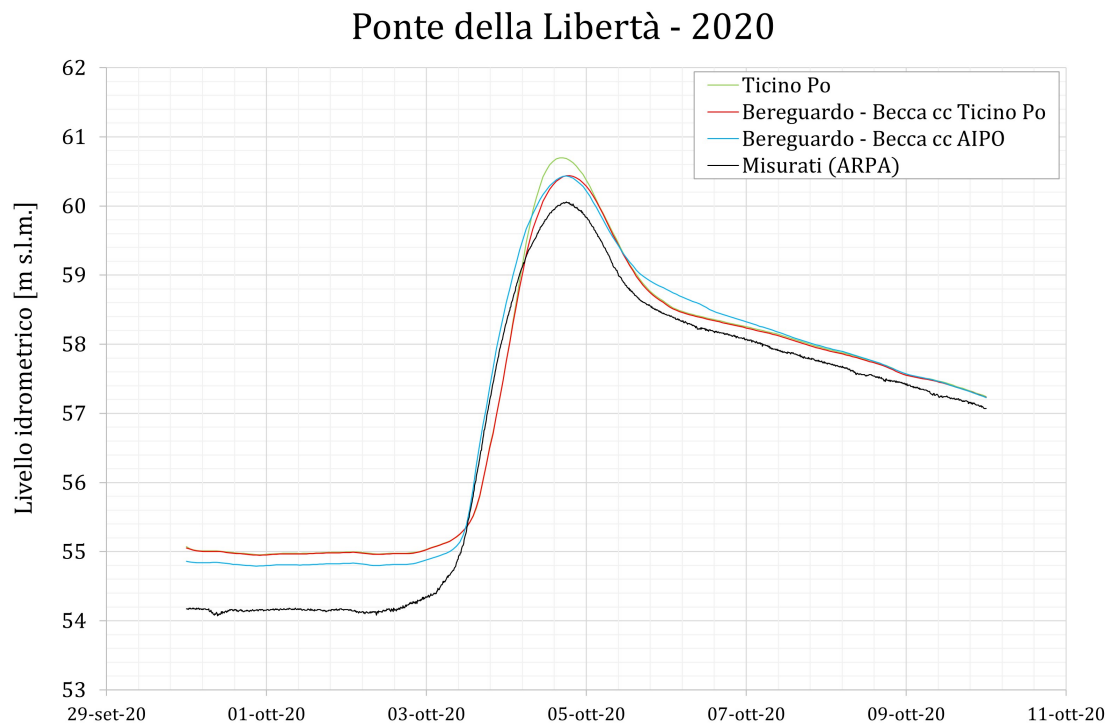


Figura 5.16: Risultati per la piena del 2020

Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]		
	Picco [m]	$\Delta$ [cm]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>60,06</b>	–
Ticino-Po	60,70	+64
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	60,44	+38
Bereguardo - Becca CC valle: A.I.Po	60,43	+37

Tabella 5.4: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2020

### 5.3.4 Piena del 2025

La piena dell'Aprile 2025 è una piena di rigurgito del fiume Ticino e presenta un unico picco. Si sono registrati (dall'idrometro A.I.Po sul Ponte della Becca) livelli di Po corrispondenti al livello di allerta "rosso" (livelli maggiori di 5,50 m sopra lo zero idrometrico). I dati impiegati nella simulazione vanno dalle 0:00 del'11/04/2025 alle 0:00 del 30/04/2025. Si riportano di seguito:

- in figura 5.17 le condizioni al contorno di monte (Bereguardo);
- in figura 5.18 le condizioni al contorno di valle (Ponte della Becca);
- in figura 5.19 i risultati ottenuti schematizzati come descritto nel paragrafo 5.3.

#### Condizioni al contorno di monte - 2025

(Portate calcolate dal modello Ticino Po sul ponte A7 di Bereguardo)

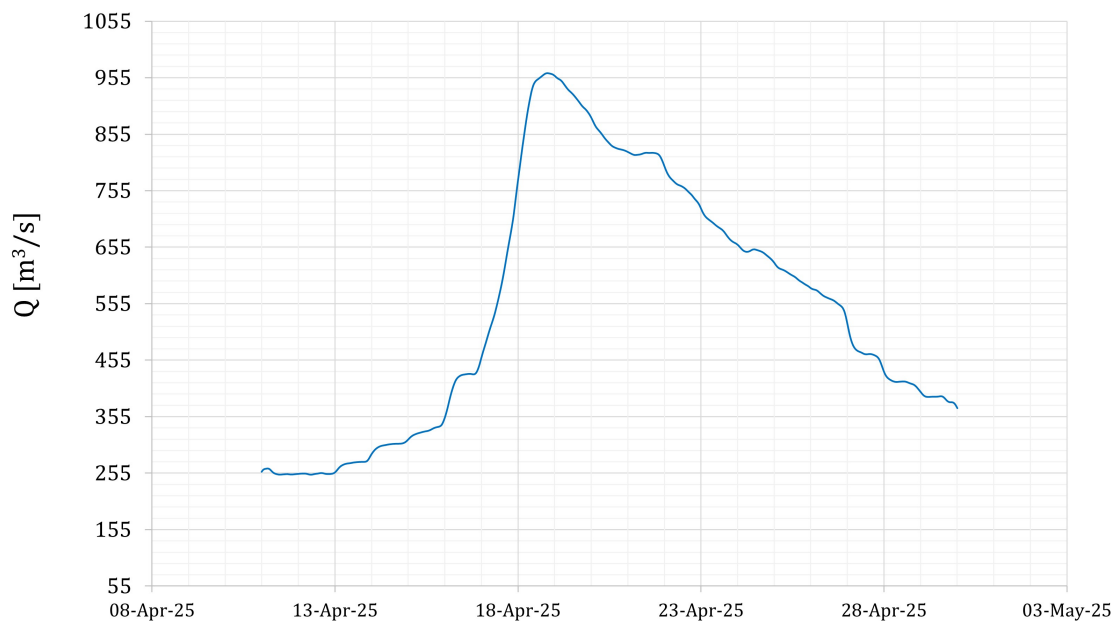


Figura 5.17: Condizioni al contorno di monte 2025

Anche nella piena del 2025, il confronto tra le condizioni al contorno di monte e di valle (fig. 5.17 e 5.18) con quelle rilevate dall'idrometro sul Ponte della Libertà (5.19) evidenzia una maggiore somiglianza di queste ultime con le condizioni di valle (Ponte della Becca) rispetto che a quelle a monte (Bereguardo), evidenziando quindi, che anche per la piena del 2025, deriva dal rigurgito del Ticino.

Anche in questo caso, se si osservano i picchi delle condizioni al contorno di monte si nota una buona sovrapposizione tra i livelli misurati e quelli calcolati dal modello Ticino - Po. Come per la piena del 2020 però questa miglior sovrapposizione a valle non si riflette positivamente sui risultati al Ponte della Libertà. Si nota infatti, anche in questo caso, una sovrastima del modello Ticino - Po nel picco di piena ed un miglior risultato nell'approssimazione dei dati da parte del modello Bereguardo - Becca con condizioni di valle Ticino - Po (tab 5.5).

Si nota, anche in questo caso, uno scostamento temporale tra gli idrogrammi nelle condizioni al contorno di valle (fig. 5.18) i quali risultano tra loro leggermente sfalsati. Come detto questo aspetto verrà approfondito nel paragrafo 5.3.5.

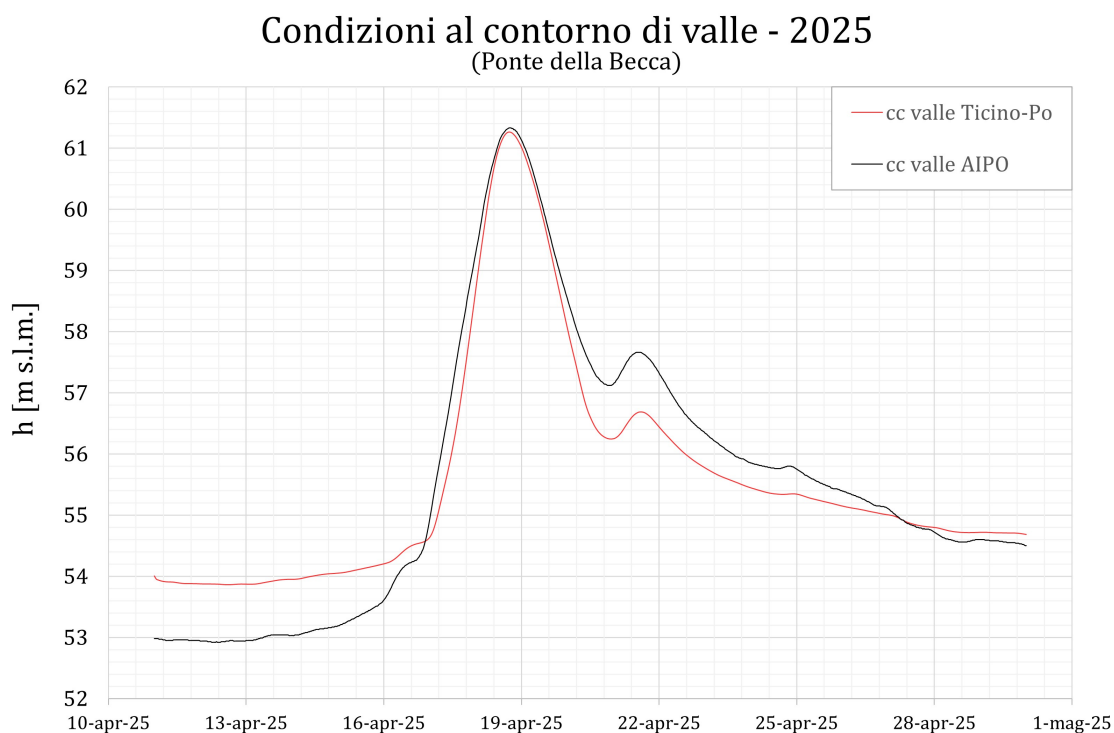


Figura 5.18: Condizioni al contorno di valle 2025

### Ponte della Libertà - 2025

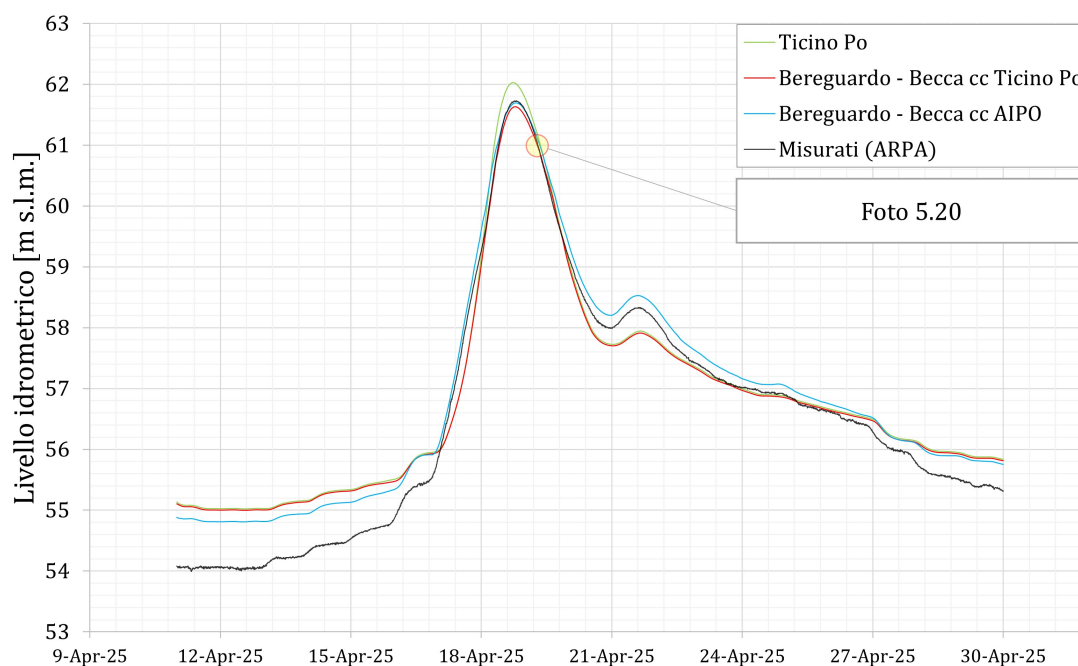


Figura 5.19: Risultati piena del 2025

Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]		
	Picco [m]	$\Delta$ [cm]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>61,71</b>	–
Ticino-Po	62,02	31
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	61,63	-8
Bereguardo - Becca CC valle: A.I.Po	61,70	-1

Tabella 5.5: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2025

Si riportano di seguito, in figura 5.20, alcune fotografie scattate in occasione della piena analizzata. In figura 5.19 è evidenziato sul grafico, con un punto giallo, il momento in cui sono state scattate le foto



Figura 5.20: Piena del 2025 (19/04/2025; 7:30), documentazione fotografica: (A) Ponte Coperto lato valle (fotografato dal Borgo); (B) Borgo basso (fotografato dal Ponte Coperto); (C) Via Milazzo (fotografata dal Ponte Coperto); (D) Pila del Ponte Coperto sommersa

### 5.3.5 Sfasamento tra le simulazioni condotte con i due modelli

Come evidenziato nei paragrafi precedenti in alcune delle piene analizzate si è notato un certo sfasamento negli idrogrammi delle condizioni al contorno di valle, in particolare si osserva un ritardo nei dati estratti dal modello Ticino-Po rispetto ai dati misurati dall'idrometro A.I.Po del Ponte della Becca. Questo ritardo potrebbe portare ad un errore nella valutazione dei livelli nella sezione di controllo che si sta utilizzando al Ponte della Libertà e quindi ad una non corretta interpretazione dei dati. Si decide quindi di eseguire nuovamente le simulazioni riguardanti le piene del 2020 e del 2014 anticipandone i picchi (si scelgono queste piene per avere un riscontro sia nell'analisi di una piena propria del Ticino che in una di rigurgito del Ticino).

Si attribuisce il ritardo del modello Ticino - Po al metodo con cui sono stati gestiti i tratti di monte di questo modello. Come evidenziato infatti dalle figure 5.21 e 5.22 il modello, non inizia in corrispondenza delle sezioni dove sono installati gli idrometri ma più a monte. Aggiungere sezioni (e quindi anche un tratto di alveo) a monte di quelle in cui vengono registrati i dati è un'accortezza che permette di effettuare un controllo in più sul modello. Operativamente tale controllo consiste nell'utilizzare, nella prima sezione del modello (più a monte), i dati misurati nella sezione con l'idrometro (più a valle) e verificare successivamente che, attraversando il tratto aggiuntivo, questi rimangano invariati rispetto ai valori originali. Per percorrere questi tratti aggiuntivi a monte le onde di piena impiegano un certo tempo che, nelle simulazioni svolte sin ora, è stato trascurato inserendo nella sezione di monte i dati estratti a valle senza modificarne l'orario. Si riteneva infatti che, tratti aggiuntivi a monte di 6 km a Isola Sant'Antonio e di 3 km a Vigevano non fossero sufficientemente estesi da generare un ritardo dovuto al tempo di percorrenza degli stessi. I dati usati come condizioni al contorno nelle sezioni iniziali del modello venivano quindi approssimati assumendoli identici a quelli estratti più a valle.

Dalle simulazioni eseguite con il modello Bereguardo - Becca, tuttavia, si nota un certo sfasamento e si intuisce quindi che questi tratti aggiuntivi a monte, in realtà influiscono sui risultati a valle.

Inoltre, simulare condizioni di monte non sincronizzate ai dati reali può portare ad ottenere dati falsati a valle (Ponte della Becca). In confluenza, infatti, i picchi di piena provenienti dal Ticino e dal Po si sommano restituendo dei valori di altezza idrometrica che vengono confrontati con i dati misurati dall'idrometro A.I.Po. Sommare due onde in ritardo (e oltretutto, come si vedrà in seguito, con due ritardi differenti) potrebbe portare ad ottenere un picco non corretto.

Attraverso il modello Ticino - Po, conoscendo le lunghezze dei tratti di monte aggiuntivi si

stima il tempo impiegato per percorrere questi tratti e quindi il ritardo del modello. Nelle prove successive, quindi, per compensare questo ritardo, si anticipano i dati di monte di 3 ore a Isola Sant'Antonio e di un'ora a Vigevano.

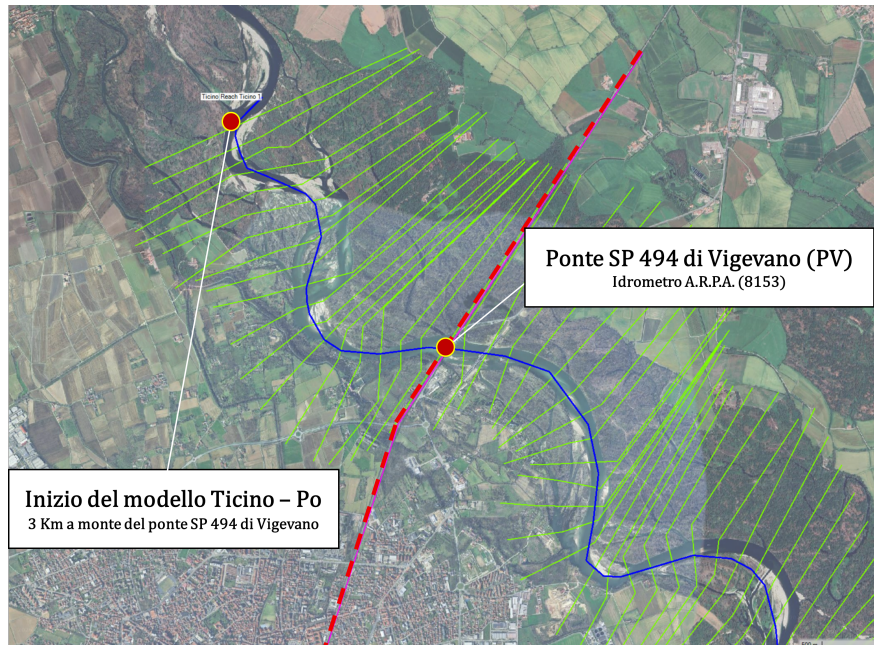


Figura 5.21: Porzione iniziale del modello Ticino - Po, Vigevano (PV)

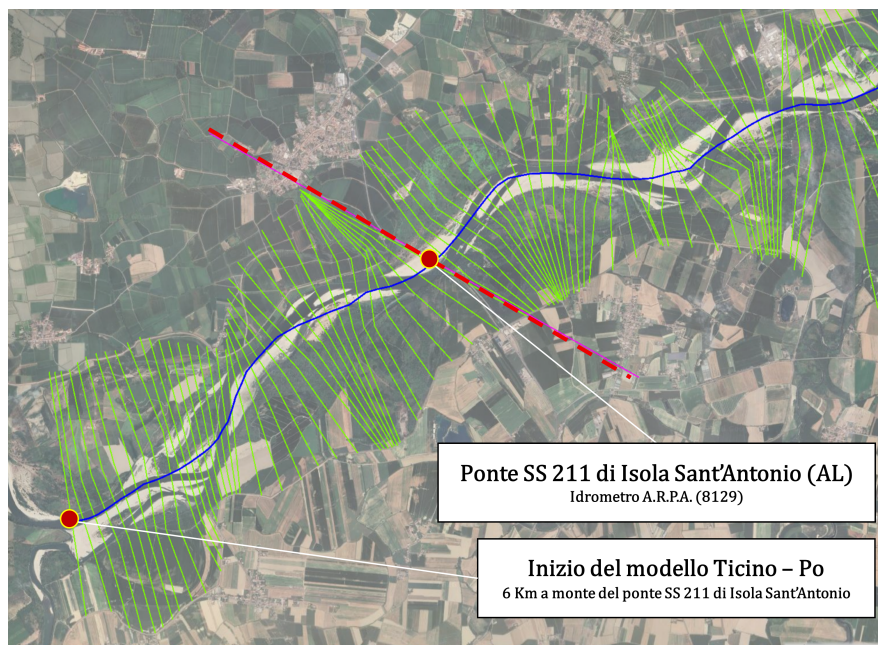


Figura 5.22: Porzione iniziale del modello Ticino - Po, Isola Sant'Antonio (AL)

Analizzando la **piena del 2020** si riportano in figura 5.24 e 5.23 rispettivamente, le condizioni al contorno di valle e di monte con la traslazione eseguita, ed in figura 5.25, i livelli ottenuti al Ponte della Libertà.

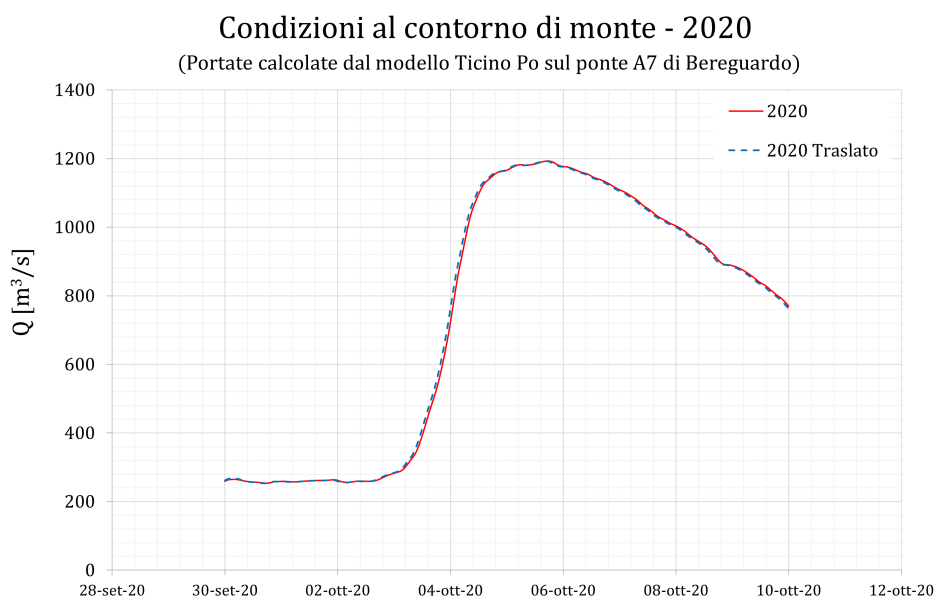


Figura 5.23: Condizione al contorno di monte con traslazione 2020

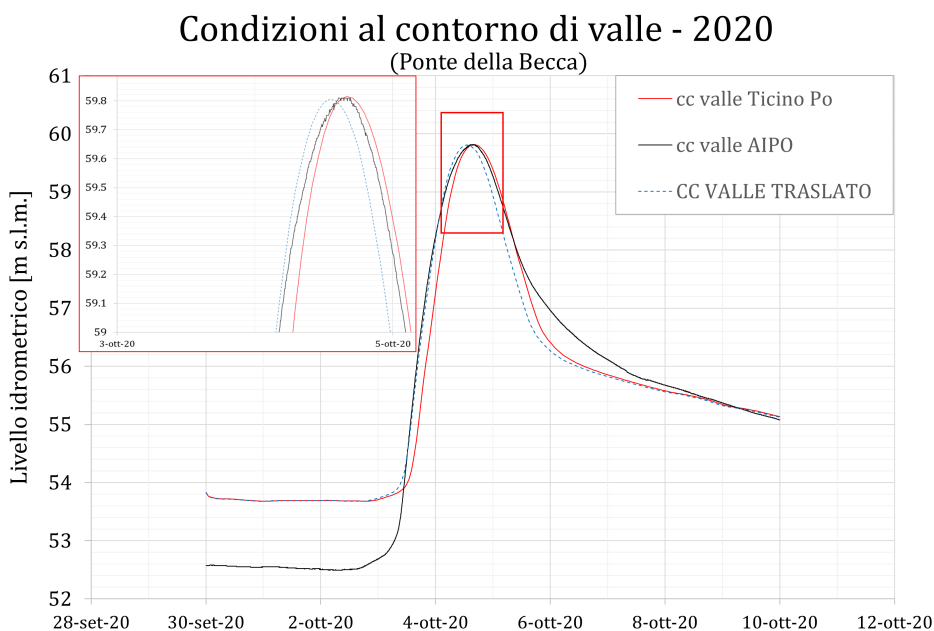


Figura 5.24: Condizione al contorno di valle con traslazione 2020

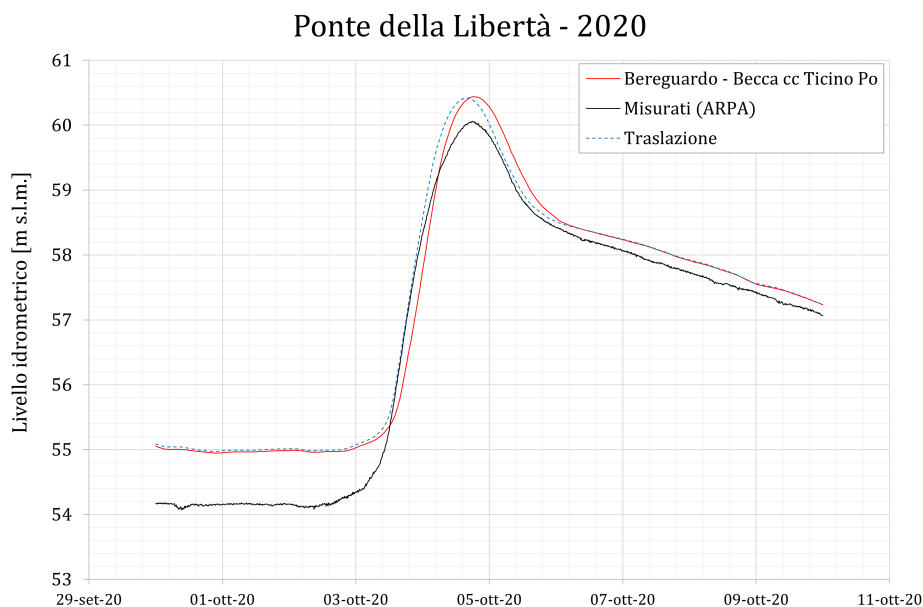


Figura 5.25: Risultati piena 2020 con traslazione

Come evidenziato in tabella 5.6, la differenza temporale tra i picchi (segnata positiva per i ritardi e negativa per gli anticipi) non è migliorata. Si aveva infatti un ritardo di un'ora prima di eseguire la traslazione e si ha un'ora di anticipo dopo la traslazione. Il modulo della differenza tra i picchi non è quindi migliorato (ma non ha neppure subito un peggioramento). Nonostante un apparente non miglioramento della sincronizzazione tra i picchi, le due curve risultano, dopo la traslazione, più coincidenti. Si simulano infatti in modo migliore le fasi di crescita e decrescita del picco. Come osservabile in figura 5.25 persiste la sovrastima introdotta dal modello anche se la differenza di altezza tra i picchi simulati e misurati migliora leggermente (tab. 5.6) passando da 38 cm di differenza a 35 cm.

<b>Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]</b>			
	Picco	$\Delta$	$\Delta T$
	[m]	[cm]	[h]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>60,06</b>	–	–
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	60,44	+38	+1
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po			
<b>Traslato</b>	60,41	+35	-1

Tabella 5.6: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2020

Analizzando ora la **piena del 2014** si riportano in figura 5.26 e 5.27 rispettivamente, le condizioni al contorno di valle e di monte con la traslazione eseguita ed, in figura 5.28, i livelli ottenuti al Ponte della Libertà (ingranditi in figura 5.29).

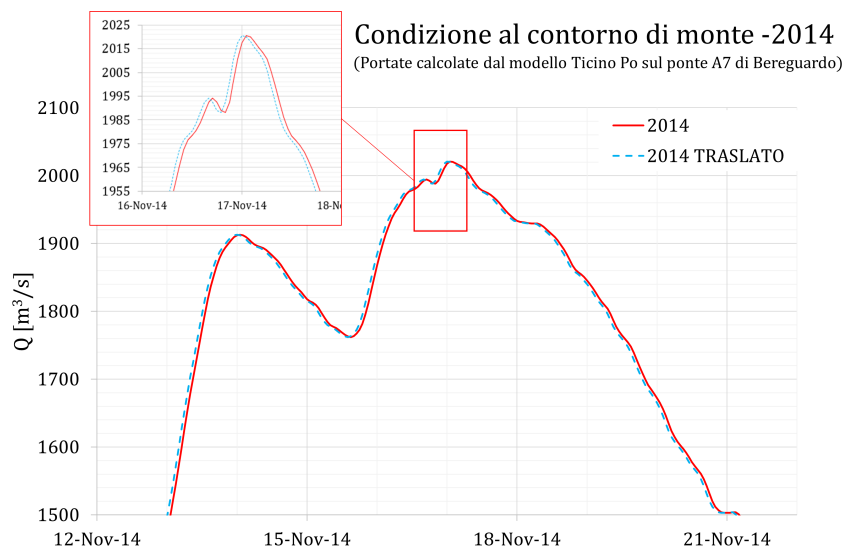


Figura 5.26: Condizione al contorno di monte con traslazione 2014

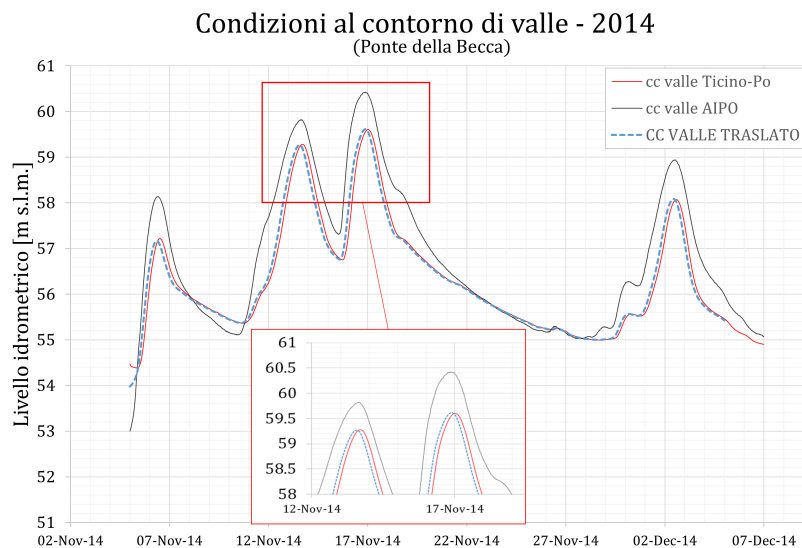


Figura 5.27: Condizione al contorno di valle con traslazione 2014

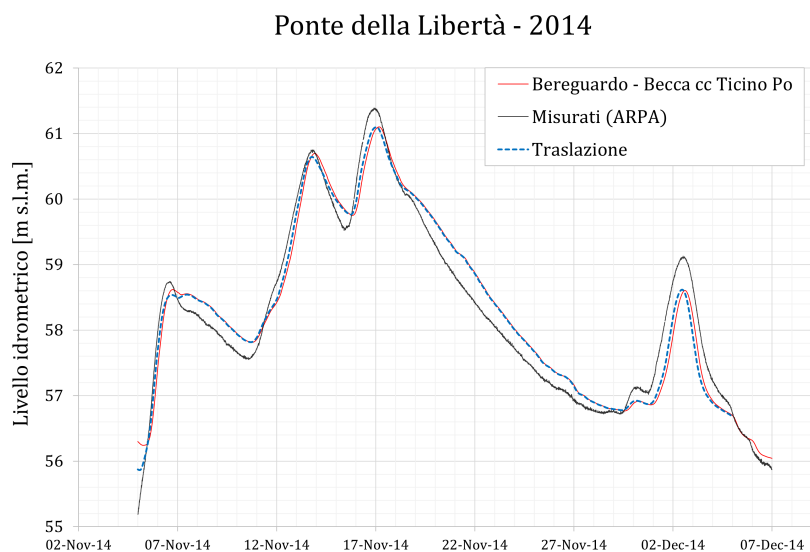


Figura 5.28: Risultati piena 2014 con traslazione

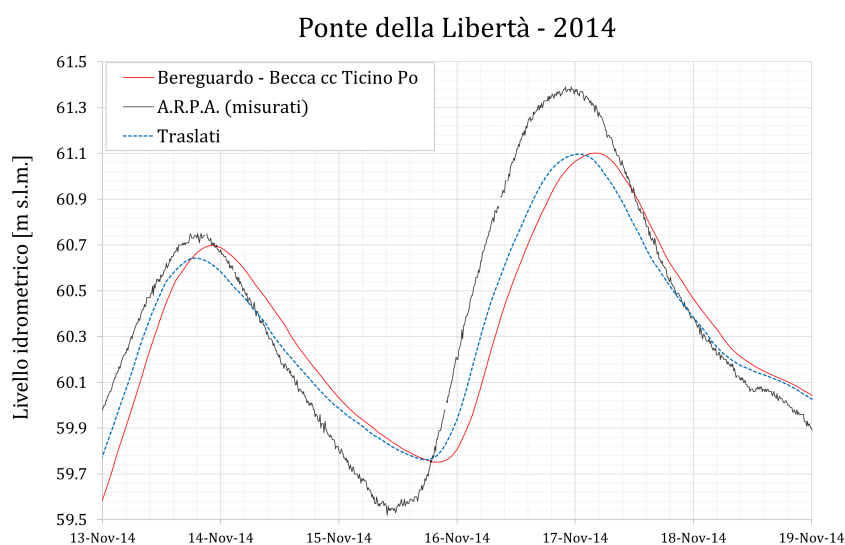


Figura 5.29: Risultati piena 2014 con traslazione, ingrandimento secondo e terzo picco

Nel caso della piena del 2014 (propria del Ticino) è possibile notare come l'anticipo dei dati di input porti una miglior sincronizzazione dei picchi e quindi una miglior descrizione dell'evento di piena.

I risultati, in termini di differenze temporali tra i picchi e tra i livelli idrometrici al Ponte della Libertà sono riportati in tabella 5.7.

Tiranti al Ponte della Libertà [m s.l.m.]												
	Picco 1	$\Delta$	$\Delta T$	Picco 2	$\Delta$	$\Delta T$	Picco 3	$\Delta$	$\Delta T$	Picco 4	$\Delta$	$\Delta T$
	[m]	[cm]	[h]	[m]	[cm]	[h]	[m]	[cm]	[h]	[m]	[cm]	[h]
<b>A.R.P.A.</b>	<b>58,74</b>	–	–	<b>60,75</b>	–	–	<b>61,33</b>	–	–	<b>59,12</b>	–	–
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po	58,62	-12	+3	60,70	-5	+2	61,10	-23	+5	58,60	-52	+2
Bereguardo - Becca CC valle: Ticino Po <b>Traslato</b>	58,54	-20	+2	60,64	-11	-1	61,10	-23	+2	58,62	50	-2

Tabella 5.7: Confronto tra dati misurati e calcolati dai diversi modelli per la piena dal 2014

Dalla tabella (in cui, come per l'analisi della piena precedente, sono segnati positivi i ritardi e negativi gli anticipi) si evince che la traslazione porta una diminuzione della differenza temporale tra i picchi (ad eccezione del quarto picco in cui la differenza con i dati misurati resta di 2 ore). Il miglioramento è particolarmente visibile nel terzo picco in cui il modello non traslato simula un picco in ritardo di 5 ore mentre, grazie alle traslazioni, il ritardo si abbassa a 2 ore. Questo miglioramento si nota anche nell'ingrandimento in figura 5.29. Anche in questo caso la traslazione, oltre ad una migliore sincronizzazione tra i picchi, porta (per i picchi 1, 3 e 4) un leggero miglioramento anche in termini di differenza tra tiranti.

Dopo le analisi dei risultati ottenuti con i dati traslati si può concludere che gli anticipi utilizzati per le condizioni di monte (3 ore a Isola Sant'Antonio e un'ora a Vigevano) risultano adeguati se si simula una piena propria del Ticino (infatti, nella piena del 2014, la sincronizzazione dei picchi migliora) ma potrebbero essere eccessive per piene di Po. Occorre infatti sottolineare che diverse piene hanno differenti velocità e quindi impiegano tempi differenti per percorrere i tratti aggiuntivi di monte.

### 5.3.6 Variazione del coefficiente di drag delle pile del Ponte Coperto

Nel seguente paragrafo verrà commentata un'analisi che ha riguardato uno studio di sensibilità del coefficiente di drag da assegnare su HEC-RAS alle pile del Ponte Coperto. Come spiegato nel capitolo 3 al paragrafo 3.3 tale coefficiente (impiegato nel metodo della conservazione della quantità di moto) permette di considerare nei calcoli le pile dei ponti in modo da renderle più o meno idrodinamiche modificando quindi gli effetti che queste ultime hanno sui tiranti a monte delle stesse. Come descritto nel paragrafo 3.3, la sua scelta avviene tramite l'utilizzo di tabelle di letteratura che mettono in relazione il valore del coefficiente con le caratteristiche geometriche della pila (tabella 3.1).

<b>Forma della pila</b>	<b>Coefficiente <math>C_D</math></b>
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 8:1	0,29
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 4:1	0,32
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 2:1	0,60
Pila a prua triangolare con angolo di 30°	1,00
Pila circolare	1,20
Pila allungata con estremità semicircolari	1,33
Pila a prua triangolare con angolo di 60°	1,39
Pila a prua triangolare con angolo di 90°	1,60
Pila a prua triangolare con angolo di 120°	1,72
Pila a prua quadrata	2,00

Tabella 2.1: Coefficienti di Drag [7] (introdotta nel Capitolo 3)

Si tratta quindi di un coefficiente di natura empirica; non è semplice associare un valore alla forma reale della pila, che spesso presenta geometrie più complesse di quelle elencate nelle tabelle. Il carattere empirico del coefficiente, unito alla difficoltà di rappresentare fedelmente la geometria delle pile scegliendo tra i dati tabellati disponibili, lo rende un parametro affetto da incertezza e che richiede pertanto una fase di taratura.

In questo paragrafo si procede quindi (utilizzano il modello Bereguardo - Becca) a variare il coefficiente, utilizzato nel modello Ticino - Po, delle pile del Ponte Coperto, ovvero 1,33 che in tabella 3.1 identifica "pile con estremità semicircolari". Le pile del Ponte Coperto (figura 5.30) infatti, presentano forma semicircolare nella parte bassa del lato di monte. Sempre sul lato di monte, nella parte alta, le pile diventano a fronte triangolare con angolo di  $60^\circ$ . Nel lato di valle sono triangolari con angolo a  $60^\circ$  ma, ai fini della modellazione, la forma delle pile a valle ha poca influenza, in quanto, è il lato di monte il primo ad impattare la corrente.



Figura 5.30: Ponte Coperto, lato monte

*Immagine tratta dal sito dello studio "Feiffer e Raimondi", rilievo topografico 1992 [13]*

Procedendo, come anticipato, all'esecuzione di simulazioni con variazione del coefficiente di drag, si rimarrà entro il range definito dai valori tabellati immediatamente precedenti e successivi a 1,33, includendo anche il coefficiente 1,39 di pila triangolare in quanto, come detto, le pile del Ponte Coperto presentano una forma intermedia tra la semicircolare e la triangolare. Non si eseguono quindi prove con valori troppo distanti da questo intorno, poiché non sarebbero rappresentativi della geometria reale delle pile del ponte.

Visti i risultati dell'esempio 4 (capitolo 4, paragrafo 4.4.2) in cui alcuni coefficienti di drag producevano un warning all'interno del software portando lo stesso ad effettuare le simulazioni cambiando il metodo di calcolo, si sceglie di effettuare una prova con uno di questi coefficienti, anche con il modello reale. Si identifica quindi 0,32 come coefficiente più opportuno in quanto intermedio tra quelli, relativi a pile ellittiche, presenti in tabella. Inoltre, misurando approssimativamente le pile del Ponte Coperto attraverso Google Earth, ci si rende conto che un'ellisse con rapporto lunghezza/larghezza 4:1 risulta, tra gli quelli proposti in tabella, il più appropriato come approssimazione della forma delle pile essendo il più corrispondente alla forma reale (schema in figura 5.31). Come detto, la scelta del coefficiente di drag comporta un certo grado di incertezza; pertanto, sebbene le pile del Ponte Coperto presentino una geometria più complessa, la loro approssimazione mediante un'ellisse potrebbe comunque risultare adeguata se non addirittura migliore rispetto alle forme scelte precedentemente.

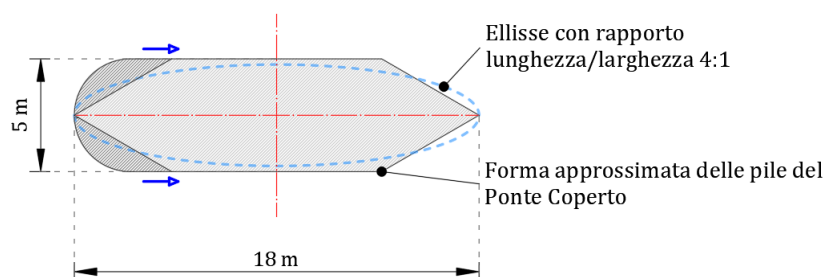


Figura 5.31: Schema forma delle pile del Ponte Coperto con approssimazione ellittica

I valori identificati per le simulazioni sono quindi: nell'intorno di 1,33 (già impiegato nelle analisi precedenti e nel modello Ticino - Po) i coefficienti 1,27 e 1,36, a cui si aggiungono i valori 1,39 e 0,32 rispettivamente per pile con fronte triangolare e pile ellittiche. Tali valori sono riportati (evidenziati in rosso) in tabella 5.8 (la quale non è altro che un estratto della tabella completa 3.1).

Per realizzare le simulazioni descritte si utilizzano i dati di piena degli anni 2014 e 2025 in modo da avere riscontro sia su una piena propria di Ticino (2014) che su una derivante da rigurgito (2025). Vengono impiegate come condizioni al contorno di valle le stesse utilizzate precedentemente quindi sia quelle relative ai dati dell'idrometro A.I.Po al Ponte della Becca che i dati ricavati dal modello Ticino-Po.

Dato che (come spiegato nel paragrafo 2.7) la presenza di pile in alveo produce effetti sui tiranti a monte delle stesse, variando il coefficiente di drag delle pile del Ponte Coperto si sceglie, nuovamente, come sezione di controllo, il Ponte della Libertà. Risulta quindi possibile confrontare tra loro le simulazioni relative ai diversi coefficienti con i tiranti misurati dall'idrometro A.R.P.A..

Forma della pila	Coefficiente $C_D$
Pila ellittica con rapporto lunghezza/larghezza 4:1	<b>0,32</b>
Pila circolare	1,20
	<b>1,27</b>
Pila allungata con estremità semicircolari	<b>1,33</b>
	<b>1,36</b>
Pila a prua triangolare con angolo di 60°	<b>1,39</b>

Tabella 5.8: Coefficienti di drag utilizzati nell'analisi delle pile del Ponte Coperto

Si riportano di seguito (attraverso i grafici dei livelli idrometrici) i risultati ottenuti per le diverse piene, con le diverse condizioni al contorno di valle. Dato che i livelli ottenuti al





Come si evince dai grafici precedenti, la variazione eseguita al Ponte Coperto comporta al Ponte della Libertà una differenza di tirante trascurabile. Infatti, la differenza tra i picchi delle diverse simulazioni non supera in nessun caso i 2 cm. Ciò significa che la fase di taratura per il coefficiente di drag non è necessaria nei modelli utilizzati. Si può quindi confermare che le simulazioni svolte precedentemente sono corrette dal punto di vista della scelta di questo coefficiente in quanto quest'ultimo, di fatto, non influisce significativamente sui tiranti di monte nell'intervallo di valori indagato. Si conclude quindi che non risulta necessario modificare il coefficiente di drag impiegato sin ora e derivante dal modello Ticino - Po ritenendo 1,33 adeguato ai fini della simulazione.

Si sottolinea inoltre che, nelle prove eseguite, il software non restituisce alcun warning della tipologia riscontrata nell'esempio 4 (paragrafo 4.4.2). Questo aspetto risulta rassicurante, in quanto indica che la geometria adottata e le condizioni di portata considerate rientrano in un campo di applicazione per il quale il modello numerico opera correttamente.

## 6 Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha avuto come obiettivo principale l'analisi dell'influenza dei ponti sull'accuratezza della previsione delle piene, con particolare riferimento al tratto del fiume Ticino compreso tra Bereguardo e il Ponte della Becca analizzando gli effetti del Ponte Coperto.

Tale tematica si inserisce nell'ambito di un più ampio lavoro di ricerca relativo all'analisi degli aspetti di sicurezza e protezione della zona golenale urbana del Ticino a Pavia attraverso modellazione monodimensionale condotta mediante il software HEC-RAS dei tratti di Ticino e Po che hanno influenza sulle piene a Pavia.

Nella prima parte dello studio sono stati richiamati i principali concetti teorici relativi alle correnti a pelo libero e alle equazioni che ne governano il moto, ponendo particolare attenzione alle variazioni locali di geometria introdotte dalla presenza delle pile di ponte.

Successivamente è stato analizzato il funzionamento del software HEC-RAS, evidenziandone le modalità di calcolo sia in condizioni di moto stazionario che non stazionario, con specifico riferimento alla modellazione monodimensionale delle pile dei ponti.

Preliminarmente alle analisi condotte sul modello del fiume Ticino si sono studiati diversi esempi riguardanti alvei prismatici che hanno permesso un diretto confronto con le formulazioni teoriche esistenti per lo studio delle correnti che attraversano sezioni ristrette dalla presenza delle pile in alveo.

In queste analisi si è posta particolare attenzione alla variazione del coefficiente di drag delle pile, il quale permette di variare la resistenza idraulica delle stesse nei confronti della corrente. In particolare, è stato osservato che la variazione di tale parametro, in combinazione con assegnati valori di portata e scabrezza, può portare all'insorgenza di un problema di calcolo nel software che, per valori ridotti del coefficiente di drag, restituisce soluzioni fisicamente non coerenti.

Per studiare questo tipo di problema si sono condotte diverse analisi variando, di volta in volta, un parametro differente tra quelli presenti nelle equazioni risolte dal software nell'intorno della pila. Queste analisi hanno mostrato come l'insorgenza di tale problema

sia influenzato da diversi fattori, tra cui la geometria della sezione, la percentuale di ostruzione dovuta alla pila e i coefficienti di scabrezza adottati. In particolare, un aumento dell'ostruzione e dei valori di scabrezza comporta una maggiore probabilità di ottenere soluzioni non fisiche anche per portate relativamente basse, evidenziando l'esistenza di combinazioni di parametri per le quali il modello produce questo problema modificando il metodo di risoluzione delle equazioni, passando dal risolvere le equazioni di conservazione della quantità di moto (*Momentum Method*) a quelle dell'energia (*Energy Standard Step*).

Nella seconda parte della tesi, tali considerazioni sono state applicate ad un caso reale, utilizzando una porzione di un modello monodimensionale sviluppato in HEC-RAS nell'ambito delle precedenti ricerche (il quale comprende il tratto di Ticino tra Vigevano e la confluenza e il tratto di Po tra Isola Sant'Antonio e Spessa Po e per questo motivo denominato "*Ticino - Po*"). Estruendo dal modello completo un modello ridotto che comprende il tratto di interesse e cioè quello compreso tra Breguardo e il Ponte della Becca (denominato quindi "*Bereguardo - Becca*") si sono, in prima battuta, confrontati i risultati ottenuti dai due modelli analizzando le piene del 2014, 2019, 2020 e 2025 utilizzando come condizioni al contorno di monte i dati estratti dalle serie disponibili dei diversi idrometri presenti lungo i tratti di interesse e come condizioni al contorno di valle sia i dati estratti dal modello completo che quelli dell'idrometro A.I.Po del Ponte della Becca.

I confronti effettuati hanno evidenziato un miglioramento dei risultati quando ottenuti con il modello ridotto. Questo miglioramento viene ricondotto alla presenza, nel modello completo, delle *lateral structures* in confluenza, che sono state inserite in questo modello per simulare il fenomeno del rigurgito del Ticino prodotto dalle piene del Po e che funzionano come soglie sfioranti.

Un altro miglioramento ottenuto nel modello ridotto riguarda la precisione nel modellare la corretta tempistica di arrivo dell'onda di piena a Pavia. Prendendo come sezione di controllo il Ponte della Libertà si riscontra infatti una migliore sincronizzazione del picco simulato con i valori registrati dall'idrometro. Il miglioramento dei risultati è stato conseguito anticipando gli idrogrammi di monte di un'ora a Vigevano e di tre ore a Isola Sant'Antonio. Questi due anticipi sono stati stimati considerando la velocità delle onde in arrivo e lo spazio aggiuntivo da percorrere. Si riscontrano, così facendo, dei miglioramenti nella sincronizzazione tra dati misurati e dati calcolati.

Una volta confrontato il modello Bereguardo - Becca con il modello completo (Ticino - Po) e aver proposto le migliorie sopracitate si è proceduto con l'analisi del coefficiente

di drag delle pile del Ponte Coperto. Tale coefficiente schematizza, nel software, la forma delle pile considerate ma risulta un parametro incerto e non sempre facilmente definibile e che richiede quindi una fase di taratura.

Come spiegato nei capitoli teorici, la presenza di pile in alveo rappresenta per le correnti un ostacolo che comporta un aumento dei tiranti a monte delle pile stesse. L'analisi si è quindi concentrata sul confronto dei tiranti ottenuti al Ponte della Libertà (a monte del Ponte Coperto).

Le pile del Ponte Coperto hanno forma differente in base all'altezza. Sono infatti semicircolari alla base e poligonali nella parte più alta. Questa forma particolare rende ancora più incerta la scelta del coefficiente di drag da utilizzare. Si sceglie quindi di fare variare questo coefficiente tra quelli, che in letteratura, sono associati a pile di queste forme. Si sceglie inoltre di aggiungere una prova con coefficiente di drag associato a pile di forma ellittica, in quanto questi coefficienti sono quelli che, negli esempi teorici, producevano un'indicazione di avvertimento (*warning*) nel software.

Le variazioni analizzate di coefficiente delle pile del Ponte Coperto non ha portato significative differenze tra i tiranti ottenuti al Ponte della Libertà (i quali non si discostano tra loro di più di 2 cm) mostrando quindi che non è necessaria una fase di taratura di questo parametro. Avendo provato che, nel caso in esame, non è necessario tarare il coefficiente di drag si conferma l'accuratezza del modello completo (Ticino - Po) sotto questo punto di vista. Si valuta quindi appropriato il coefficiente scelto in precedenza e si propone di mantenerlo anche nelle simulazioni future.

I risultati ottenuti confermano l'importanza di un approccio critico nell'utilizzo degli strumenti di calcolo, e nel confronto tra i risultati del modello ed i dati misurati. Il modello sviluppato costituisce una base per futuri approfondimenti a supporto della gestione degli eventi di piena e dell'analisi di strategie di mitigazione del rischio di allagamento nella zona golenale urbana del Ticino a Pavia.

## Bibliografia

- [1] Citrini D., Nosedà G. *Idraulica*. Casa Editrice Ambrosiana, 1975.
- [2] Ciaponi C. *Slide del corso: "Idraulica Applicata"*. Università degli Studi di Pavia, 2019.
- [3] Gallati M., Sibilla S. *Fondamenti di Idraulica*. Carocci Editore, 2009.
- [4] Ghilardi P. *Slide del corso: "Fluvial Hydraulics and Protection Works"*. Università degli Studi di Pavia, 2024.
- [5] Ven Te Chow. *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Company, 1959.
- [6] US Army Corps of Engineers. *HEC-RAS User's Manual*, 2025. Version 6.7.
- [7] US Army Corps of Engineers. *HEC-RAS Hydraulic Reference Manual*, 2025. Version 6.7.
- [8] Heastad Methods. *Floodplain modeling using HEC-RAS*. Heastad Methods, 2003.
- [9] Belletrutti L. *Modello idraulico integrato del tratto di fiume Po tra Isola Sant'Antonio e Spessa Po e del tratto di fiume Ticino tra il Ponte Coperto e la confluenza in Po per analisi di sicurezza e protezione associate alle esondazioni nella zona urbana e golenale di Pavia*.  
Tesi di laurea magistrale, relatori: Prof.ssa S. Todeschini, Prof. S. Manenti, correlatore: Ing. A. Cappato, Università degli Studi di Pavia, 2021/22.
- [10] Redaelli E. *Modello idraulico integrato del tratto di fiume Ticino tra Vigevano e la confluenza in Po per analisi di sicurezza e protezione associate alle esondazioni nella zona urbana golenale di Pavia*.  
Tesi di laurea magistrale, relatori: Prof.ssa S. Todeschini, Prof. S. Manenti, correlatore: Ing. A. Cappato, Università degli Studi di Pavia, 2023/24.
- [11] Toffolet L. *Modello idraulico del tratto finale del fiume Ticino per analisi di sicurezza e protezione associate alle esondazioni nella zona urbana golenale di Pavia*.  
Tesi di laurea magistrale, relatori: Prof.ssa S. Todeschini, Prof. S. Manenti, correlatore: Ing. A. Cappato, Università degli Studi di Pavia, 2020/21.

- [12] Studio Idrogeotecnico S.r.l. *Valutazione delle condizioni di rischio idraulico del fiume Ticino in Comune di Pavia – Relazione*. Comune di Pavia, 2020.
- [13] [LINK 1] Feiffer e Raimondi. *Rilievo topografico del Ponte Coperto sul fiume Ticino*. 1992. [https://www.feiffereraimondi.com/portfolio\\_page/ponte-coperto-sul-fiume-ticino/](https://www.feiffereraimondi.com/portfolio_page/ponte-coperto-sul-fiume-ticino/) (Consultato il 01/04/2026).
- [14] [LINK 2] Agenzia interregionale per il fiume Po (A.I.Po). *Dati idrometrici fiume Po*. <https://idrometri.agenziapo.it/map/map2d> (Consultato il 17/02/2026).
- [15] [LINK 3] Agenzia regionale per la protezione dell’ambiente Lombardia (A.R.P.A. Lombardia). *Dati idrometrici fiume Ticino*. <https://idrometri.agenziapo.it/map/map2d> (Consultato il 17/02/2026).
- [16] [LINK 4] Geoportale della Lombardia. *Dati GIS fiume Ticino*. <https://www.geoportale.regione.lombardia.it/> (Consultato il 16/03/2026).
- [17] [LINK 5] Geoportale Svizzero. *Dati GIS fiume Ticino*. <https://www.swisstopo.admin.ch/it/geodati-e-applicazioni> (Consultato il 16/03/2026).
- [18] [LINK 6] Istituto Nazionale di Statistica (Istat). *Confini delle unità amministrative a fini statistici*. <https://l1nq.com/https-www-istat-it> (Consultato il 16/03/2026).