



UNIVERSITÀ
DI PAVIA

Facoltà di ingegneria

Dipartimento di ingegneria industriale e dell'informazione

Corso di laurea magistrale in bioingegneria

Tesi di laurea

**Progettazione di elementi protesici in materiale
polimerico rinforzato a fibra lunga tramite
manifattura additiva con controllo
dell'orientamento degli strati**

Candidata: Diletta Cagnola

Matricola: 564176

Relatori: Prof.ssa Stefania Marconi, Prof. Gianluca Alaimo

Correlatrice: Ing. Beatrice Rossetti

Anno accademico 2025-2026

*Ad Aron,
il mio passato, il mio presente e il mio futuro.*

Indice

Introduzione.....	1
1. Protesi d'anca: materiali e metodi	3
1.1 Componenti della protesi.....	3
1.2 Materiali tradizionali	5
1.3 Stampa 3D	7
2. Materiali compositi.....	11
2.1 Caratteristiche generali.....	11
2.2 Matrice.....	13
2.3 Fibra.....	13
3. Teoria dei laminati.....	15
3.1 Lamina ortotropa	15
3.2 Teoria dei laminati compositi CLT	19
3.2.1 Laminati bilanciati e simmetrici.....	23
4. Sviluppo e validazione del modello numerico	27
4.1 Modello in Matlab	28
4.1.1 Orientamento 1 $[0^\circ 90^\circ 90^\circ 0^\circ]$	29
4.1.2 Orientamento 2 $[90^\circ 0^\circ 0^\circ 90^\circ]$	30
4.2 Modello in ANSYS APDL.....	31
4.2.1 Studio della convergenza.....	32
4.2.2 Analisi su ANSYS APDL	38
4.2.2.1 Funzione SECDATA.....	40
4.2.2.2 Risultati orientamento $[0^\circ 90^\circ 90^\circ 0^\circ]$	42
4.2.2.3 Risultati orientamento $[90^\circ 0^\circ 0^\circ 90^\circ]$	45
4.3 Confronto tra il modello analitico e il modello agli elementi finiti..	45
5 Ottimizzazione in Workbench.....	47
5.1 Metodo NLPQL.....	48

5.2	Metodo <i>adaptive single objective</i>	48
5.3	Analisi e risultati delle ottimizzazioni	49
6	Geometria romboidale	57
6.1	Modello in ANSYS APDL	58
6.1.1	Studio della convergenza.....	62
6.2	Analisi e risultati dell'ottimizzazione.....	67
6.2.1	Massimizzazione della rigidezza	67
6.2.1.1	Risultati dell'ottimizzazione.....	70
6.2.2	Massimizzazione della resistenza.....	74
6.2.2.1	Criterio di Tsai-Hill	75
6.2.2.2	Risultati dell'ottimizzazione.....	76
6.3	Stampa del componente e prova di trazione	79
7	Geometria della protesi d'anca	91
7.1	Modello in ANSYS APDL	92
7.2	Analisi e risultati dell'ottimizzazione.....	95
7.3	Stampa del componente e prova di compressione.....	97
7.3.1	Primo setup	98
7.3.2	Secondo setup	103
7.3.2.1	Modifica del modello in ANSYS APDL	104
7.3.2.2	Quantità di fibra.....	106
7.3.3	Confronto numerico-sperimentale	108
	Conclusioni.....	113
	Indice delle figure.....	117
	Indice delle tabelle.....	122
	Bibliografia e Sitografia	123
	Ringraziamenti	125

Introduzione

La protesi d'anca è un dispositivo medico impiantabile che ha l'obiettivo di sostituire l'articolazione danneggiata utilizzando strutture sostitutive tradizionalmente composte da materiali metallici. In questo lavoro di tesi si vogliono studiare le potenzialità dell'impiego di materiali fibro-rinforzati a matrice polimerica per sostituire i classici metalli e superare i loro limiti ponendo particolare interesse alla possibilità di controllarne le proprietà meccaniche mediante l'orientamento delle fibre. A tal proposito si è realizzato un modello numerico in grado di gestire questi parametri.

Per alcune protesi non ad alto carico, come quelle craniche, la migrazione da metallo a polimero è già in parte avvenuta utilizzando il PEEK (*polyether ether ketone*) caricato a fibra corta. Il limite per le protesi ad alto carico invece, tra cui quella dell'anca, è rappresentato dal fatto che un materiale polimerico non rinforzato non sostiene in sicurezza i carichi a cui è sottoposta una struttura di questo tipo. All'interno di questo lavoro si è quindi cercato di capire se un materiale fibro-rinforzato a fibra lunga sia in grado di sostituire la protesi tradizionale in metallo, sfruttando la possibilità di modificare l'orientamento di ogni strato del laminato al fine di trovare la combinazione ideale che permetta di reggere in sicurezza i carichi subiti. Modificando infatti l'orientamento di ogni *layer* è possibile ottenere un materiale con diverse caratteristiche meccaniche rispetto al *layer* singolo. La sfida consiste nell'individuare le specifiche combinazioni che garantiscano le prestazioni meccaniche desiderate ottimizzando inizialmente la rigidità e, in analisi successive, la resistenza dell'intero componente impiegando contemporaneamente la minor quantità di fibra possibile.

La creazione di una protesi così realizzata può essere ottenuta tramite tecniche di produzione additiva, tra cui la stampante 3D *Fused Filament Fabrication* (FFF) che permette di depositare materiale strato per strato e di orientare le fibre

al suo interno. Durante la fase sperimentale e di sviluppo numerico il composito impiegato è costituito da una matrice polimerica in PA6, rinforzata con fibre continue di carbonio. La scelta del materiale è dovuta a due motivi principali: la possibilità di realizzare laminati con fibre continue tramite una specifica tecnologia di stampa e la vasta disponibilità di dati sperimentali. Esso non rappresenta però il materiale che verrà effettivamente impiegato nella realizzazione delle protesi. Lo studio infatti ha lo scopo di sviluppare e validare una metodologia di progettazione e ottimizzazione che apra la strada all'impiego di materiali maggiormente adatti all'ambito biomedicale. Tra i possibili sviluppi rientra il materiale PEEK, già noto in quest'ambito, ma ancora limitato nell'utilizzo con la fibra corta.

Il modello numerico realizzato è stato inizialmente testato su una geometria rettangolare semplice con comportamento noto con l'obiettivo di verificarne il funzionamento e la correttezza. Successivamente, il modello è stato testato su una geometria di forma romboidale cava per potere applicare le procedure di ottimizzazione delle proprietà del materiale e trovare l'orientamento ideale della struttura. Infine, l'ultima geometria di interesse ha una forma rappresentativa di una protesi per valutare l'applicabilità dello stesso modello ad un componente simile ad una configurazione reale.

I risultati ottenuti hanno evidenziato una buona corrispondenza tra il modello numerico e quello sperimentale nel caso della geometria romboidale confermando la potenzialità della metodologia sviluppata. Nel caso delle geometria rappresentativa di una protesi d'anca invece, il confronto ha evidenziato maggiori discrepanze riconducibili alla difficoltà di riprodurre numericamente le condizioni effettive svolte in laboratorio. Nel complesso, il lavoro ha permesso di sviluppare e verificare una metodologia per l'analisi e l'ottimizzazione dell'orientamento delle fibre in componenti compositi a fibra continua, individuando contemporaneamente alcuni aspetti da approfondire per migliorarne l'affidabilità.

1. Protesi d'anca: materiali e metodi

La protesi d'anca è un dispositivo chirurgico progettato per ripristinare la mobilità articolare e replicare la naturale anatomia dell'anca resistendo ad alti carichi. È tipicamente costituita da una componente acetabolare che si inserisce nel bacino e da una componente femorale che si inserisce nel canale femorale. A seconda della parte che viene sostituita, si fa riferimento ad una versione totale (artroprotesi) che sostituisce entrambe le componenti e una parziale (endoprotesi) che interviene solo su quella femorale.

1.1 Componenti della protesi

La protesi d'anca è composta da tre elementi: uno stelo femorale inserito nel canale midollare dell'osso, una testina sferica articolare e una componente acetabolare che a sua volta si divide in elemento (detto inserto nella figura Figure 1.1) e coppa acetabolare (detta cotile). L'elemento acetabolare, generalmente polimerico, permette la rotazione della testina all'interno della coppa che invece si inserisce direttamente nel bacino.

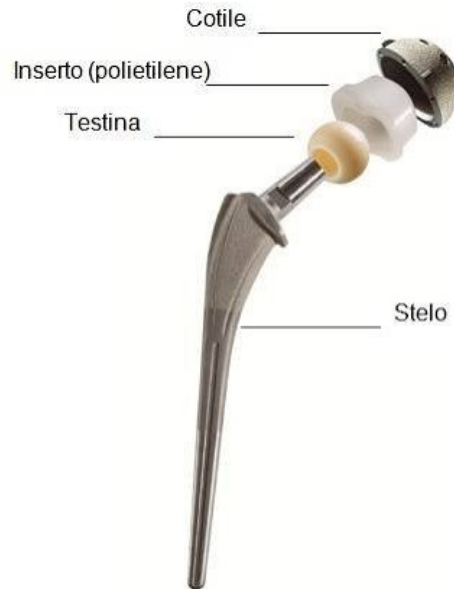


Figure 1.1: Componenti della protesi d'anca.

Ognuna di queste componenti svolge un'azione meccanica differente:

- lo stelo femorale permette di trasferire i carichi dalla testa al femore costituendo l'ancoraggio della protesi al femore stesso;
- la testina, scorrendo nell'acetabolo, permette il movimento dell'arto inferiore rispetto all'anca;
- l'elemento acetabolare rappresenta la componente che garantisce l'ancoraggio all'osso del bacino;
- l'inserto acetabolare costituisce la superficie di scorrimento su cui la testina scorre e deve resistere all'attrito di scorrimento e assorbire gli stress da impatto [7].

Svolgendo attività diverse è chiaro che la scelta del materiale impiegato dipende dal ruolo meccanico di ciascuna componente e dalla sua specifica funzione.

La protesi d'anca inoltre è sottoposta quotidianamente a carichi variabili significativi. In uno studio Bergmann et al. hanno ricavato le condizioni di carico, misurate *in vivo* su pazienti normopeso che possedevano già l'impianto, durante attività quotidiane come la camminata, la salita delle scale e il sedersi, trovando valori in un range compreso tra 1800 N e 1200 N. L'elevata entità e

variabilità dei carichi rendono la resistenza a queste sollecitazioni meccaniche un requisito fondamentale per la scelta del materiale di una protesi d'anca ideale.

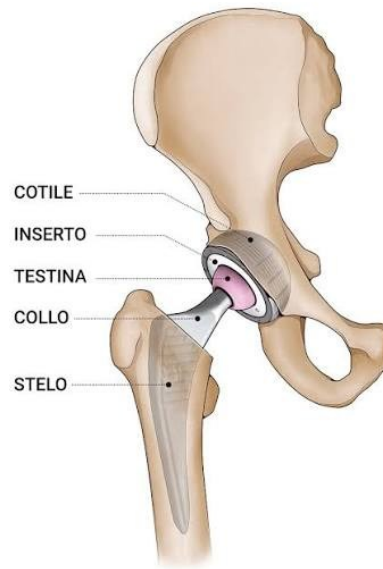


Figure 1.2: Componenti della protesi nella loro posizione anatomica.

Infine una protesi viene ideata tenendo conto di altri fattori come l'età e il peso del paziente, lo stato del muscolo, la qualità dell'osso e la morfologia dell'anca perché questi influenzano i carichi a cui sarà sottoposto l'impianto, la modalità di fissaggio e la sua durata nel tempo.

1.2 Materiali tradizionali

Le componenti della protesi sono principalmente costituite da metallo, ceramica o polietilene e gli accoppiamenti tra testina e coppa acetabolare possono essere realizzati con diverse combinazioni di materiali.

I metalli sono materiali che sono stati impiegati precocemente grazie alla loro biocompatibilità e alle loro proprietà meccaniche, tra cui buona resistenza alla fatica, buon comportamento all'usura e basso rilascio di particelle nocive nel corpo [3]. Tra le leghe metalliche più utilizzate ci sono quelle in titanio e il cromo-cobalto.

La lega maggiormente utilizzata in titanio si chiama Ti-6Al-4V ed è composta per il 90% da titanio, per il 6% da alluminio e per il 4% da vanadio. Questa composizione conferisce alla lega resistenza alla corrosione e compatibilità con il tessuto umano, oltre che un peso ridotto e un modulo elastico. Queste proprietà la rendono particolarmente adatta alla realizzazione dello stelo femorale e della coppa acetabolare. Il limite principale rimane l'usura.

Anche le leghe Co-Cr sono ampiamente utilizzate per la loro biocompatibilità, elevata resistenza alla corrosione e ottime proprietà meccaniche, principalmente nella realizzazione della testa e dello stelo femorale. Rispetto alle leghe in Ti soffrono meno l'usura, ma sono anche leggermente meno biocompatibili [3].

Tra i materiali polimerici utilizzati invece si trovano il polietilene (PE) e più recentemente il polietere etere chetone (PEEK). Il primo, in particolare nelle forme modificate e reticolate, viene utilizzato principalmente per la componente acetabolare interna che costituisce la superficie di scorrimento della testina sulla coppa. Il secondo è stato studiato per diverse applicazioni biomediche grazie alla sua biocompatibilità e al suo modulo elastico inferiore rispetto alle leghe metalliche che permette di ridurre lo *stress shielding*, fenomeno per cui l'osso perde densità a causa della riduzione delle sollecitazioni meccaniche. Quest'ultimo materiale inoltre può migliorare le sue proprietà meccaniche se viene rinforzato con delle fibre aumentando la sua resistenza all'usura che però, per ora, rimane comunque inferiore a quella dei metalli e delle ceramiche. Rimane comunque un materiale innovativo che molti studi stanno valutando per trovare la soluzione di alcune problematiche attuali.

La ceramica è impiegata principalmente nella realizzazione della testina femorale perché è liscia, dura, molto resistente all'usura e biocompatibile. Inoltre, date le sue caratteristiche tribologiche, lo scivolamento tra le parti a contatto garantisce bassi tassi di usura e quindi maggior durata, anche se rimangono delle criticità legate alla sua fragilità.

Tornando a parlare di materiali metallici, che costituiscono lo stelo femorale di interesse in questo lavoro, si sa che essi hanno molti svantaggi tra cui la degradazione del materiale dovuta allo sfregamento delle componenti metalliche, lo sviluppo di allergie, una possibile interferenza con la risonanza

magnetica e il riassorbimento osseo per elevato modulo elastico. Infatti i metalli, avendo un modulo elastico superiore a quello osseo, modificano la distribuzione dei carichi trasferiti alla struttura ossea promuovendone il riassorbimento nel tempo.

La corrosione comporta diverse problematiche tra cui la riduzione delle dimensioni iniziali della protesi con conseguente dolore articolare e difficoltà nel movimento e il rilascio di ioni metallici il cui accumulo porta a complicazioni neurologiche, cardiache ed endocrine. [7]

Le precedenti problematiche associate all'utilizzo di materiali metallici hanno stimolato lo studio di materiali innovativi che fossero in grado di ridurre alcuni degli effetti indesiderati mantenendo contemporaneamente le proprietà meccaniche adeguate a sopportare i carichi tipici a cui è sottoposta una protesi bilanciando rigidità, biocompatibilità, durata e usura. Per questo i materiali polimerici fibro-rinforzati possono rappresentare in questo contesto una soluzione interessante. L'introduzione di fibre di rinforzo all'interno di una matrice polimerica consente, rispetto ad un polimero non rinforzato, di aumentare la rigidità e la resistenza meccanica del materiale per sopportare meglio carichi elevati. Inoltre, nel caso di fibre continue, si può stabilire l'orientamento delle stesse in modo da regolare le proprietà meccaniche del composito in base alla funzione richiesta al componente.

Oltre alla ricerca di materiali innovativi volti a sostituire i tradizionali materiali metallici, sono state sviluppate nuove tecniche di produzione che hanno trovato applicazione anche nel campo delle protesi, tra cui la manifattura additiva.

1.3 Stampa 3D

Le protesi d'anca tuttora possono essere realizzate tramite diverse tecniche manifatturiere, tra cui i tradizionali processi sottrattivi che lavorano su un blocco di materiale che viene modificato fino a raggiungere la geometria finale, e gli innovativi processi additivi che invece depongono materiale un *layer* alla volta permettendo di creare componenti personalizzati per il singolo paziente.

Questo processo parte da un modello virtuale 3D, creato con metodi di modellazione CAD, che viene suddiviso in più strati bidimensionali attraverso il processo di *slicing* in cui la macchina genera uno strato alla volta fino ad ottenere la geometria finale.



Figure 1.3: Sintesi del processo di manifattura additiva.

Per quanto riguarda i materiali polimerici fibro-rinforzati, che sono argomento di interesse di questo lavoro, essi possono essere a loro volta manipolati tramite stampa 3D con tecniche specifiche tra cui la *Fused Filament Fabrication* (FFF). La macchina permette di lavorare questa tipologia di materiale in modo semplice e preciso tramite controllo della sua deposizione e, in caso di fibre lunghe, riesce a controllare il loro orientamento consentendo di modulare le proprietà meccaniche dell'oggetto ottenuto rendendola particolarmente interessante per la realizzazione di componenti strutturali.

La macchina FFF funziona tramite estrusione sul piatto di stampa di un materiale polimerico termoplastico che viene riscaldato e portato oltre la sua temperatura di rammollimento. Una volta estruso e depositato, il materiale si raffredda progressivamente raggiungendo la temperatura del piatto di stampa e permette di formare l'oggetto uno strato alla volta. In questa tipologia di stampa ci sono alcuni parametri da considerare, tra cui:

- altezza del *layer* (*thickness*) che può variare tra i vari strati, in particolare nel primo. In quel caso prende un nome specifico (*offset*) ed è necessario per permettere l'adesione della geometria al piatto di stampa.
- larghezza di estrusione.

- *overlap* tra le linee di estrusione che determina l'adesione del *layer* stesso e dell'intero laminato.

Essendo inoltre un processo caldo, la deposizione del primo *layer* rappresenta un passaggio critico perché, se le forze di coesione all'interno del materiale sono maggiori di quelle di adesione al piatto di stampa, il materiale si stacca. Per evitarlo si usano strategie fisiche, chimiche e di supporto come la scelta dell'*offset* opportuno, l'uso di un piatto riscaldato o di una superficie che promuova l'adesione di un determinato materiale. Infine in questa tipologia di stampa si possono usare dei materiali di supporto che intervengono nei casi in cui alcune porzioni della geometria non siano sostenute dagli strati sottostanti. Questi materiali, usati come supporto durante la deposizione dei vari strati, sono scelti con criterio in modo da poter essere rimossi al termine della stampa senza danneggiare la struttura ottenuta.

La tecnologia FFF nel caso dei materiali fibro-rinforzati permette, come già anticipato, di depositare sia la matrice polimerica che un materiale di rinforzo costituito da fibre. In particolare, permette di controllare l'orientamento della fibra che a sua volta controlla il comportamento meccanico dell'intero oggetto. La macchina di tipo FFF utilizzata in questo studio è la MarkForged X7 che lavora con diversi materiali tra cui Nylon, PLA e fibra di Carbonio realizzando strati spessi 0,125 mm.

Nel caso considerato i materiali di interesse sono l'Onyx, che è il nome commerciale di un materiale isotropo composto da Nylon (PA6) caricato con fibre corte di carbonio, e la fibra di carbonio come rinforzo. L'Onyx è un materiale versatile che offre resistenza e tenacità alle sostanze chimiche se usato da solo. Se viene rinforzato con fibre continue di carbonio può produrre componenti con resistenza simile all'alluminio.

È importante sottolineare che per realizzare una protesi d'anca definitiva non si impiegheranno i materiali precedentemente citati che fungono esclusivamente da materiali di riferimento per lo sviluppo e la validazione del modello numerico. Infatti il PA6 rappresenta un materiale fortemente studiato e con una grande disponibilità di dati. Il lavoro svolto costituisce uno studio preliminare che vuole

verificare la validità di materiali polimerici fibro-rinforzati in termini di comportamento meccanico in funzione dell'orientamento dei loro rinforzi.

In futuro si potrà pensare di aggiornare lo studio impiegando matrici polimeriche più adeguate ad applicazioni biomediche come il PEEK, che ha già suscitato interesse nell'ambito protesico, ma la cui integrazione con il rinforzo a fibra continua richiede altri sviluppi non trattati in questa tesi.

2. Materiali compositi

Con il termine “materiale composito” si fa riferimento un materiale che è costituito da almeno due fasi individuabili a livello macroscopico, chimicamente distinte e con proprietà fisico-meccaniche differenti che permettono di creare una struttura con caratteristiche diverse da quelle dei singoli materiali. Generalmente il componente più resistente viene definito “rinforzo” ed è presente sotto forma di fase discontinua, mentre il componente meno resistente viene definito “matrice” ed è presente sotto forma di fase continua.

La maggior parte degli elementi strutturali in materiale composito di interesse per questo lavoro di tesi è caratterizzata da un rinforzo unidirezionale.

2.1 Caratteristiche generali

Questi materiali si distinguono, in base alla forma e all’orientamento del rinforzo, in due categorie: materiali fibro-rinforzati e rinforzati con particelle. Questi ultimi si possono ulteriormente classificare in particelle orientate o con orientamento casuale, ma questa classificazione non è oggetto del presente lavoro.

I materiali fibro-rinforzati invece, su cui si concentra il presente studio, possono essere costituiti da una singola lamina o da più lamine sovrapposte per ottenere un laminato. Essi si dividono a loro volta in *single layer composites*, cioè materiali formati da un solo tipo di lamina con stesso orientamento e stesse proprietà, e *multilayered composites*, cioè materiali formati da strati con diverso orientamento e proprietà. In funzione della lunghezza delle fibre di rinforzo si distinguono ancora in materiali a fibra lunga (o continua) che attraversa l’intera lamina e a fibra corta (o discontinua). Nel primo caso le fibre si estendono per una lunghezza significativa dentro la lamina consentendo di sfruttarne le proprietà in quella direzione. In questi compositi si può assumere che un carico applicato lungo la direzione delle fibre sia principalmente supportato da loro.

Qui la funzione della matrice consiste nel tenere unite e protette le fibre e di distribuire il carico. Nel caso delle fibre corte, dato che le fibre hanno dimensioni limitate, sono la loro distribuzione e il loro orientamento a influenzare il comportamento del materiale che comunque presenta una minor resistenza rispetto a quelle lunghe. Tale caratteristica è dovuta principalmente ad una minor quantità di rinforzo [1].

L'immagine Figure 2.1 riassume quanto appena citato:

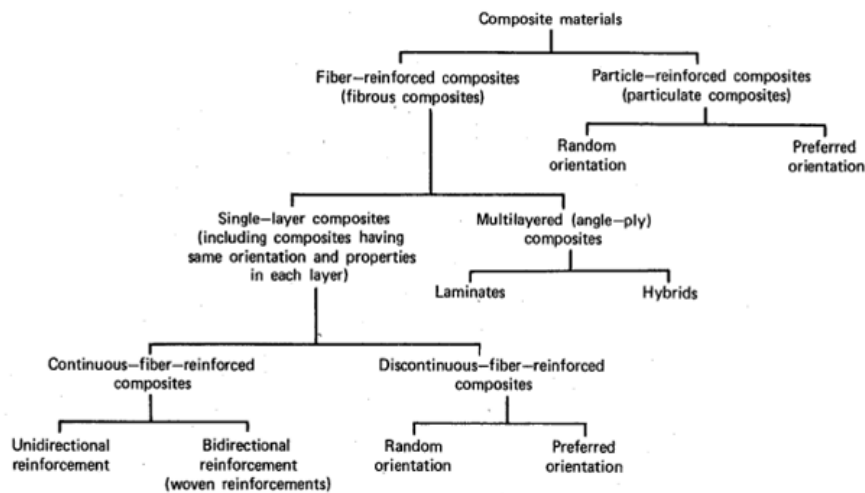


Figure 2.1: Classificazione dei materiali compositi. Fonte: B.Zuccarello [1].

I compositi fibrosi sono quelli maggiormente utilizzati nella progettazione e nella produzione di componenti strutturali grazie a quattro caratteristiche principali:

- Elevato rapporto resistenza/peso.
- Elevato rapporto rigidità/peso.
- Possibilità di variare il grado di anisotropia variando concentrazione e orientamento delle fibre. Questo fattore è particolarmente di interesse in questo lavoro perché l'orientamento delle fibre è la variabile su cui si basa l'ottimizzazione.
- Elevata tenacità alla frattura.

2.2 Matrice

Il ruolo della matrice è quello di tenere insieme le fibre, trasmettere il carico e proteggere le fibre da azioni interne ed esterne. Per questo motivo è richiesto che abbia una buona resistenza meccanica allo scorrimento fibra-matrice e che resista agli agenti atmosferici. I materiali più utilizzati per produrla sono polimerici (PMC: *polymer-matrix composites*), metallici (MMC: *metallic-matrix composites*) e ceramici (CMC: *ceramic-matrix composites*) [1]. Quelli di interesse nel caso di questo lavoro e anche quelli più utilizzati sono quelli polimerici.

Nel componente studiato la matrice polimerica è composta da un materiale commercializzato con il nome di Onyx e impiegato dalla stampante Markforged X7 e costituito da PA6 (Nylon) caricato con fibre corte di carbonio. Esso è considerato come isotropo nel modello numerico e i suoi parametri sono stati reperiti da un precedente lavoro di tesi:

Parametro	Valore
E	2400 MPa
g	888 MPa
v	0.35

Table 1: Parametri dell'Onyx. Fonte: G. Francabandiera [2].

2.3 Fibra

Il ruolo della fibra è quello di fornire resistenza meccanica e rigidità all'intera struttura. Tra quelle più utilizzate si trovano le fibre in carbonio, le fibre in vetro e quelle in aramide (dette commercialmente Kevlar). In questo caso sono state considerate fibre continue di carbonio, aggiunte alla matrice di Onyx, che sono caratterizzate da elevata resistenza, leggermente minore di quelle in vetro, una maggiore rigidità e una elevatissima resistenza alla corrosione [1]. Nel

modello numerico i parametri considerati sono presi dallo stesso lavoro di tesi precedentemente menzionato:

Parametro	Valore
E_l	40692 MPa
E_t	6633 MPa
g_{lt}	2463 MPa
v_{lt}	0.32

Table 2: Caratteristiche del carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].

La loro caratteristica principale rimane comunque l'orientamento delle fibre durante la deposizione da cui dipendono le proprietà meccaniche dell'intero componente. Un composito rinforzato con fibre continue presenta un comportamento assimilabile ad un materiale trasversalmente isotropo: la rigidità e la resistenza sono massime lungo la direzione delle fibre e inferiori nelle altre due direzioni che si assumono coincidenti. Di conseguenza, modificando l'orientamento delle fibre rispetto alla direzione di applicazione del carico, si possono ottenere risposte diverse dal componente.

3. Teoria dei laminati

Come illustrato nei capitoli precedenti, la stampa 3D consente di creare componenti costituiti da più lamine con materiali e orientamenti differenti tramite deposizione di fibra continua. Per comprendere e prevedere quale sarà il comportamento meccanico di questi laminati e ottimizzarne l'orientamento delle singole lamine, è necessario introdurre la teoria classica dei laminati compositi, che è in grado di ricavare la relazione che intercorre tra le tensioni e le deformazioni di un laminato. Prima di conoscere il comportamento meccanico del laminato nell'intero, è necessaria la conoscenza preliminare del comportamento della singola lamina. A tal proposito si vuole ricavare il legame costitutivo che rappresenta la relazione tra lo stato tensionale e quello deformativo della lamina, descritto dalla legge di Hooke generalizzata e dipendente dalle costanti elastiche del materiale.

3.1 Lamina ortotropa

Nella teoria classica dei laminati ogni lamina è considerata ortotropa, cioè possiede tre piani di simmetria ortogonali tra loro, tali per cui, applicando un carico a trazione lungo una direzione principale, si ottiene disaccoppiamento sia tra tensioni normali e deformazioni di taglio che tra tensioni tangenziali e deformazioni normali.

Nel caso di materiali compositi fibro-rinforzati a fibra continua depositati con stampa 3D il materiale si può anche considerare trasversalmente isotropo perché possiede una direzione longitudinale, che coincide con l'orientamento delle fibre, e due trasversali perpendicolari alle fibre che presentano caratteristiche meccaniche molto simili tra loro. Questa ipotesi consente di diminuire il numero delle costanti elastiche indispensabili per la descrizione del comportamento meccanico della lamina.

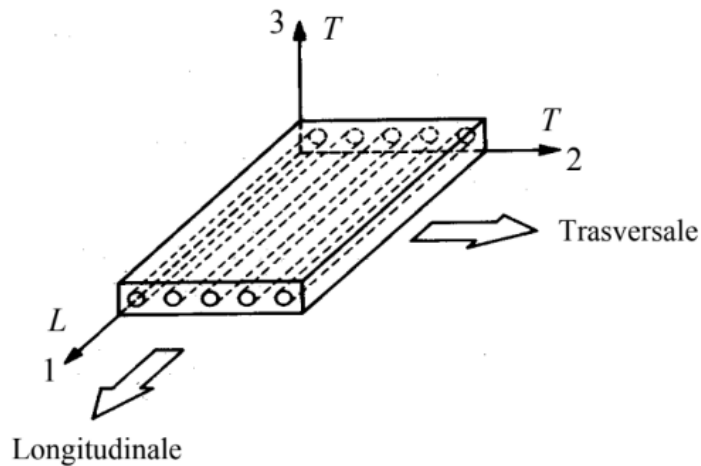


Figure 3.1: Schema di una lamina con rinforzo unidirezionale. Fonte: B. Zuccarello [1].

Per trovare le costanti elastiche del modello che permettono di mettere in relazione gli sforzi e le deformazioni si parte dalla legge di Hooke generalizzata che descrive il comportamento di un materiale (nell'ipotesi di elasticità lineare) tramite il legame costitutivo che c'è tra le componenti tensionali e di deformazione:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \text{ con } i,j,k,l=1,2,3 \quad (1)$$

Nel caso di un materiale anisotropo senza simmetrie sono richieste 21 costanti elastiche indipendenti, ma nel caso di un materiale ortotropo, che presenta tre piani di simmetria, queste si riducono a 9. Infatti, come già precedentemente accennato, non c'è associazione tra tensioni normali agenti nelle direzioni principali e scorrimenti. Inoltre per la simmetria rispetto ai piani 1-2, 1-3 e 2-3 l'applicazione di uno sforzo di taglio non produce distorsioni negli altri piani.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1122} & E_{2222} & E_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ E_{1133} & E_{2222} & E_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{1313} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{2323} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix}$$

Le costanti si riducono ulteriormente nel caso di un materiale trasversalmente isotropo, come succede per la lamina con rinforzo unidirezionale, a 5:

$$E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}, \nu_{TT}$$

E ancora se si considera uno stato piano di tensione le componenti legate alla terza direzione scompaiono ($\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$) lasciando soltanto 4 costanti:

$$E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$$

Queste possono essere scritte in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \end{bmatrix}$$

- E_{11} : modulo elastico in direzione longitudinale alle fibre (E_L).
- E_{22} : modulo elastico in direzione trasversale alle fibre (E_T).
- E_{12} : coefficiente di Poisson.
- E_{33} : modulo di taglio nel piano LT.

Infatti dato che lo spessore di una singola lamina è di gran lunga inferiore rispetto alle altre dimensioni è sensato adottare quest'ultima ipotesi.

Una volta ottenute le costanti elastiche del materiale si può costruire la matrice di rigidezza E che permette di scrivere le relazioni costitutive tra tensioni e deformazioni.

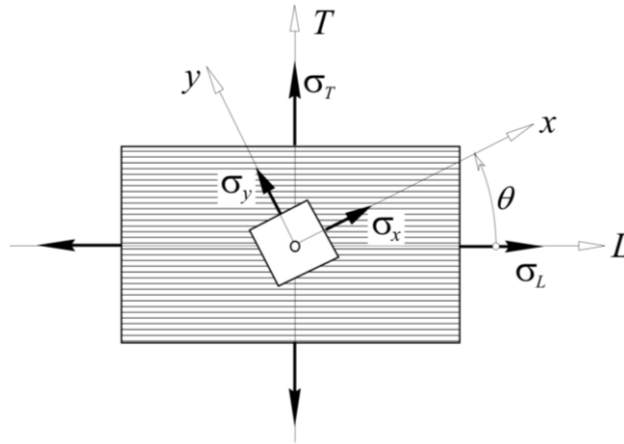


Figure 3.2: Lamina ortotropa con riferimento cartesiano. Fonte: B. Zucarelli [1].

Tuttavia, dato che la matrice di rigidezza E è calcolata rispetto al sistema di riferimento locale degli assi principali del materiale (sistema LT , con L direzione longitudinale alle fibre e T direzione trasversale alle fibre), si preferisce utilizzare la matrice di rigidezza $\bar{E}$ che tiene conto, oltre alle proprietà del materiale, anche dell'orientamento di ogni lamina. Infatti, come precedentemente accennato, ognuna è descritta da un certo orientamento tramite un angolo θ che non va trascurato.

Per trovare le componenti si considera un sistema cartesiano qualsiasi che forma un angolo θ con gli assi principali.

Per trovare la matrice di rigidezza ruotata si utilizza la matrice di rotazione T nella formula:

$$\bar{E} = T^{-1}ET \quad (2)$$

con T matrice data da:

$$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

Dato che una lamina singola ha uno spessore troppo piccolo per essere utilizzata direttamente come componente strutturale, essa viene impiegata per realizzare laminati compositi, il cui comportamento è analizzato nel prossimo sottocapitolo.

3.2 Teoria dei laminati compositi CLT

Una volta definito il comportamento della singola lamina si può passare all'analisi del laminato, ottenuto sovrapponendo più lamine di materiali e orientamenti diversi. La teoria dei laminati compositi consente di prevedere il comportamento meccanico del laminato partendo dall'orientamento e dalle proprietà elastiche delle singole lamine. Più precisamente permette di ricavare la sua rigidezza equivalente, le deformazioni del piano medio e le curvature partendo da alcune ipotesi:

- le lamine che costituiscono il laminato devono essere perfettamente incollate senza scorrimenti reciproci sotto carichi;
- i segmenti ortogonali al piano medio del laminato devono essere rettilinei ed ortogonali dopo la deformazione;
- le deformazioni nella direzione dello spessore (z) devono essere inferiori e trascurabili rispetto alle altre due;
- lo spessore del laminato deve essere minore rispetto alle altre dimensioni [1].

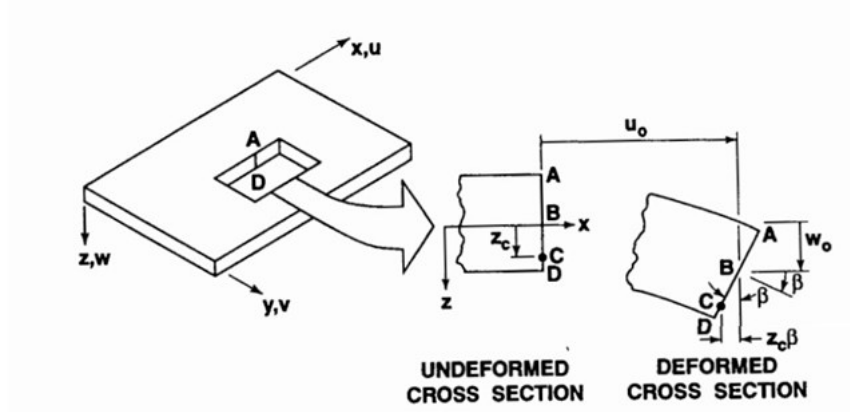


Figure 3.3: Sezione deformata e non deformata del laminato. Fonte: B. Zuccarello [1].

Secondo queste ipotesi si può descrivere la deformazione al variare di z come somma di due contributi:

- Deformazioni medie del piano (ε^0) costanti in tutte le lamine lungo il piano medio del laminato.
- Curvature del laminato (k) che variano linearmente in dipendenza da z , cioè la distanza dal piano medio.

Complessivamente si può scrivere:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + zk \quad (3)$$

con z la distanza dal piano medio. La tensione invece può essere descritta applicando il legame costitutivo come:

$$\sigma = \bar{E}\varepsilon \quad (4)$$

con $\bar{E}$ la matrice di rigidezza che tiene conto dell'orientamento della lamina.

Scritta in forma matriciale si ottiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = [\bar{E}]_k \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = [\bar{E}]_k \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z[\bar{E}]_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Si vede dall'equazione (5) che la deformazione varia linearmente lungo lo spessore della geometria mentre la tensione, che dipende da $\bar{E}$, no:

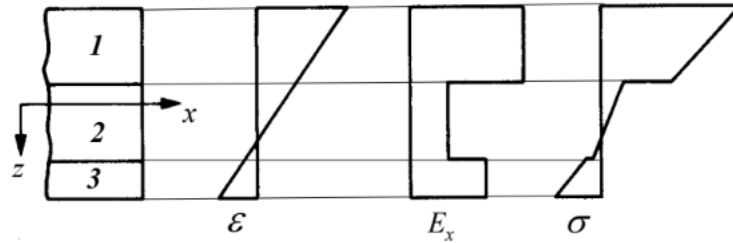


Figure 3.4: Andamenti tipici delle deformazioni e delle tensioni in un laminato composito. Fonte: B. Zuccarello [1].

A partire dalle equazioni (3) e (4) si può trovare il legame tra sforzo normale, momento torcente e flettente e le componenti di deformazione. Per farlo si considera un generico laminato costituito da n lamine con spessore complessivo h :

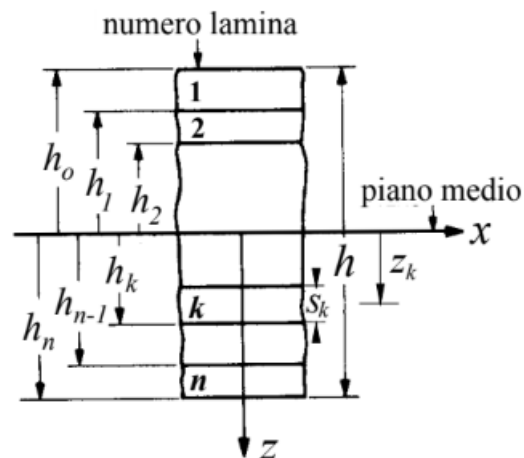


Figure 3.5: Geometria di un laminato con n lamine. Fonte: B. Zuccarello [1].

Dato che non interessa la risposta della singola lamina, per tenere conto di tutte, si sommano i loro contributi lungo lo spessore introducendo le risultanti degli sforzi e dei momenti. Infatti dato che la tensione non è uguale in tutto lo spessore

del laminato (vedi figura Figure 3.4) e varia in dipendenza da z bisogna integrarla su tutto lo spessore.

Per la risultante normale si ottiene:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad (6)$$

$$N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \quad (7)$$

Per il taglio nel piano x-y si ottiene:

$$T_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \quad (8)$$

Per il momento flettente si ottiene:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad (9)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad (10)$$

Per quello torcente infine:

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz \quad (11)$$

Inserendo queste ultime equazioni nell'equazione (5) e sostituendo alcune definizioni si ottiene la relazione voluta tra le caratteristiche di sollecitazione e le componenti di deformazione del piano medio.

Le definizioni sono:

- $[A] = \sum_{k=1}^n [E]_k (h_k - h_{k-1})$, matrice di rigidezza estensionale;
- $[B] = \sum_{k=1}^n [E]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2)/2$, matrice di accoppiamento;
- $[D] = \sum_{k=1}^n [E]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)/3$, matrice di rigidezza flessionale.

Le equazioni che si ottengono sono:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

e:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Unendole si ottiene l'equazione costitutiva del laminato da cui, conoscendo le sollecitazioni applicate, si possono determinare le deformazioni del piano medio e le curvature:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (14)$$

È importante notare che le matrici A, B e D, come la matrice di rigidezza $\bar{E}$, dipendono dall'orientamento della singola lamina.

Una volta trovate queste matrici è possibile risalire alle deformazioni ε e alle tensioni σ sfruttando l'inversione delle formule (12) e (13). Si estraggono le deformazioni del piano medio e le curvature che vengono inserite nell'equazione (3) per trovare le deformazioni totali che a loro volta sono usate per risalire alle tensioni con l'equazione (4).

3.2.1 Laminati bilanciati e simmetrici

In questo lavoro di tesi ci si è occupati di materiali simmetrici e bilanciati, le cui caratteristiche dipendono dalla sequenza degli orientamenti delle lamine nel laminato:

- simmetrico significa che presenta una sequenza di angoli speculare rispetto al piano medio come in figura:

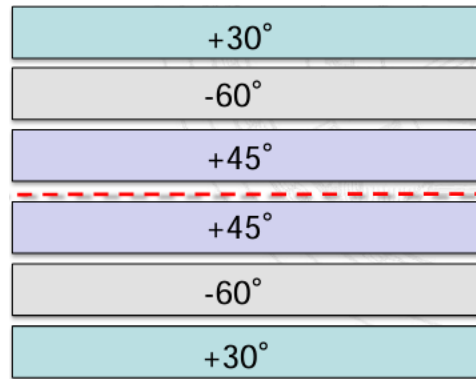


Figure 3.6: Laminato simmetrico.

- bilanciato significa che per ogni strato orientato con un certo angolo θ esiste uno strato con angolo $-\theta$ come in figura:

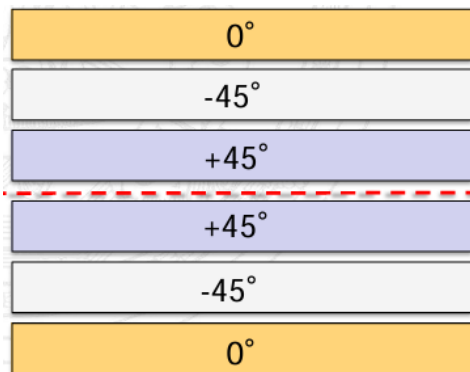


Figure 3.7: Laminato bilanciato.

Un laminato simmetrico comporta che la matrice B sia nulla con conseguente eliminazione dell'accoppiamento tra sforzo normale e flessione, quindi sforzi normali σ e tangenziali τ producono solo deformazioni nel piano ε^0 e non curvature k . Allo stesso modo i momenti producono solo curvature k . In forma matriciale queste relazioni si scrivono come:

$$N = A\varepsilon^0 \text{ e } M = Dk.$$

Un laminato bilanciato invece comporta l'annullamento di due componenti della matrice A che sono A_{13} e A_{23} . Questo significa che non c'è accoppiamento tra sforzi normali σ e deformazioni di taglio nel piano γ_{xy} .

Combinando le due caratteristiche si ottiene l'annullamento delle stesse componenti della matrice D per cui si ottiene un disaccoppiamento tra sollecitazioni flettenti e curvatura torsionale.

La scelta di considerare soltanto laminati bilanciati e simmetrici semplifica la formulazione del problema. Disaccoppiando infatti le deformazioni nel piano e le curvature del laminato si ottiene una relazione costitutiva più semplice e gestibile e successivamente sarà possibile vedere un vantaggio durante l'ottimizzazione della disposizione degli orientamenti di ogni strato.

4. Sviluppo e validazione del modello numerico

Il seguente capitolo tratta dello sviluppo e della validazione del modello numerico usato nelle analisi successive per trovare lo stato tensionale e deformativo di alcune geometrie realizzate con materiali compositi. Inizialmente si parte da una geometria semplice risolta tramite il *software* Matlab che implementa direttamente la teoria dei laminati compositi (CLT) mediante uno script ricavando componenti tensionali e deformative dell'oggetto sottoposto a trazione unidirezionale. Successivamente lo stesso problema viene risolto tramite un altro *software* chiamato ANSYS APDL che utilizza il metodo agli elementi finiti come metodo di risoluzione. I due risultati vengono confrontati con l'obiettivo di validare il secondo modello che, una volta verificato, si può utilizzare nelle analisi seguenti per gestire situazioni più complesse che non sarebbero facilmente realizzabili con lo script di Matlab. La geometria a cui si fa riferimento è un rettangolo di lunghezza 130 mm e larghezza 13 mm composto da 4 *layer* dello stesso materiale spessi 0,125 mm e orientati con angoli prestabiliti. Quest'ultima viene sottoposta a trazione unidirezionale in direzione x.

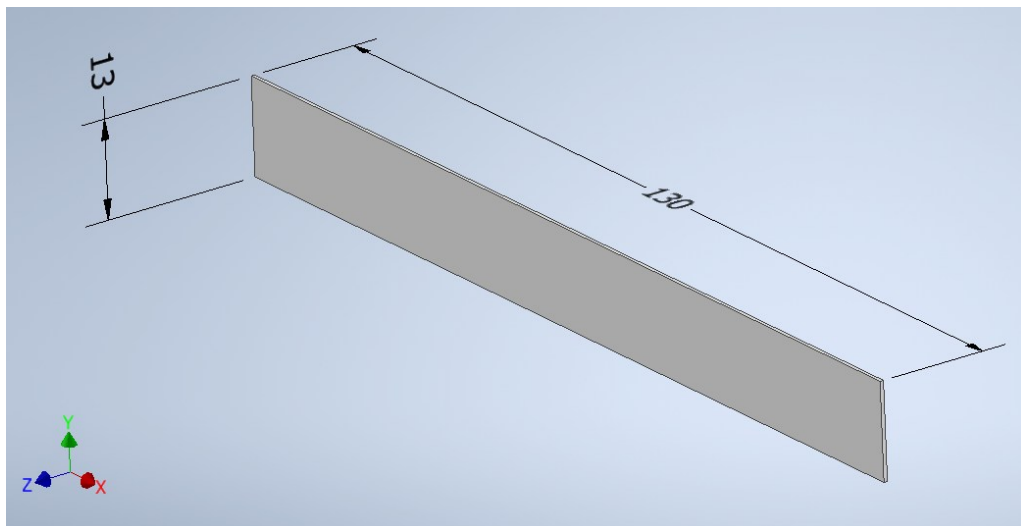


Figure 4.1: Geometria semplice realizzata su Autodesk Inventor.

Tutti i *layer* sono costituiti da carbonio che ha le seguenti proprietà elastiche ricavate da un precedente lavoro di tesi:

Parametro	Valore
E_l	40692 MPa
E_t	6633 MPa
g_{lt}	2463 MPa
ν_{lt}	0.32

Table 3: Caratteristiche del carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].

La soluzione viene ricavata con diverse combinazioni di angoli tra cui:

- $[0^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ]$
- $[90^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]$

4.1 Modello in Matlab

All'interno dello script di Matlab vengono inseriti come dati di input lo spessore, l'orientamento e le proprietà elastiche di ogni lamina che compone il laminato. Dopodiché si specifica il tipo di sollecitazione a cui è sottoposta la struttura che in questo caso corrisponde ad una trazione in direzione x, espressa matematicamente come:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 500 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} N$$

Si costruisce la matrice di rigidezza E del materiale che viene manipolata per renderla valida nel sistema di riferimento corretto e viene usata per ricavare le matrici di rigidezza del laminato complessivo, cioè A, B e D. Trovate le matrici si sfrutta la legge costitutiva del CLT definita dall'equazione 14 per trovare sforzi e deformazioni in ogni lamina. Il codice non discretizza il componente nello spazio, ma ne studia il comportamento in una sezione permettendo di

trovare lo stato tensionale e quello deformativo di ogni lamina. Non sono richiesti quindi altri parametri della geometria, come lunghezza e altezza, perché il problema viene risolto in forma analitica sfruttando le caratteristiche del laminato e il carico applicato.

4.1.1 Orientamento 1 [0° 90° 90° 0°]

Per il primo orientamento si riportano nella tabella sottostante i valori delle tensioni e delle deformazioni ricavate per tutte le lamine del laminato. Per ciascuna grandezza vengono restituiti quattro valori, uno per lamina, perché essendo uno script implementato sulla CLT, i valori non tengono conto della distribuzione spaziale in x e y.

Le seguenti tabelle mostrano i risultati ottenuti con questo orientamento:

Deformazioni medie (mm/mm)	Layer 1 (0°)	Layer 2 (90°)	Layer 3 (90°)	Layer 4 (0°)
ϵ_x^0	0.003	0.003	0.003	0.003
ϵ_y^0	-8.8e-04	-8.8e-04	-8.8e-04	-8.8e-04
γ_{xy}^0	-1.5e-04	-1.5e-04	-1.5e-04	-1.5e-04

Table 4: Deformazioni medie nella configurazione 1.

Tensioni (MPa)	Layer 1 (0°)	Layer 2 (90°)	Layer 3 (90°)	Layer 4 (0°)
σ_x	134.17	19.67	19.67	134.17
σ_y	0.58	-0.58	-0.58	0.58

τ_{xy}	-0.36	0.36	0.36	-0.36
-------------	-------	------	------	-------

Table 5: Tensioni nella configurazione 1.

Si vede dalla tabella che le deformazioni medie sono costanti perché non dipendono dallo spessore z (si veda equazione 3) dato che il laminato è simmetrico e quindi la matrice B è nulla. Questo comporta che le deformazioni coincidano con quelle del piano medio. Le tensioni invece cambiano valore in dipendenza dell'angolo della distribuzione delle fibre perché dipendono dalla matrice di rigidezza $\bar{E}$.

Si vede anche che le lamine orientate a 0° sviluppano tensioni longitudinali maggiori rispetto a quelle orientate a 90° rispettando la relazione tra rigidezza, sforzi e deformazioni del legame costitutivo per cui, a parità di deformazione del piano medio, le lamine parallele alla direzione del carico hanno una rigidezza più elevata e di conseguenza delle tensioni maggiori.

4.1.2 Orientamento 2 [90° 0° 0° 90°]

Per il secondo orientamento si riportano nella tabella sottostante i valori delle tensioni e delle deformazioni ricavati per tutte le lamine del laminato come nel caso precedente:

Deformazioni medie (mm/mm)	Layer 1 (90°)	Layer 2 (0°)	Layer 3 (0°)	Layer 4 (90°)
ϵ_x^0	0.003	0.003	0.003	0.003
ϵ_y^0	-8.8e-04	-8.8e-04	-8.8e-04	-8.8e-04
γ_{xy}^0	-1.5e-04	-1.5e-04	-1.5e-04	-1.5e-04

Table 6: Deformazioni medie nella configurazione 2.

Tensioni (MPa)	Layer 1 (90°)	Layer 2 (0°)	Layer 3 (0°)	Layer 4 (90°)
σ_x	19.67	134.17	134.17	19.67
σ_y	-0.58	0.58	0.58	-0.58
τ_{xy}	0.36	-0.36	-0.36	0.36

Table 7: Tensioni nella configurazione 2.

Confrontando i risultati delle due configurazioni si vede che i valori delle tensioni e delle deformazioni rimangono invariati rispetto all'angolo che caratterizza la singola lamina. Questo si può spiegare con il fatto che le sequenze utilizzate di orientamento sono simmetriche e ottenute invertendo la posizione delle lamine a 0° e 90° e che la sollecitazione applicata è una trazione unidirezionale.

4.2 Modello in ANSYS APDL

Lo script sviluppato in Matlab è uno strumento utile come prima analisi per verificare la formulazione teorica e restituire la soluzione di riferimento, ma presenta alcuni limiti. Tra questi c'è la mancanza di una rappresentazione grafica delle tensioni e delle distribuzioni in ogni punto della geometria che invece ANSYS APDL permette di calcolare e visualizzare. In questo modo si ricavano dei grafici che mappano queste distribuzioni sull'intero componente grazie alla discretizzazione della geometria che è uno step fondamentale nella risoluzione agli elementi finiti.

4.2.1 Studio della convergenza

Prima di procedere con l'analisi su ANSYS è stato svolto uno studio di convergenza della *mesh* per capire quanto andasse infittita per risolvere la geometria ricorrendo ad una discretizzazione abbastanza definita senza aumentare inutilmente il costo computazionale. Il comando del software che gestisce questo parametro è ESIZE, una funzione in grado di stabilire la suddivisione dell'area definendo la dimensione di ogni elemento. La funzione prende come input la lunghezza del lato dell'elemento nell'unità di misura corrente (in questo caso millimetri), quindi se l'ESIZE aumenta si ottiene una *mesh* più sparsa, se diminuisce si ottiene una *mesh* più fitta. L'analisi è stata eseguita utilizzando diversi valori dell'*element size* da 1 a 15, per ognuno dei quali sono stati estratti gli spostamenti del punto centrale della geometria (preso come riferimento), il numero degli elementi totali della *mesh*, il numero dei gradi di libertà (DOF) e il *solution time*. Lo spostamento è stato scelto come grandezza per lo studio della convergenza perché nell'analisi agli elementi finiti è la variabile di riferimento da cui si calcolano tutte le altre e quindi consente di valutare direttamente la variazione della soluzione al variare della discretizzazione della *mesh*.

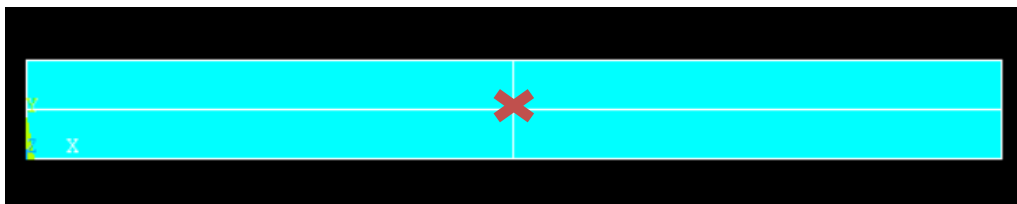


Figure 4.2: Area della geometria con punto di riferimento.

La convergenza viene osservata plottando sull'asse y l'errore relativo che rappresenta la variazione dello spostamento in un punto fissato al variare dell'ESIZE, e quindi dei DOF, sull'asse x. L'errore è calcolato come la differenza tra lo spostamento dello stesso punto calcolato con la *i*-esima ESIZE e il riferimento che corrisponde allo spostamento dello stesso punto calcolato con la *mesh* più fitta:

$$errore = \frac{|u_i - u_{rif}|}{|u_{rif}|} \quad (15)$$

Rappresentando l'errore relativo in funzione dei gradi di libertà si può valutare il raggiungimento della convergenza se all'aumentare dei DOF l'errore diminuisce fino a stabilizzarsi. Questo indica che, anche se si infittisce ulteriormente la *mesh*, la soluzione non cambia in modo significativo.

I grafici trovati sono:

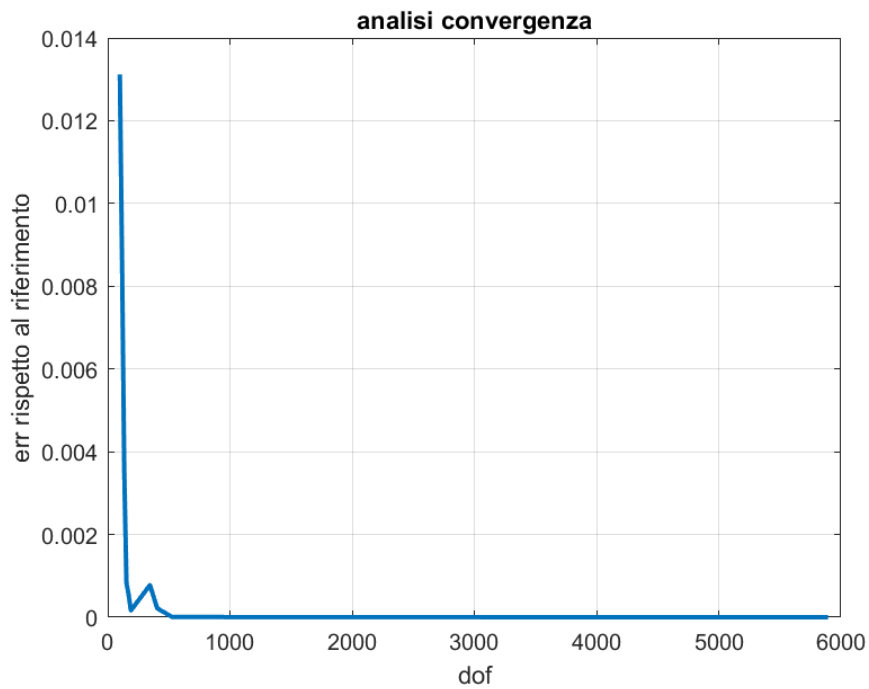


Figure 4.3: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo centrale.

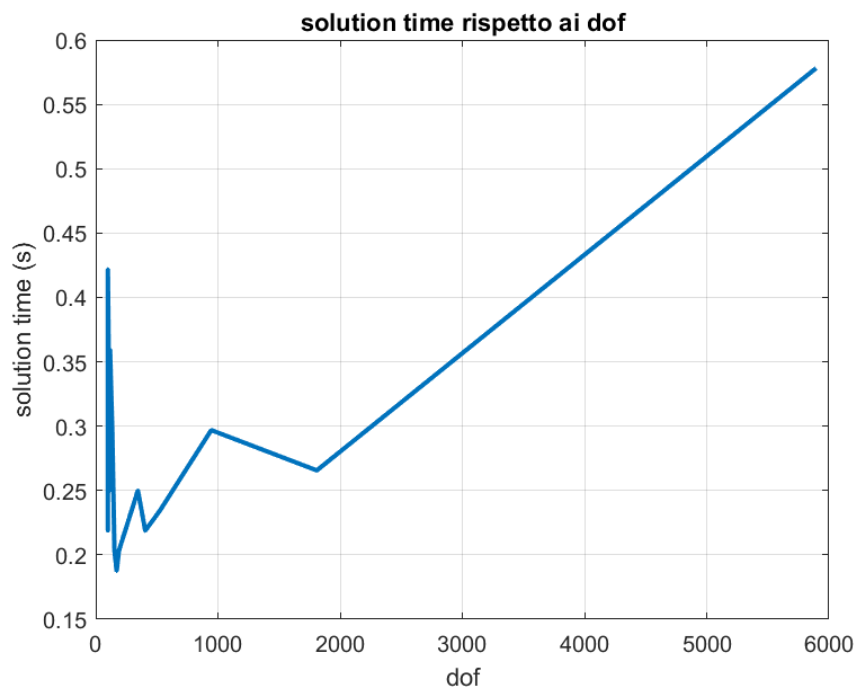


Figure 4.4: Solution time del nodo centrale.

Per verificare che la convergenza non fosse limitata ad un solo intorno, l'analisi è stata ripetuta anche con altri due punti che si trovano sul bordo della figura. Anche in questo caso l'andamento dei grafici è simile e conferma la convergenza a partire dallo stesso numero dei gradi di libertà.

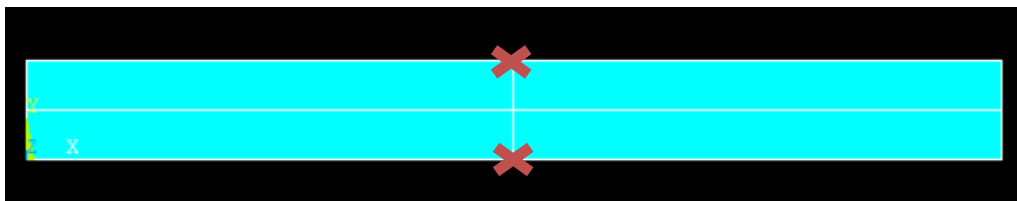


Figure 4.5: Area della geometria con altri punti di riferimento.

I grafici del nodo superiore sono:

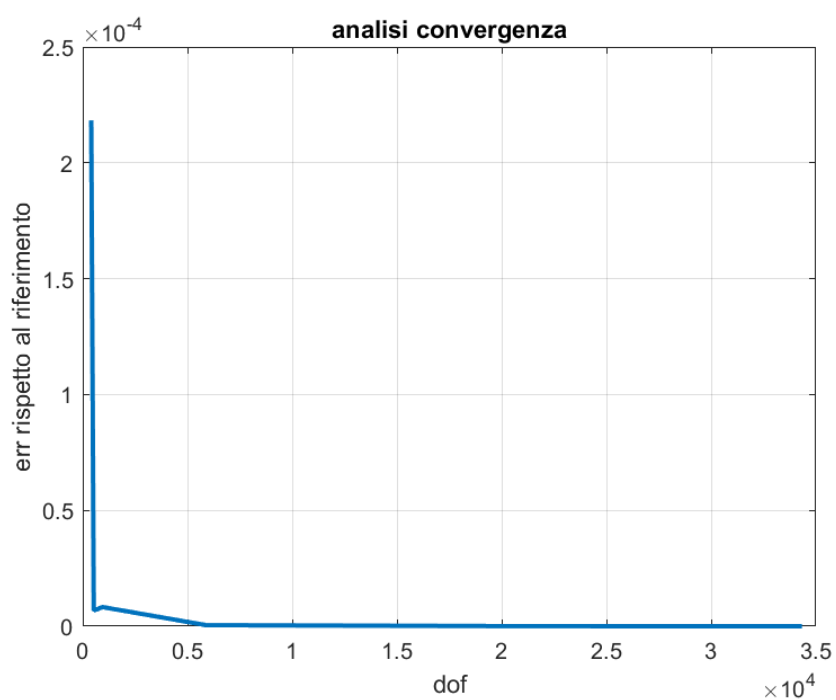


Figure 4.6: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo superiore.

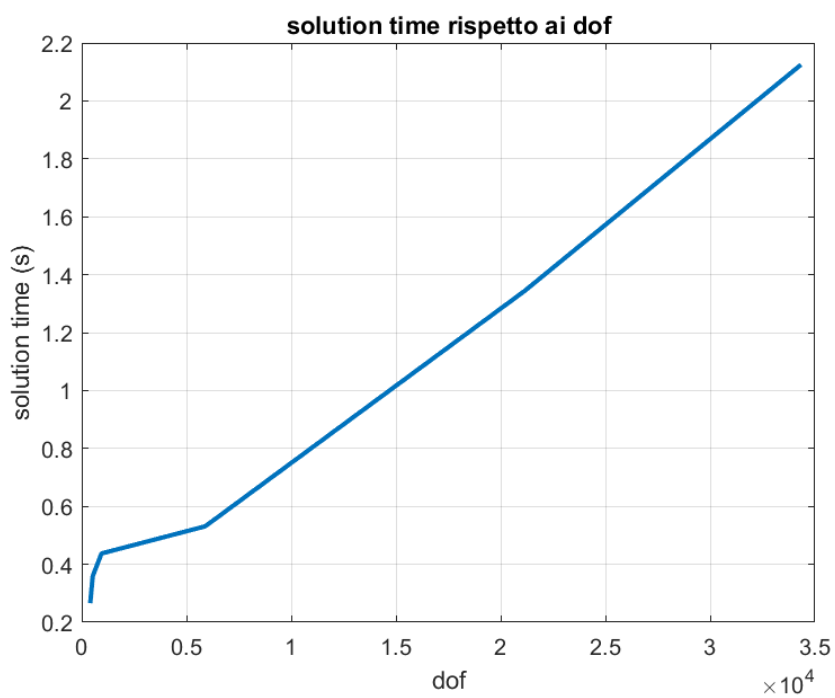


Figure 4.7: Solution time del nodo superiore.

I grafici del nodo inferiore sono invece:

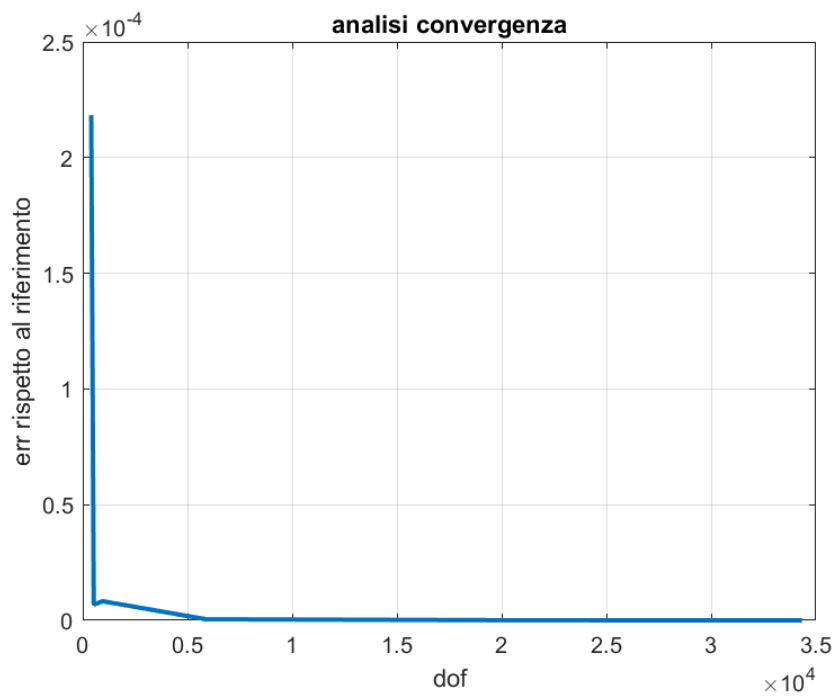


Figure 4.8: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo inferiore..

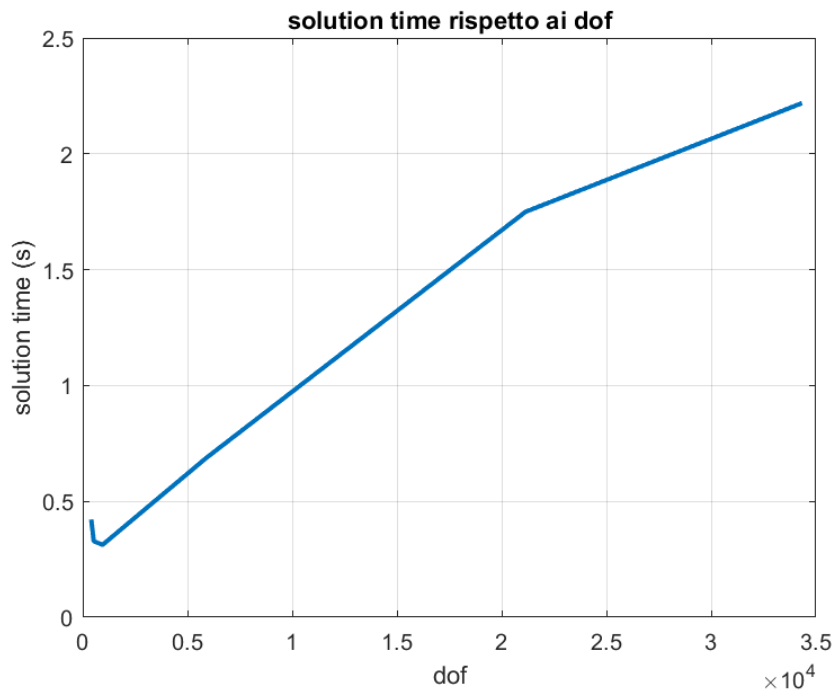


Figure 4.9: Solution time del nodo inferiore.

Una volta eseguita la prima analisi si può passare ad una seconda analisi detta di *overkill* in cui i valori di ESIZE diminuiscono ancora da 5 a 0.4 per confermare definitivamente che si arrivi ad un punto di convergenza.

I grafici ottenuti sono:

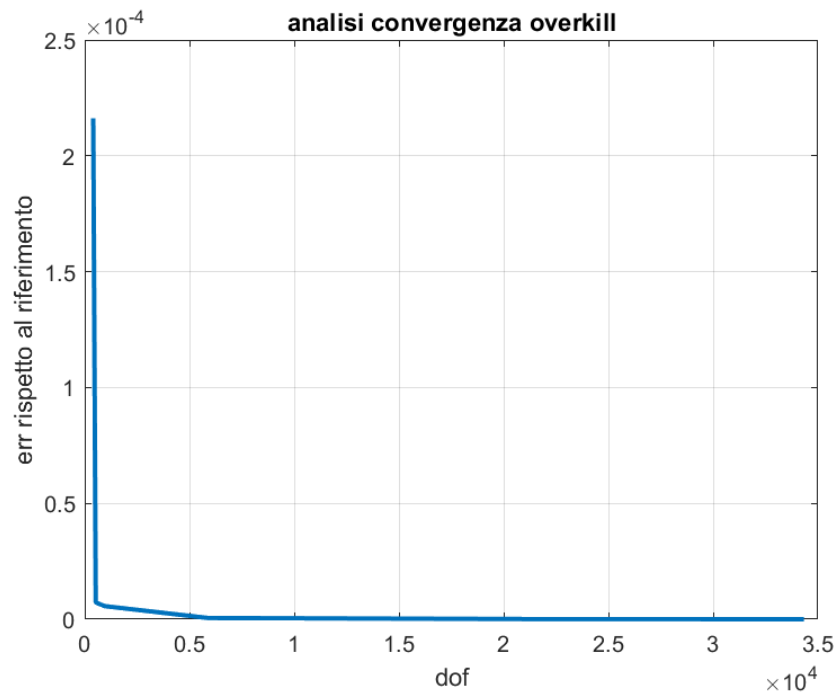


Figure 4.10: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo inferiore.

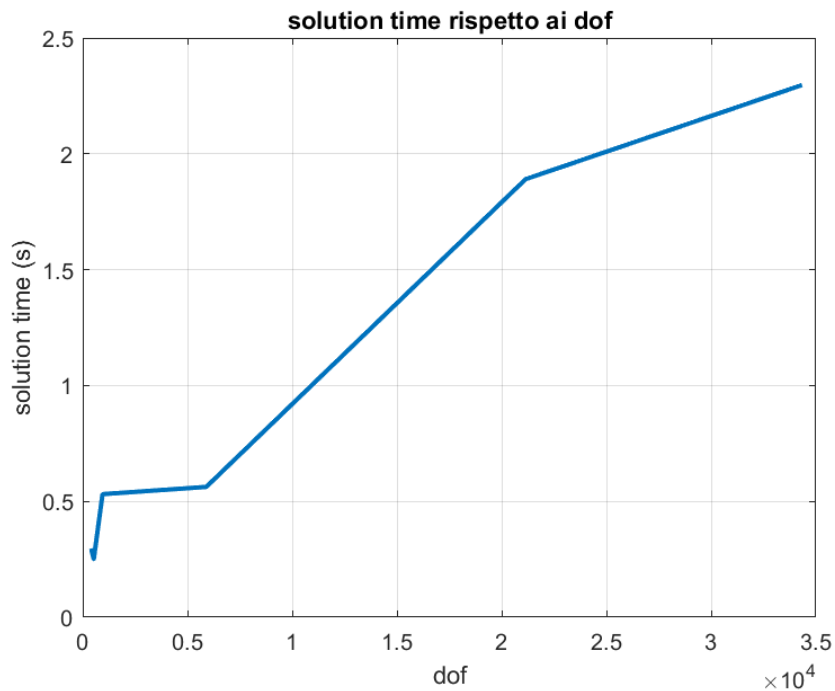


Figure 4.11: Solution time del nodo inferiore.

Si vede dai grafici che già a partire da 5000 gradi di libertà la convergenza viene raggiunta con un tempo di risoluzione accettabile. Si sceglie pertanto $ESIZE=1$, cui corrispondono almeno 5000 gradi di libertà. Tutte le analisi successive quindi sono state svolte ponendo $ESIZE=1$.

4.2.2 Analisi su ANSYS APDL

Una volta scelta l'impostazione corretta per lo sviluppo della *mesh* si può procedere con l'analisi vera e propria.

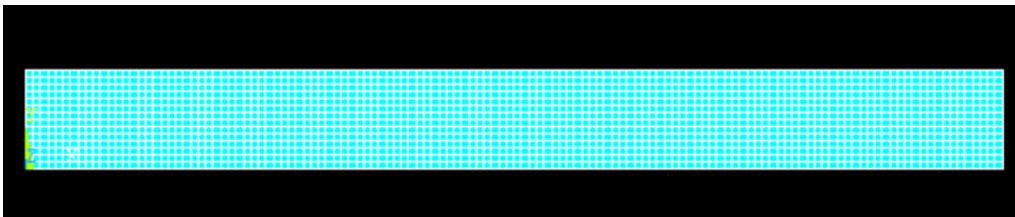


Figure 4.12: Geometria con rispettiva mesh.

Il laminato viene modellato con elementi SHELL181, descritti da 4 nodi con 6 gradi di libertà ciascuno, specializzati nell'analisi di materiali compositi. Ad ogni lamina si assegnano le caratteristiche elastiche del materiale, l'orientamento e lo spessore tramite la funzione SECDATA. Questa funzione gestisce lo spessore del singolo strato, il suo materiale con le rispettive caratteristiche e l'angolo di orientamento. A differenza del modello precedente, tutti i *layer*, oltre ad essere descritti attraverso le loro proprietà meccaniche, sono inseriti all'interno di una geometria definita dalla lunghezza e dalla larghezza a cui si applicano i carichi. La geometria considerata è la stessa utilizzata per il modello in Matlab per rendere possibile il confronto tra le due analisi. Il carico applicato si ottiene vincolando un lato della struttura in modo da bloccarlo completamente mentre l'altro lato subisce una trazione unidirezionale in direzione x equivalente a quella del modello in Matlab come si può vedere nelle seguenti figure:

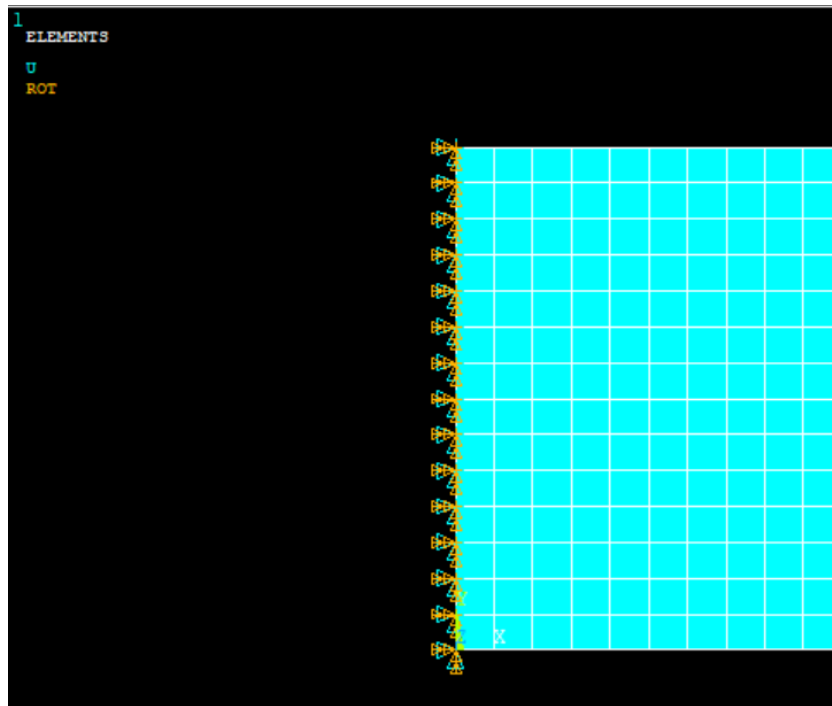


Figure 4.13: Vincoli applicati al lato sinistro della figura.



Figure 4.14: Carico applicato al lato destro della figura in direzione x.

4.2.2.1 Funzione SECDATA

Questa funzione di ANSYS serve a creare nuovi strati del laminato mediante la richiesta di tre parametri: lo spessore della lamina, il materiale da cui è composta e l'orientamento. Quest'ultimo non fa riferimento al sistema di riferimento globale della geometria, ma all'angolo che si forma tra l'asse x del sistema di riferimento degli elementi (ESYS) e l'asse x del sistema di riferimento del materiale (LT).

I sistemi di riferimento che il software considera sono 3:

- il sistema di riferimento globale (X-Y) fisso;
- il sistema di riferimento specifico di ogni elemento in cui è stata discretizzata la geometria, detto ESYS, che in questo caso è stato fissato in modo da coincidere con quello globale;
- il sistema di riferimento del materiale (L-T) che viene stabilito nel codice tramite le funzioni MP che associano a specifiche direzioni i vari moduli elastici (E_L e E_T).

Dalla figura si vede come vengono definiti i vari sistemi di riferimento e cosa significa orientare tutte le lamine a 0° o 90° :



Figure 4.15: Sistemi di riferimento.

In questa figura invece si mostra visivamente come sono disposte le fibre:



Figure 4.16: Orientamento delle fibre.

La deposizione delle fibre è visualizzabile direttamente dal software che conferma quanto detto precedentemente. In questo caso si tratta della configurazione 1:

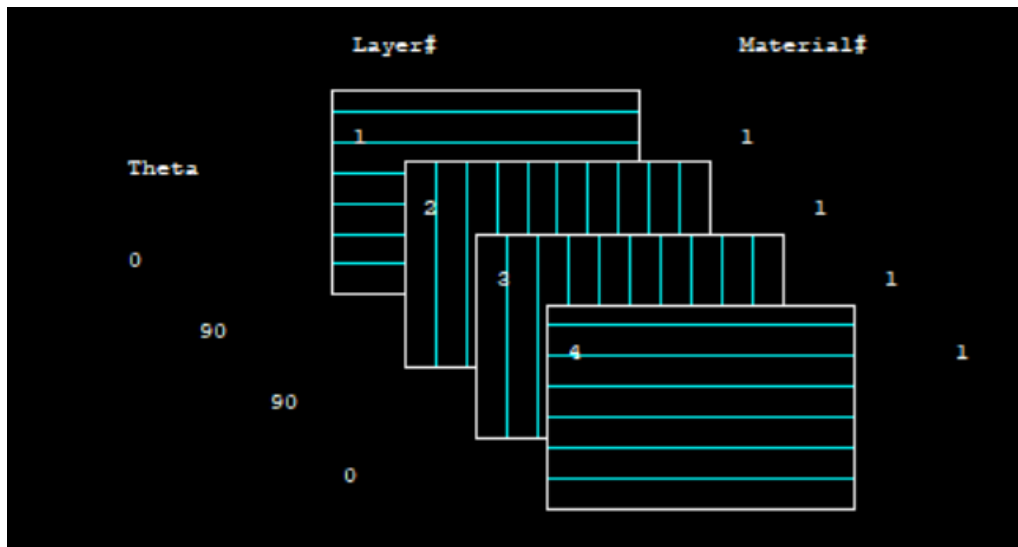


Figure 4.17: Orientamento delle fibre nel caso $[0^\circ 90^\circ 90^\circ 0^\circ]$.

4.2.2.2 Risultati orientamento $[0^\circ 90^\circ 90^\circ 0^\circ]$

Una volta risolto il problema mediante un'analisi statica lineare agli elementi finiti, il programma permette di visualizzare le soluzioni sottoforma di mappe di tensioni e deformazioni sull'intera geometria in ogni lamina del laminato. Si vedono successivamente le immagini che mostrano queste mappature.

Prima si mostrano le deformazioni nei *layer* con orientamento a 0° :

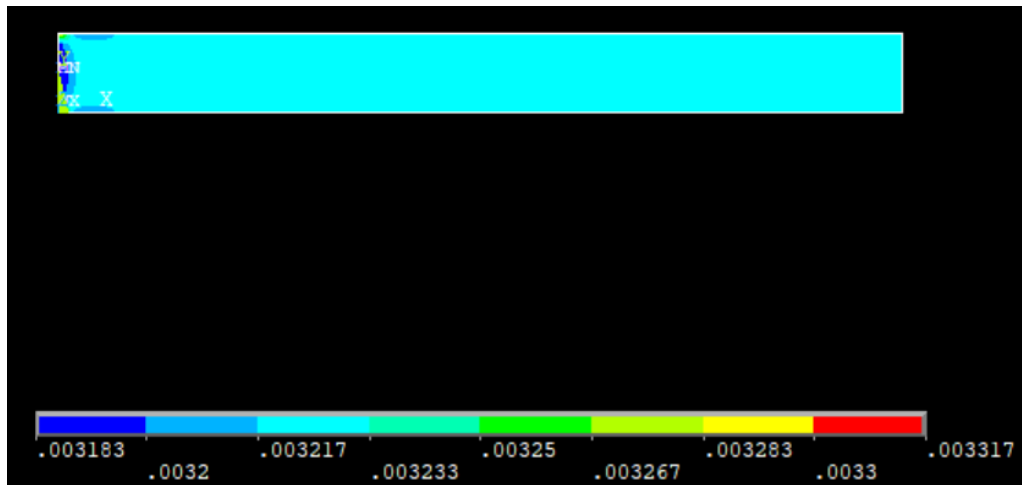


Figure 4.18: Deformazioni del *layer* con orientamento a 0° .

Poi le deformazioni nei *layer* con orientamento a 90° :

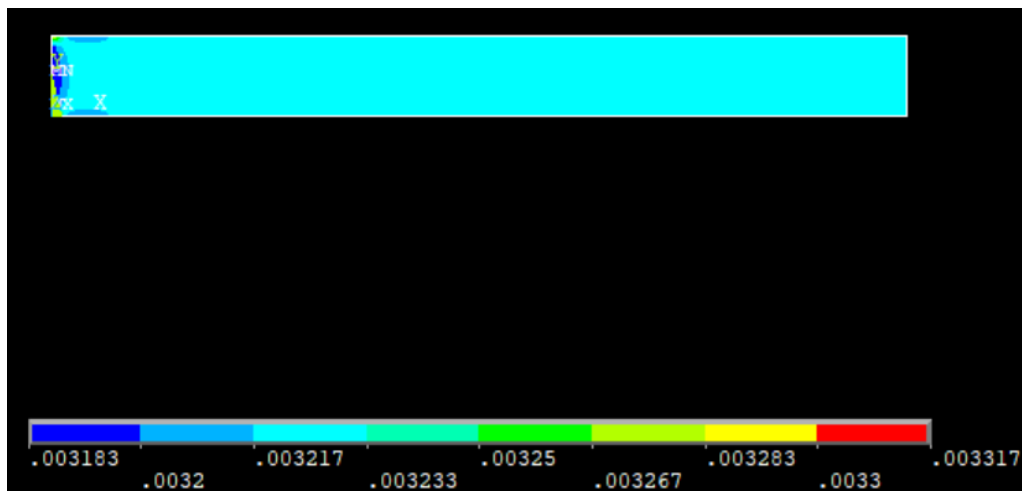


Figure 4.19: Deformazioni del *layer* con orientamento a 90° .

Avendo applicato un solo sforzo normale in direzione x non sono presenti dei momenti che comporterebbero la comparsa delle curvature del laminato k . Quindi la deformazione presenta solo la componente costante ε^0 che non varia con l'orientamento dei vari laminati.

Dopo si mostrano le tensioni nei *layer* con orientamento a 0° :

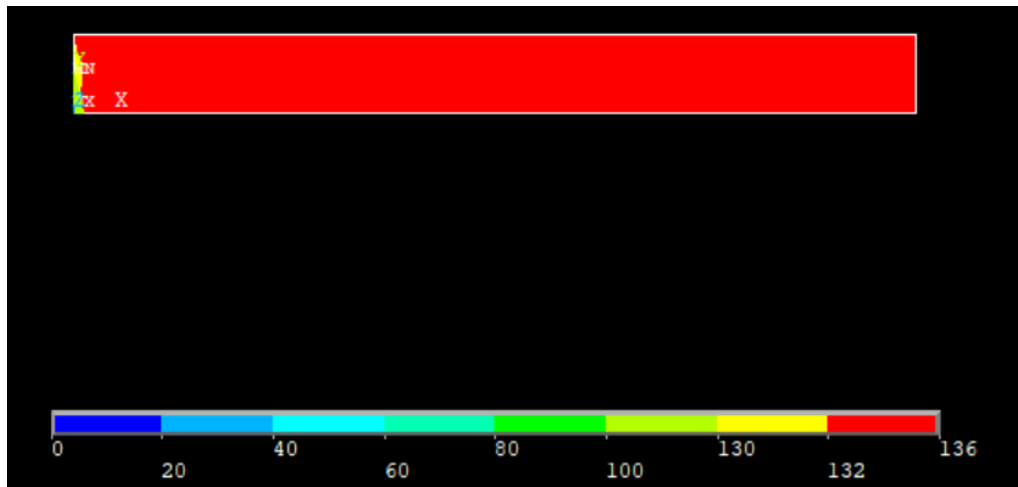


Figure 4.20: Tensioni del *layer* con orientamento a 0° .

E infine si mostrano le tensioni nei *layer* con orientamento a 90° :

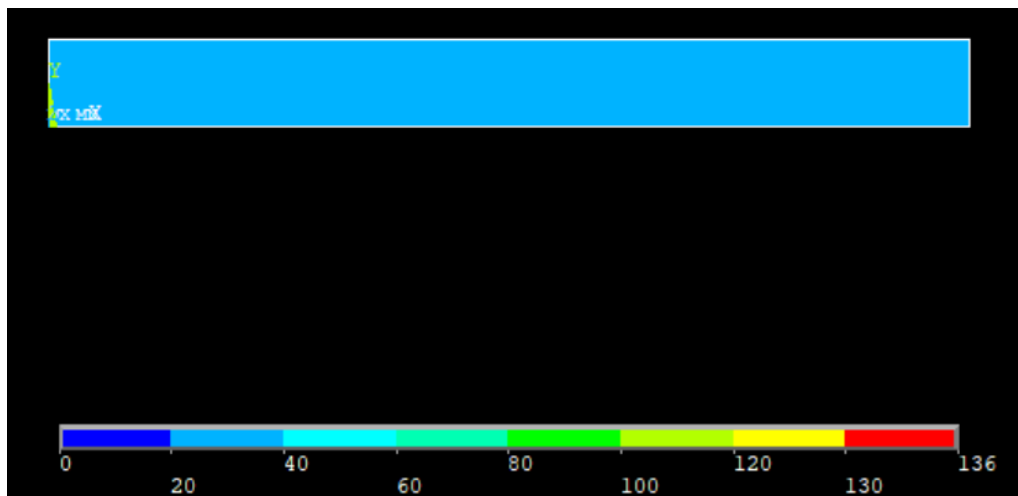


Figure 4.21: Tensioni del *layer* con orientamento a 90° .

Nel caso delle tensioni, dato che si ottengono con la l'equazione (4) che comprende la matrice di rigidità $\bar{E}$ che tiene conto dell'orientamento, ogni lamina con diverso angolo caratteristico presenta una diversa distribuzione degli sforzi.

4.2.2.3 Risultati orientamento [90° 0° 0° 90°]

Per le lamine aventi il medesimo orientamento, i risultati coincidono con quelli della configurazione precedente.

4.3 Confronto tra il modello analitico e il modello agli elementi finiti

Una volta ottenuti i risultati di entrambe le analisi si passa al confronto per validare il modello in ANSYS. Dato che i due modelli restituiscono i risultati in modo diverso, il primo con un unico valore rappresentativo per ogni lamina mentre il secondo con l'intera distribuzione dei valori di interesse, il confronto viene effettuato utilizzando il valore della zona centrale del provino. Infatti quel punto, essendo contemporaneamente lontano dai due lati, risente meno degli effetti provocati dai vincoli e dai carichi. È interessante controllare la somiglianza dei risultati in termini di errore prendendo come riferimento il risultato ottenuto in Matlab.

Si scrivono i valori delle tensioni e delle deformazioni nei due casi in una tabella:

Layer 90° Matlab	Layer 90° ANSYS	ERRORE
σ_x	σ_x	
19.67	21.113	7%

Layer 0° Matlab	Layer 0° ANSYS	ERRORE
σ_x	σ_x	
134.17	132.73	1%

Layer 90° Matlab	Layer 90° ANSYS	ERRORE
ϵ_x	ϵ_x	
0.003	0.0032	7%

Layer 0° Matlab	Layer 0° ANSYS	ERRORE
ϵ_x	ϵ_x	
0.003	0.00322	7%

Il confronto tra i risultati ottenuti mediante il modello analitico implementato in Matlab e quelli ricavati dall'analisi agli elementi finiti in ANSYS APDL ha evidenziato scostamenti percentuali compresi tra l'1% e il 7% per le tensioni e le deformazioni considerate. Per interpretare tali differenze, è utile fare riferimento a studi presenti in letteratura che confrontano i risultati FEM con quelli ottenuti mediante la teoria classica dei laminati. Tali scostamenti si ritengono del tutto accettati in letteratura come mostrato da Joun S. Kim [8].

5 Ottimizzazione in Workbench

Nel seguente capitolo vengono descritti nel dettaglio due metodi che si possono utilizzare per svolgere un'ottimizzazione in ambiente *Workbench* di ANSYS. Dato che un obiettivo di questo lavoro consiste nel capire come orientare ogni lamina del laminato in modo da rendere l'oggetto resistente a determinate sollecitazioni, l'ottimizzazione è stata inizialmente svolta concentrandosi sul parametro della rigidezza equivalente che è direttamente ricavabile dal programma. Nel caso della geometria rettangolare in realtà è stata minimizzata la deformazione perché, dato che la forza applicata è costante, massimizzare la resistenza equivale a minimizzare la deformazione, come indicato dall'equazione (4).

Prima di procedere con l'ottimizzazione vera e propria è stato necessario modificare il numero di *layer* rispetto alla geometria usata nel capitolo precedente, in modo da ottenere un laminato bilanciato e simmetrico che non è realizzabile con soli 4 strati. L'analisi del capitolo precedente ha infatti impiegato 4 *layer* simmetrici sufficienti solo per validare il modello in ANSYS. Tuttavia durante l'ottimizzazione è necessario introdurre anche il bilanciamento al fine di ridurre le variabili di *output* e di eliminare le combinazioni indesiderate. Quindi in questa parte di analisi si considera un laminato composto da 8 lamine che sono in relazione tra loro di simmetria e bilanciamento in modo da avere solo 2 variabili indipendenti, in questo caso due angoli, da cui dipendono tutti gli altri.

Esistendo diversi metodi di ottimizzazione e conoscendo a priori la soluzione di una geometria rettangolare sottoposta a trazione unidirezionale, che consiste nell'allineamento delle fibre con la direzione del carico, sono state svolte varie prove per testare direttamente l'efficacia di quei metodi.

5.1 Metodo NLPQL

Il *Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian* è un metodo di ottimizzazione locale che risolve problemi non lineari con vincoli. L'obiettivo è trovare il valore delle variabili che minimizzano una funzione obiettivo incognita rispettando i vincoli. Questo metodo necessita un punto iniziale da cui far partire la ricerca del minimo globale migliorando la soluzione nelle iterazioni successive. La funzione obiettivo viene approssimata ad ogni iterazione utilizzando lo sviluppo di Taylor al secondo ordine come:

$$f(x) = f(x_k) + \nabla f(x_k) * (x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k) * H(x - x_k) \quad (16)$$

dove $\nabla f(x_k)$, H e x_k rappresentano rispettivamente il gradiente, la matrice Hessiana della funzione e il punto corrente. Dato che la funzione non è nota, non lo sono nemmeno le sue derivate in forma analitica comportando l'approssimazione del gradiente con le differenze finite centrali e l'Hessiana con dei metodi chiamati di quasi Newton che usano B_k , un'approssimazione della Hessiana della funzione lagrangiana. Ad ogni iterazione il punto x_k viene aggiornato fino a che si raggiunge la convergenza.

Essendo un metodo locale dipende fortemente dal punto di partenza scelto che, se è lontano dalla soluzione, conduce alla caduta all'interno di ottimi locali non consentendo di trovare quello globale. Pertanto, se non si conosce la soluzione, non si ha la certezza che quella trovata da questo metodo sia effettivamente quella che si sta cercando.

5.2 Metodo *adaptive single objective*

L'*Adaptive single objective* è un metodo di ottimizzazione globale che minimizza una funzione vincolata mediante la combinazione di una parte iniziale esplorativa, che costruisce una superficie di risposta approssimata, e una parte di ottimizzazione vera e propria schematizzabili nelle seguenti fasi:

- OSF DOE: è la fase iniziale di esplorazione in cui si creano delle combinazioni delle *design variables* all'interno dei limiti imposti dentro il dominio. Per ogni combinazione si genera un dataset di angoli e si esegue l'analisi FEM per ottenere il rispettivo valore della funzione obiettivo. In questo caso quindi le *variables* sono gli angoli mentre la funzione obiettivo è la deformazione.
- *Kriging Response Surface*: è la fase in cui a partire dai dati precedenti si costruisce una funzione obiettivo approssimata sotto forma di una superficie che ha un certo andamento nel dominio.
- Ottimizzazione: fase in cui si minimizza la funzione appena trovata rispettando i vincoli per trovare le *design variables*. La soluzione appena trovata si inserisce nell'analisi FEM svolta precedentemente per calcolare il valore della funzione obiettivo con quegli angoli.
- L'ultima fase consiste nell'aggiungere quel valore ai dati disponibili per aggiornare la superficie/funzione obiettivo e nel ripetere tutte le fasi in maniera iterativa fino a raggiungere la convergenza.

5.3 Analisi e risultati delle ottimizzazioni

All'interno di ANSYS Workbench è possibile inserire lo script di ANSYS APDL per svolgere un'ottimizzazione. Gli angoli di interesse, che sono due perché il laminato è considerato simmetrico e bilanciato, vengono posti come dati di *input* e la deformazione come dato di *output* da minimizzare.

Table of Schematic B2: Optimization						
	A	B	C	D	E	F
1	Name	Parameter	Objective			
2			Type	Target	Tolerance	Type
3	Minimize P3	P3 - EPSILON_X	Minimize ▾	0		No Constraint ▾
*		Select a Parameter ▾				

Figure 5.1: Minimizzazione della deformazione in ANSYS Workbench.

Il primo metodo NLPQL necessita un punto di partenza e l'inserimento degli angoli da trovare in un certo range che in questo caso si espande da -90° a $+90^\circ$. Per quanto riguarda il punto di partenza sono state fatte più prove per capire la dipendenza della soluzione da tali punti:

- Prima prova: punto vicino alla soluzione ottima $[5^\circ; 5^\circ]$:

Table of Schematic B2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	Starting Value
3	P1 - A1	-90	90	5
4	P2 - A2	-90	90	5

Figure 5.2: Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova $[5^\circ; 5^\circ]$ in ANSYS Workbench

- Seconda prova: punto intermedio $[45^\circ; 45^\circ]$:

Table of Schematic B2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	Starting Value
3	P1 - A1	-90	90	45
4	P2 - A2	-90	90	45

Figure 5.3: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della seconda prova $[45^\circ; 45^\circ]$ in ANSYS Workbench.

- Terza prova: punto lontano 1 $[30^\circ; 60^\circ]$:

Table of Schematic B2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	Starting Value
3	P1 - A1	-90	90	30
4	P2 - A2	-90	90	60

Figure 5.4: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova $[30^\circ; 60^\circ]$ in ANSYS Workbench.

- Quarta prova: punto lontano 2 [90°; 90°]:

Table of Schematic B2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	Starting Value
3	P1 - A1	-90	90	90
4	P2 - A2	-90	90	90

Figure 5.5: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova [90°; 90°] in ANSYS Workbench.

Essendo solamente due le *design variables* l'analisi impiega qualche minuto per riportare la soluzione ottima.

Per la prima prova la soluzione trovata è quella che ci si aspetta:

Table of Schematic B2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - EPSILON_X	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3	●	Starting Point	5	5	✗✗✗ 0,0009615	0,00%
4	●	Candidate Point 1	-0,02151	-0,021344	✗✗✗ 0,00094515	-1,70%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 5.6: Soluzione metodo NLPQL nella prima prova.

Anche nel secondo caso la soluzione è quella attesa:

Table of Schematic B2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - EPSILON_X	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3	●	Starting Point	45	45	✗✗✗ 0,0046371	0,00%
4	●	Candidate Point 1	-0,32987	-0,36769	★★ 0,00094523	-79,62%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 5.7: Soluzione metodo NLPQL nella seconda prova.

Nel terzo caso la soluzione non coincide con quella attesa:

Table of Schematic B2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - EPSILON_X	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Starting Point	30	60	0,0028302	0,00%
4		Candidate Point 1	-0,12964	90	0,0016112	-43,07%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 5.8: : Soluzione metodo NLPQL nella terza prova.

Anche nell'ultimo caso la soluzione è diversa:

Table of Schematic B2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - EPSILON_X	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Starting Point	90	90	0,0057983	0,00%
4		Candidate Point 1	90	90	0,0057983	0,00%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 5.9: Soluzione metodo NLPQL quarta prova.

Le analisi mostrano che la soluzione dipende fortemente dal punto iniziale che, se non è abbastanza vicino al minimo globale, non permette di trovare la soluzione desiderata cadendo in un minimo locale.

L'altro metodo, l'*adaptive single objective* (ASO), invece non necessita di un punto di partenza perché si basa su una fase iniziale di esplorazione del dominio delle *design variables* tramite una DOE. Qui si generano diverse combinazioni degli angoli di orientamento e per ognuna si calcola la deformazione ottenuta che rappresenta la funzione obiettivo tramite il metodo FEM. Dall'immagine sottostante è possibile vedere il funzionamento della DOE:

Table of Schematic B2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Name ▼	P1 - A1 ▼	P2 - A2 ▼	P3 - EPSILON_X ▼
2	1	-33,626	3,9529E-14	0,0013485
3	2	69,231	25,714	0,0023449
4	3	-25,714	-19,78	0,0014591
5	4	-17,802	-41,538	0,0018596
6	5	-3,956	13,846	0,0010161
7	6	29,67	23,736	0,0017514
8	7	21,758	-49,451	0,0021955
9	8	3,9529E-14	49,451	0,0015966
10	9	85,055	-51,429	0,0047296
11	10	-67,253	-5,9341	0,0016662
12	11	35,604	61,319	0,0034463
13	12	-71,209	-53,407	0,0053806
14	13	-31,648	37,582	0,0026929
15	14	61,319	-17,802	0,001977
16	15	-77,143	-31,648	0,0026944
17	16	45,495	-85,055	0,0040426
18	17	-53,407	-43,516	0,0048012
19	18	-9,8901	-75,165	0,0017061
20	19	7,9121	83,077	0,0016638
21	20	33,626	-29,67	0,0022943
22	21	-65,275	15,824	0,0018851
23	22	81,099	-73,187	0,0059012

Figure 5.10: Esplorazione iniziale del metodo ASO.

Una volta che viene creato un *dataset* iniziale molto ampio (la cui grandezza è stabilita da alcuni parametri di impostazione del problema) si può costruire la superficie di approssimazione della funzione obiettivo su cui il metodo si concentra per individuare le regioni più promettenti restringendo la ricerca in tali zone. Si può vedere come le *design variables* vengono progressivamente ristrette in un range più piccolo per restringere la ricerca dell'ottimo evitando di analizzare tutte le zone. Le figure successive mostrano proprio il progressivo restringimento durante le iterazioni del metodo:

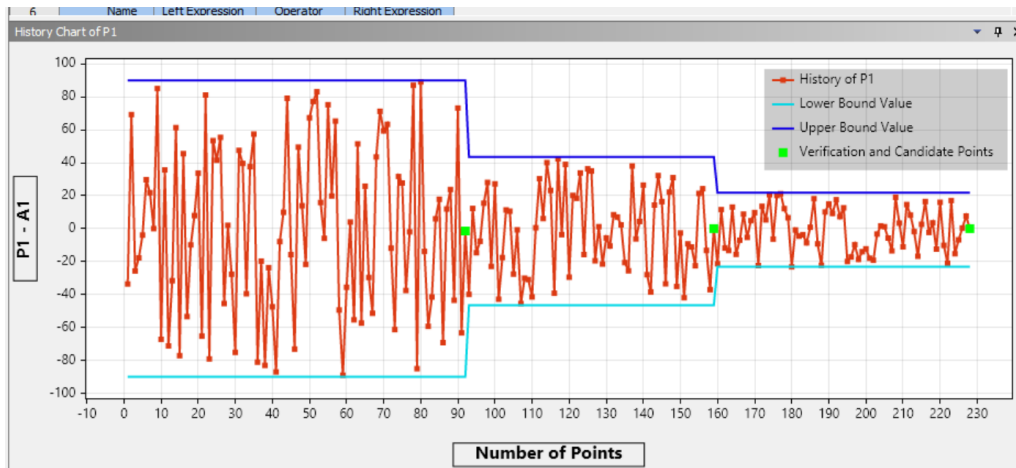


Figure 5.11: Andamento dell'angolo ottimo 1.

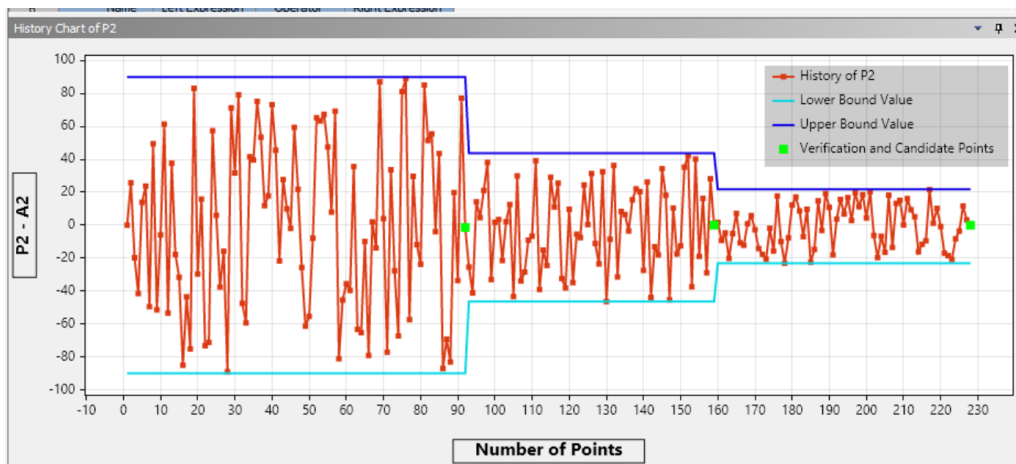


Figure 5.12: Andamento dell'angolo ottimo 2.

In questo caso l'algoritmo, funzionando diversamente, impiega più tempo per terminare, circa 45 minuti. La soluzione trovata è quella attesa dimostrando che il metodo ASO è in grado di individuare la soluzione ottimale per questo tipo di problema.

Table of Schematic B2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - EPSILON_X	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3	●	Candidate Point 1	-0,0034283	0,0038139	★★ 0,00094515	0,00%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 5.13: Soluzione metodo ASO.

I due metodi sono stati applicati allo stesso problema di una geometria rettangolare sottoposta a trazione unidirezionale con l'obiettivo di valutarne l'efficacia e il comportamento. Il problema è stato scelto proprio perché si conosce a priori la soluzione rendendo il confronto più immediato.

Nel problema considerato il metodo NLPQL non mostra un comportamento soddisfacente in quanto risulta molto dipendente dal punto iniziale. Non riesce a calcolare sempre la soluzione ottima partendo da diverse configurazioni iniziali rendendo il metodo di scarso interesse perché la soluzione del problema affrontato nella tesi è completamente ignota.

Il metodo ASO invece mostra la sua capacità di esplorare efficientemente il dominio delle configurazioni individuando la soluzione attesa, anche se i tempi di risposta sono più lunghi rispetto a quelli del metodo precedente.

Si può pensare quindi di utilizzare il secondo metodo nelle analisi successive più complesse perché permette di trovare la soluzione senza dover conoscere una soluzione iniziale.

6 Geometria romboidale

Nel seguente capitolo si passa all'analisi di una geometria studiata per aumentare la complessità. Inizialmente si era pensato di utilizzare una geometria a forma di lettera L, approssimabile ad una protesi stilizzata, ma data la fragilità elevata si è pensato di irrigidirla rendendola simmetrica rispetto all'asse di trazione, cioè l'asse y, ottenendo una geometria simile ad un romboide cavo opportunamente raccordato.

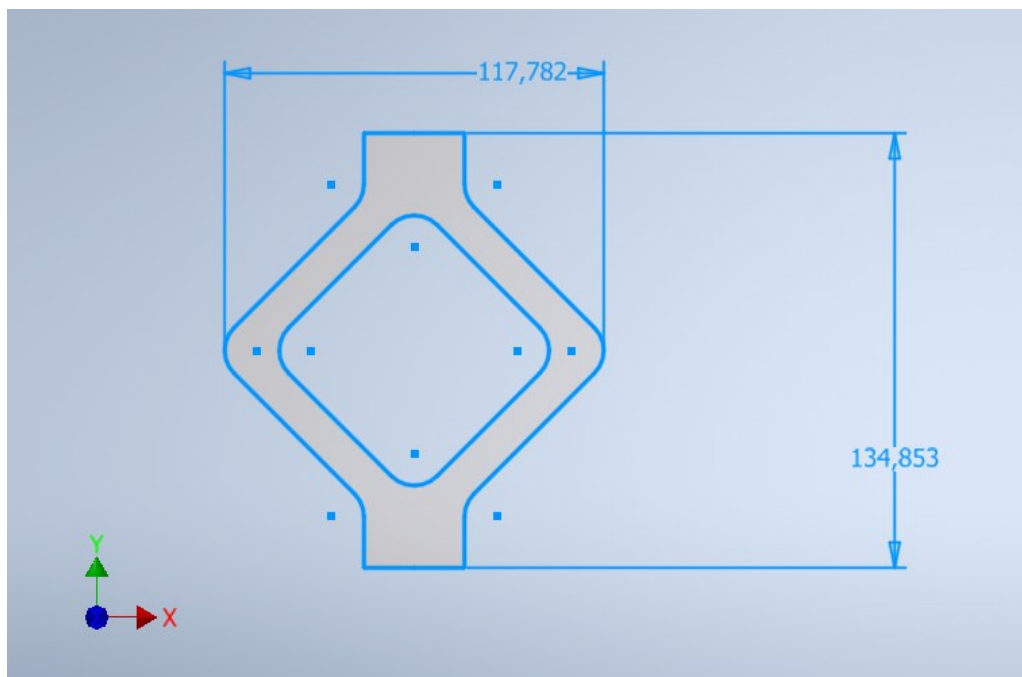


Figure 6.1: Geometria romboidale cava con dimensioni in mm realizzata su Autodesk Inventor.

Il componente a cui si fa riferimento è quindi un romboide cavo con larghezza totale di 117,782 mm e lunghezza di 134,853 mm composto da 18 *layer* spessi 0.125 mm e orientati con angoli prestabiliti dall'ottimizzazione. I cinque strati esterni su ciascuna delle due facce sono realizzati in Onyx mentre i rimanenti 8 interni sono realizzati in fibre di carbonio.

Su questa geometria è stato applicato un carico unidirezionale in direzione y ed è stata svolta l'analisi agli elementi finiti tramite il programma ANSYS APDL per ottenere la mappa delle tensioni e delle deformazioni dell'intero

componente. Una volta definito il modello numerico e verificato il suo funzionamento, si è svolta l'analisi di ottimizzazione per cercare la combinazione di angoli che massimizzasse in un caso la rigidezza e in un altro la resistenza. Nel primo caso l'analisi coincide con quella svolta nel capitolo 5, nel secondo caso invece si è sfruttata la teoria di Tsai-Hill che verrà successivamente approfondita nel sottocapitolo dedicato.

Una volta trovata la configurazione ottima, il componente è stato stampato con gli angoli ottenuti dall'analisi di ottimizzazione. In parallelo, il modello numerico è stato aggiornato introducendo la stessa sequenza di angoli per consentire il confronto. Infatti per entrambi si ottiene una curva forza-spostamento da confrontare per valutare la capacità del modello di rappresentare il comportamento meccanico del componente.

6.1 Modello in ANSYS APDL

Il laminato viene modellato con gli stessi elementi della geometria rettangolare assegnando ad ogni *layer* le caratteristiche elastiche del materiale, lo spessore e l'orientamento. Quest'ultimo viene ricavato tramite l'analisi di ottimizzazione fatta successivamente. La geometria viene caricata lungo la direzione y applicando uno spostamento di 2 mm sull'area superiore e un vincolo sull'area inferiore. Dato che le analisi numeriche svolte su ANSYS verranno confrontate con prove sperimentali di laboratorio per verificarne la correttezza, le aree su cui si applicano i vincoli e i carichi corrispondono alle zone interessate dagli afferraggi della macchina per prova di trazione (visualizzabile in figura 6.36). In questo modo si vuole riprodurre nel modo più fedele possibile le condizioni della prova sperimentale. La forza risultante che si sviluppa in quelle zone divisa per lo spostamento applicato consente di ricavare la rigidezza equivalente ottenendo un risultato confrontabile con quello sperimentale. L'estensione delle aree in questione è stata definita sulle prove in laboratorio e misura 12 mm di lunghezza estendendosi per l'intera larghezza della geometria come mostrato in figura 6.2 che indica in azzurro l'area di applicazione del carico e in giallo l'area di

applicazione del vincolo. Nelle figure sottostanti invece si riportano lo spostamento applicato sull'intero componente e la deformazione che si ottiene applicando una trazione lungo l'asse y.

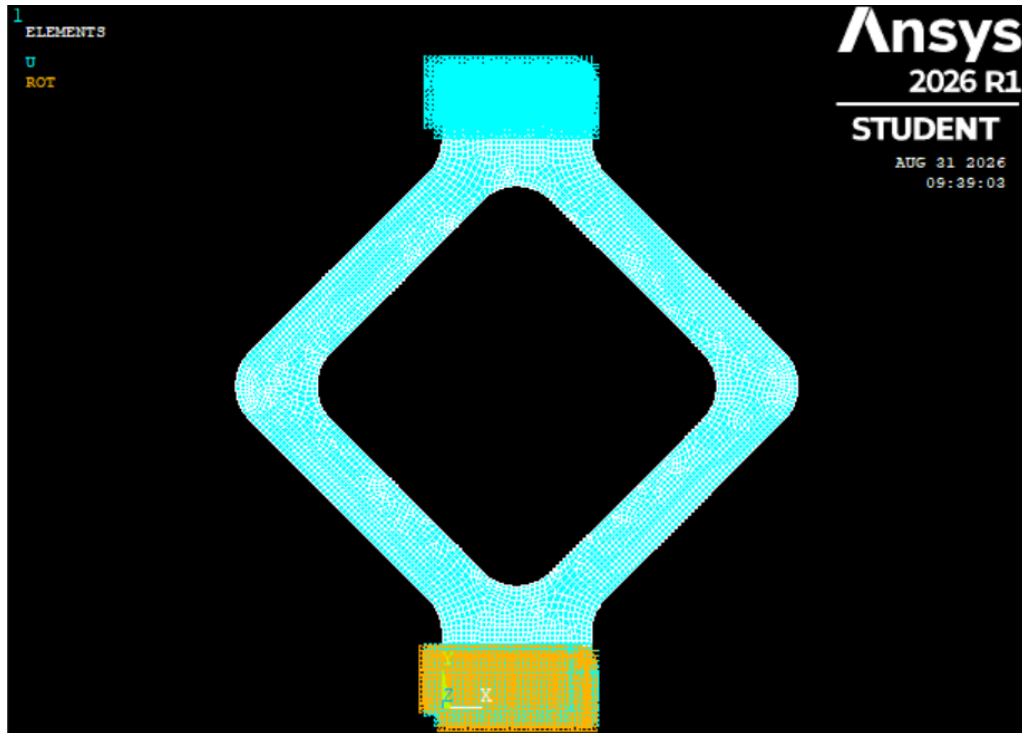


Figure 6.2: Vincoli e carichi applicati alla geometria.



Figure 6.3: Plot dello spostamento in direzione y della geometria.

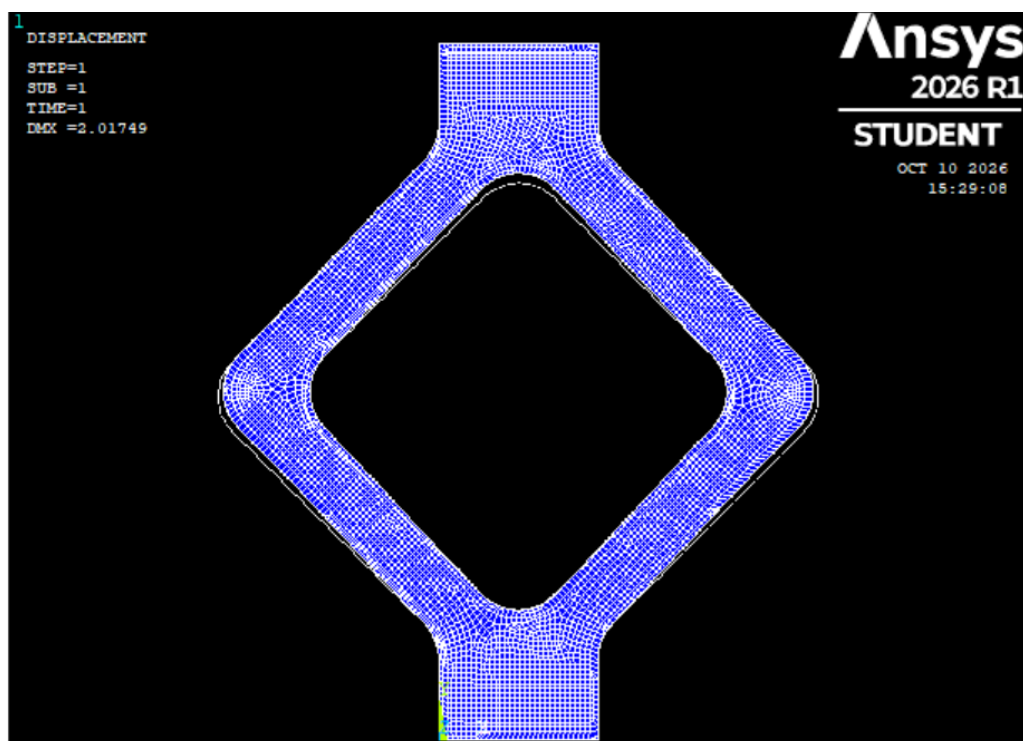


Figure 6.4: Grafico della deformata rispetto alla geometria non deformata.

Dall'interfaccia grafica di ANSYS APDL è anche possibile vedere l'orientamento di ogni elemento per esempio quando gli angoli sono tutti a 0° o 90° :

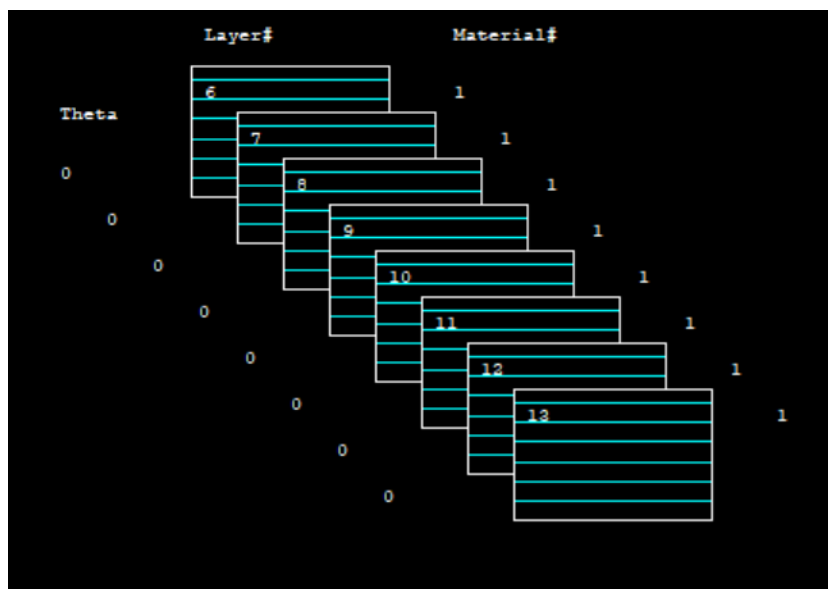


Figure 6.5: Layer orientati a 0° .

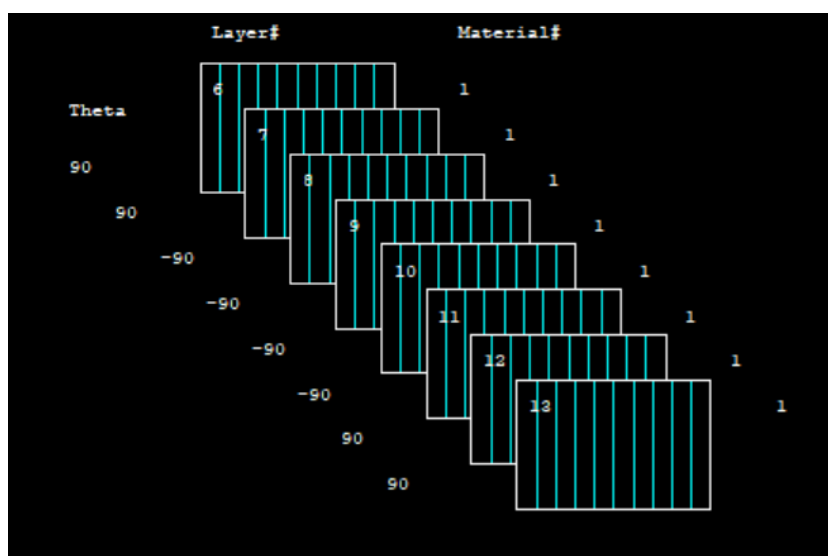


Figure 6.6: Layer orientati a 90° .

6.1.1 Studio della convergenza

Prima di procedere con l'analisi su ANSYS è stato svolto uno studio di convergenza della *mesh*, sia perché non si può assumere che quella validata per la geometria precedente valga anche in questo caso, sia perché, per svolgere una verifica di resistenza applicando Tsai-Hill, è necessario lavorare sulle tensioni che variano più velocemente degli spostamenti richiedendo una verifica più approfondita.

L'analisi è stata eseguita anche in questo caso considerando diversi valori dell'*element size* (ESIZE) da 3 a 0.19, effettuando direttamente un'analisi con valori di ESIZE più piccoli. Per ogni valore di ESIZE sono state estratte, in corrispondenza dei punti evidenziati nella figura sottostante: le tensioni, il numero degli elementi totali della *mesh*, il numero dei gradi di libertà (DOF) e il *solution time*. I punti individuabili dalle croci rosse sono stati scelti in base alla loro posizione strategica lontana dalle zone di vincolo e carico in modo da non essere influenzati da queste ultime garantendo la convergenza. La geometria del romboide cavo sottostante inoltre è stata modificata aggiungendo delle linee utilizzate esclusivamente per questo studio della convergenza in modo da definire i punti di interesse come *keypoint* che mantengono la propria posizione invariata al variare della *mesh*.

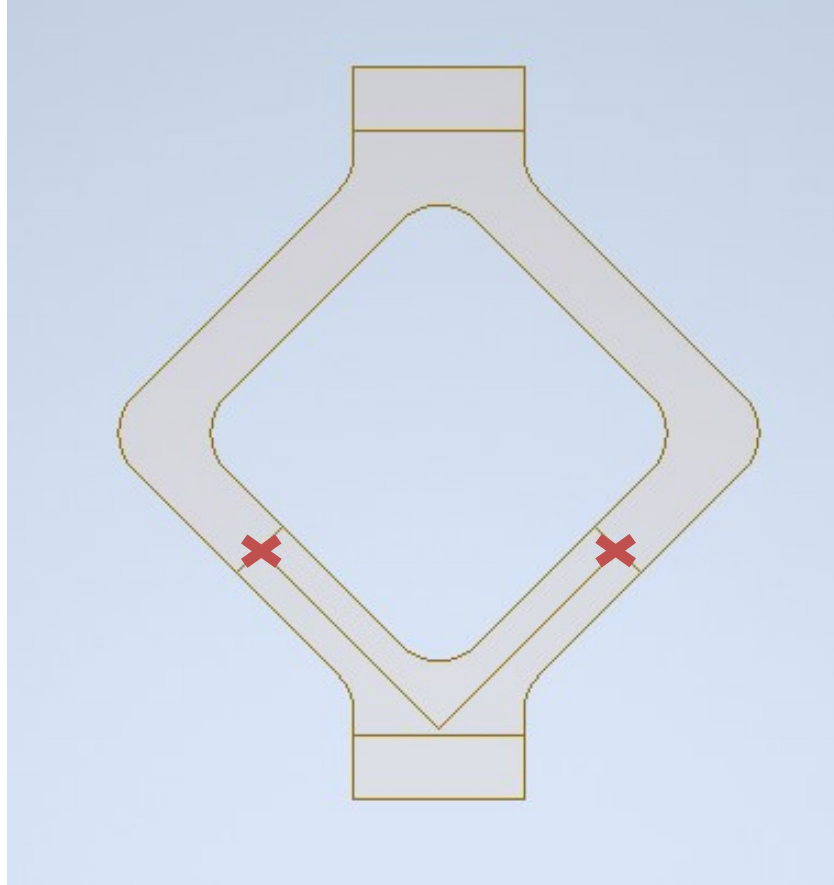


Figure 6.7: Geometria con punti di riferimento.

La convergenza viene valutata anche in questo caso tramite il grafico dell'errore relativo. Sull'asse delle ordinate si riporta la variazione della tensione in direzione y , valutata in un punto fissato, mentre sull'asse delle ascisse si riporta il numero dei DOF che aumenta infittendo la *mesh*. L'errore è calcolato come la differenza tra la tensione ottenuta con l'ESIZE considerato e il valore di riferimento che corrisponde alla tensione dello stesso punto calcolata usando la *mesh* più fitta:

$$errore = \frac{|\sigma_{y,i} - \sigma_{y,rif}|}{|\sigma_{y,rif}|} \quad (17)$$

Dove $\sigma_{y,i}$ rappresenta la tensione in direzione y ottenuta con l'ESIZE considerato e $\sigma_{y,rif}$ il valore della stessa calcolato con la *mesh* più fitta considerata nello studio.

Plottando l'errore relativo in funzione dei gradi di libertà si può vedere il raggiungimento della convergenza se all'aumentare dei DOF l'errore diminuisce fino a stabilizzarsi. Questo indica che, anche se si infittisce ulteriormente la *mesh*, la soluzione non cambia in modo significativo.

I grafici del nodo a destra sono i seguenti:

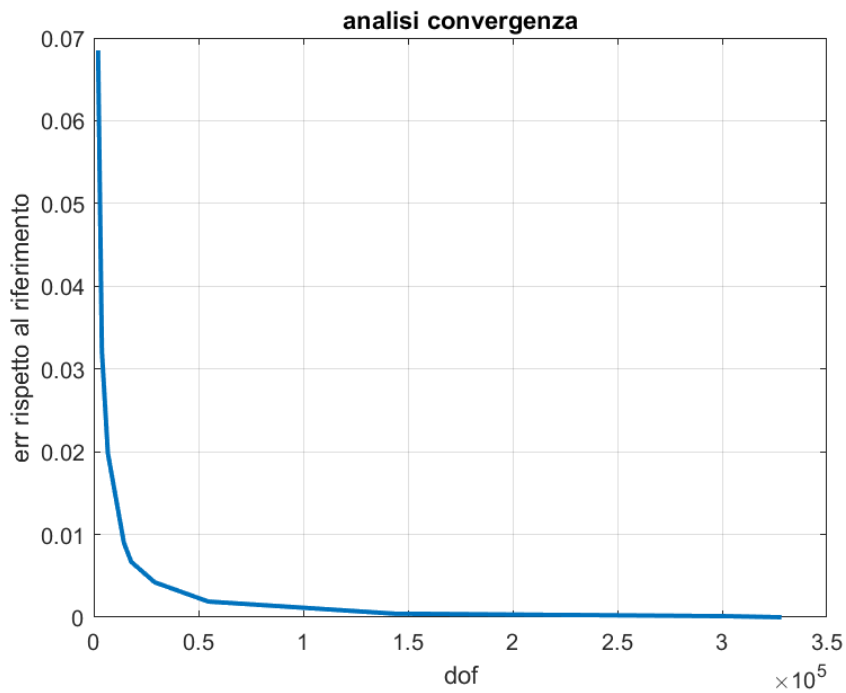


Figure 6.8: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo a destra.

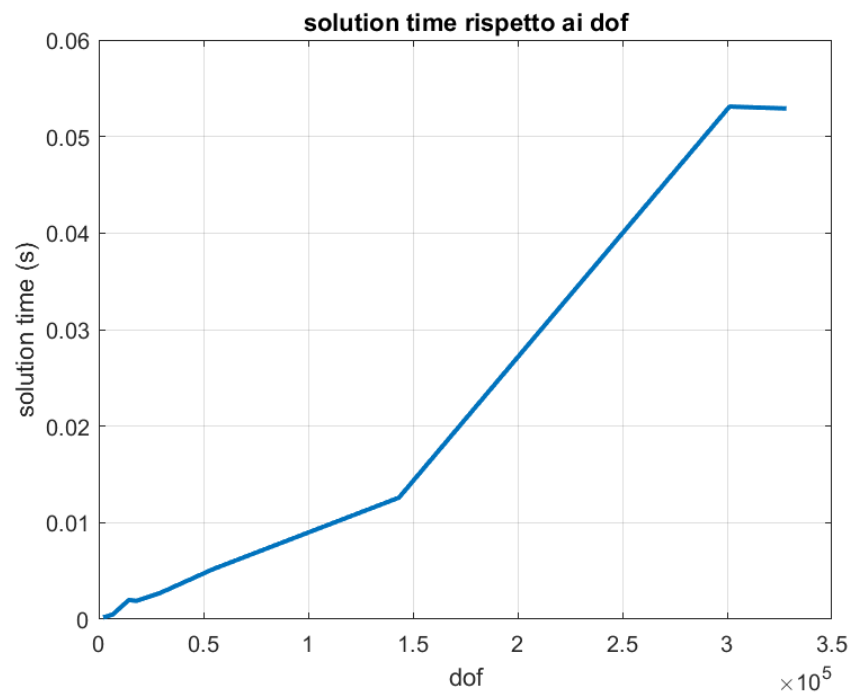


Figure 6.9: Solution time del nodo a destra.

I grafici del nodo a sinistra sono i seguenti:

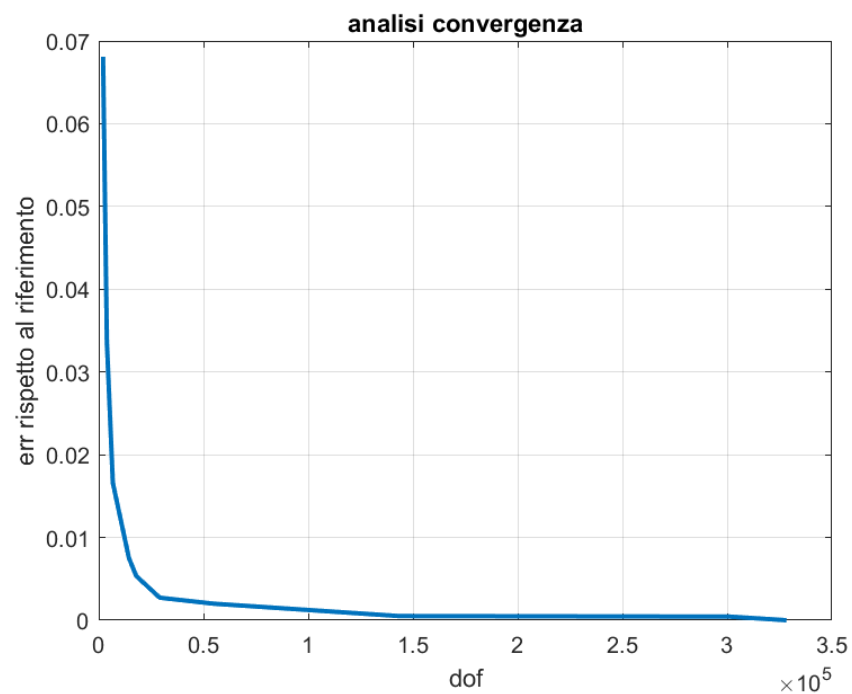


Figure 6.10: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo a sinistra.

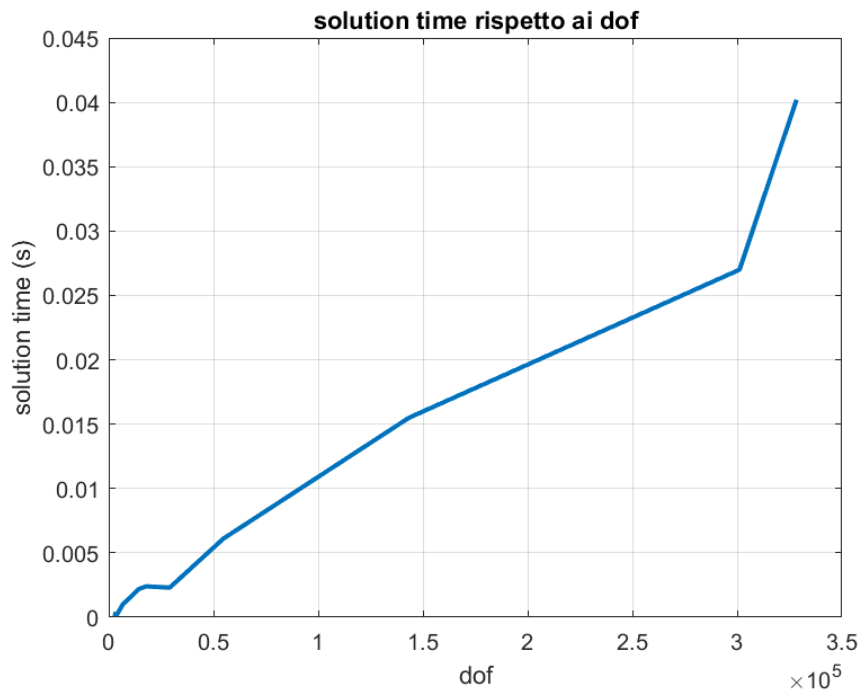


Figure 6.11: Solution time del nodo a sinistra.

Si vede dai grafici che a partire da 150000 gradi di libertà la convergenza viene raggiunta con un tempo di risoluzione accettabile. Per questo motivo si può scegliere il valore di ESIZE a cui corrispondono almeno 150000 DOF che coincide con 0.3. Tutte le analisi successive quindi sono state svolte ponendo l'ESIZE=0.3 ottenendo una mesh che si può vedere in figura Figure 6.12.

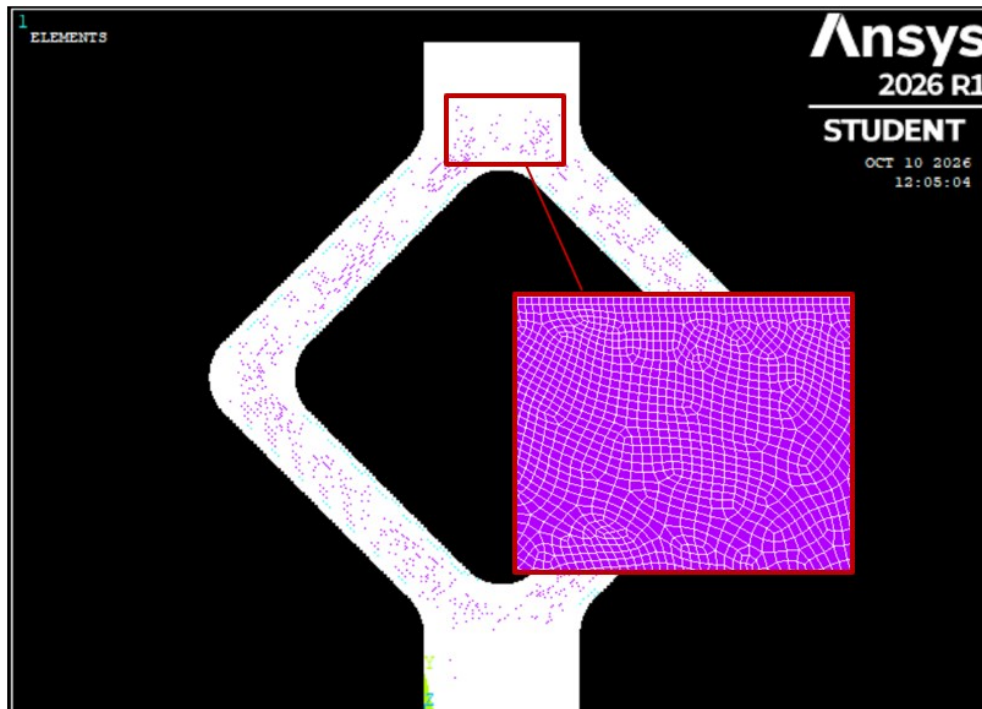


Figure 6.12: Mesh finale con ESIZE 0.3.

6.2 Analisi e risultati dell'ottimizzazione

Una volta creato il modello e scelta la discretizzazione della *mesh*, è possibile spostarsi in ambiente ANSYS Workbench per svolgere le analisi di ottimizzazione volte a trovare la combinazione di angoli che massimizza la rigidità o la resistenza. Il metodo scelto nel capitolo 5 in termini di efficienza e costo computazionale è l'*Adaptive Single Objective* (ASO) che richiede come *input* il range entro cui ricercare il valore degli angoli incogniti e restituisce come *output* il valore della rigidità equivalente.

6.2.1 Massimizzazione della rigidità

L'obiettivo di questa ottimizzazione è ricavare la combinazione degli angoli che riesca a massimizzare la rigidità equivalente del laminato ricavabile dal

programma tramite rapporto tra la somma delle reazioni vincolari dell'area vincolata e lo spostamento applicato di 2 mm.

All'interno di ANSYS Workbench si inserisce lo script di ANSYS APDL utilizzato precedentemente per svolgere un'ottimizzazione. Anche in questo caso gli angoli di interesse sono due perché il materiale è considerato simmetrico e bilanciato e vengono posti come dati di *input* e la rigidezza equivalente come dato di *output* da massimizzare.

Table of Schematic C2: Optimization						
	A	B	C	D	E	F
1	Name	Parameter	Objective			Type
2			Type	Target	Tolerance	
3	Maximize P4	P4 - RIGIDEZZA	Maximize	0		No Constraint
*		Select a Parameter				

Figure 6.13: Massimizzazione della rigidezza equivalente in ANSYS Workbench.

Table of Schematic C2: Optimization				
	A	B	C	D
1	Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	
3	P1 - A1	-90	90	
4	P2 - A2	-90	90	
5	Parameter Relationships			
6	Name	Left Expression	Operator	Right Expression

Figure 6.14: Range degli angoli.

L'analisi è stata ripetuta modificando progressivamente le impostazioni dell'algoritmo di ottimizzazione, in particolare il *Number of initial samples* e il *Maximum number of evaluation* per valutare la stabilità della soluzione, aumentando progressivamente il numero di campioni iniziali e di valutazioni. In particolare sono state svolte 3 prove caratterizzate da un numero maggiore di campioni iniziali e di valutazioni complessive implementando una ricerca sempre più fitta nello spazio delle soluzioni:

Optimization	
Method Selection	Manual
Method Name	Adaptive Single-Objective
Estimated Number of Design Points	33
Tolerance Settings	☒
Number of Initial Samples	8
Maximum Number of Evaluations	33
Convergence Tolerance	1E-06
Maximum Number of Candidates	1

Figure 6.15: Primo set di parametri.

Optimization	
Method Selection	Manual
Method Name	Adaptive Single-Objective
Estimated Number of Design Points	260
Tolerance Settings	☒
Number of Initial Samples	91
Maximum Number of Evaluations	260
Convergence Tolerance	1E-06
Maximum Number of Candidates	1

Figure 6.16: Secondo set di parametri.

Optimization	
Method Selection	Manual
Method Name	Adaptive Single-Objective
Estimated Number of Design Points	400
Tolerance Settings	☒
Number of Initial Samples	100
Maximum Number of Evaluations	400
Convergence Tolerance	1E-06
Maximum Number of Candidates	5

Figure 6.17: Terzo set di parametri.

6.2.1.1 Risultati dell'ottimizzazione

L'analisi permette di trovare le combinazioni degli angoli che massimizzano la rigidezza equivalente impiegando un tempo che varia da un minimo di circa 40 minuti nelle analisi meno fitte fino a 2/3 ore per quanto riguarda quelle più fitte. Confrontando i risultati delle 3 analisi si può vedere che, già dalle prime, i valori ottimi degli angoli si collocano in intervalli molto simili, che variano in modulo per il primo angolo tra 40° e 43° e per il secondo tra 71° e 73° : l'aumento dei parametri delle impostazioni permette di approfondire la ricerca senza modificarne i valori in modo significativo.

L'analisi caratterizzata dal numero minore di campioni e valutazioni ha individuato una configurazione leggermente diversa da quelle delle analisi successive che invece sono rimaste più simili tra di loro. Nella figura Figure 6.18 si può vedere la configurazione trovata in questo caso con la rispettiva rigidezza equivalente:

Table of Schematic E2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1	-72,747	51,821	★★★ 332,21	0,00%
*						

Figure 6.18: Soluzione metodo ASO con primo set di parametri.

Nelle altre due analisi invece, i risultati sono più simili tra loro in termini di modulo, come si può vedere dalle immagini 6.19 e 6.20 in cui vengono riportati questi valori:

Table of Schematic F2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1	-44,612	-70,803	★★★ 335,57	0,11%
4		Candidate Point 2	43,753	-70,312	★★★ 335,57	0,11%
5		Candidate Point 3	-72,106	-43,5	★★★ 335,51	0,09%
6		Candidate Point 4	41,034	71,997	★★★ 335,2	0,00%

Figure 6.19: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.

Table of Schematic J2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1	-43,661	70,964	★★★ 335,6	0,00%
4		Candidate Point 2	43,274	70,791	★★★ 335,59	0,00%
5		Candidate Point 3	-42,857	-71,815	★★★ 335,52	-0,02%

Figure 6.20: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.

È anche importante osservare che gli angoli ottenuti dall'ottimizzazione devono essere interpretati considerando i vincoli di simmetria e bilanciamento imposti in precedenza. Queste caratteristiche, in particolare la seconda, fanno in modo

che gli angoli indipendenti siano sempre accompagnati dai rispettivi angoli di segno opposto in un'altra parte del laminato. Quindi, se anche si trovano soluzioni simili in modulo ma con segno opposto, la configurazione finale presenta lo stesso numero di angoli con segno negativo e positivo. Nel caso analizzato, dato che le configurazioni ottenute con queste variazioni di segno presentano rigidezze equivalenti molto simili, possono essere considerate soluzioni simili ai fini di un'analisi di ottimizzazione.

Gli angoli indipendenti che sono stati scelti per la configurazione ottimale sono 41° e -73° . Questa scelta era stata fatta in una precedente fase dell'analisi in cui l'applicazione di vincoli e carichi era imposta sulle linee della geometria e non ancora sulle aree:

Table of Schematic C2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1	41,364	-73,698	319,55	0,00%
*		New Custom Candidate Point	0	0		

Figure 6.21: Soluzione metodo ASO quando i vincoli e i carichi erano applicati a delle linee.

Successivamente l'ottimizzazione è stata ripetuta applicando i vincoli e carichi direttamente a delle aree portando ad un aumento complessivo della rigidezza equivalente ma mantenendo sostanzialmente invariati i valori assoluti degli angoli ottimali. Pertanto si è deciso di mantenere la scelta fatta precedentemente della configurazione del composito finale come: $[41^\circ; -73^\circ; -41^\circ; 73^\circ; 73^\circ; -41^\circ; -73^\circ; 41^\circ]$. Questa configurazione sarà poi realizzata in stampa 3D per svolgere delle analisi sperimentali in laboratorio e impiegata nell'analisi numerica.

Dall'interfaccia grafica di ANSYS APDL è possibile visualizzare l'orientamento degli strati nella configurazione individuata, come mostrato in figura Figure 6.22:

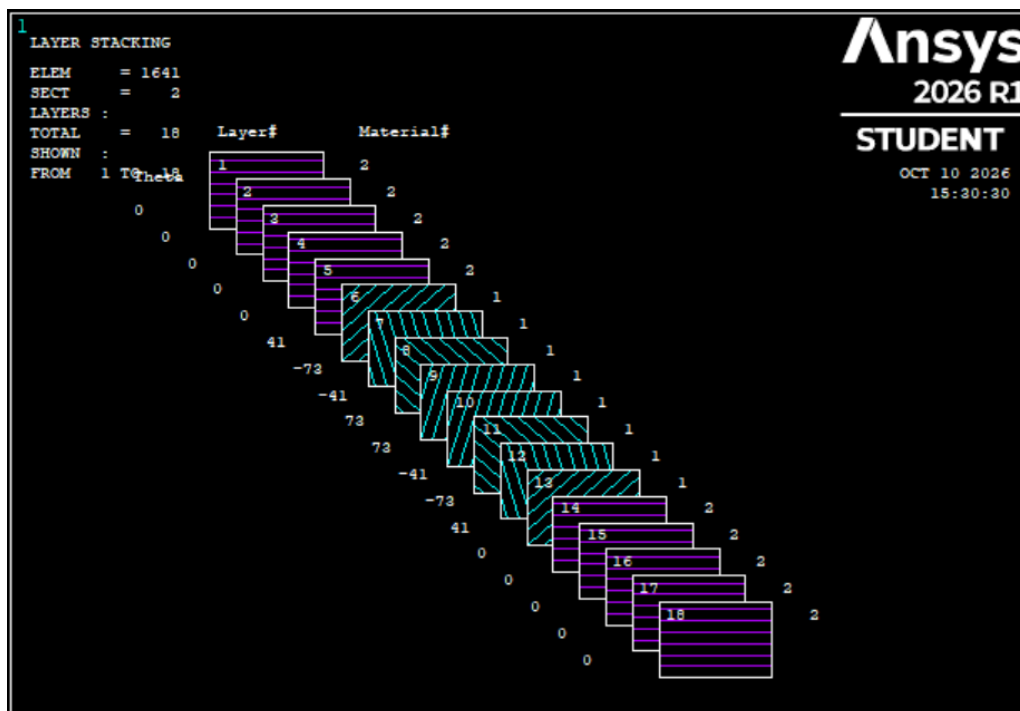


Figure 6.22: Orientamento di tutti gli strati.

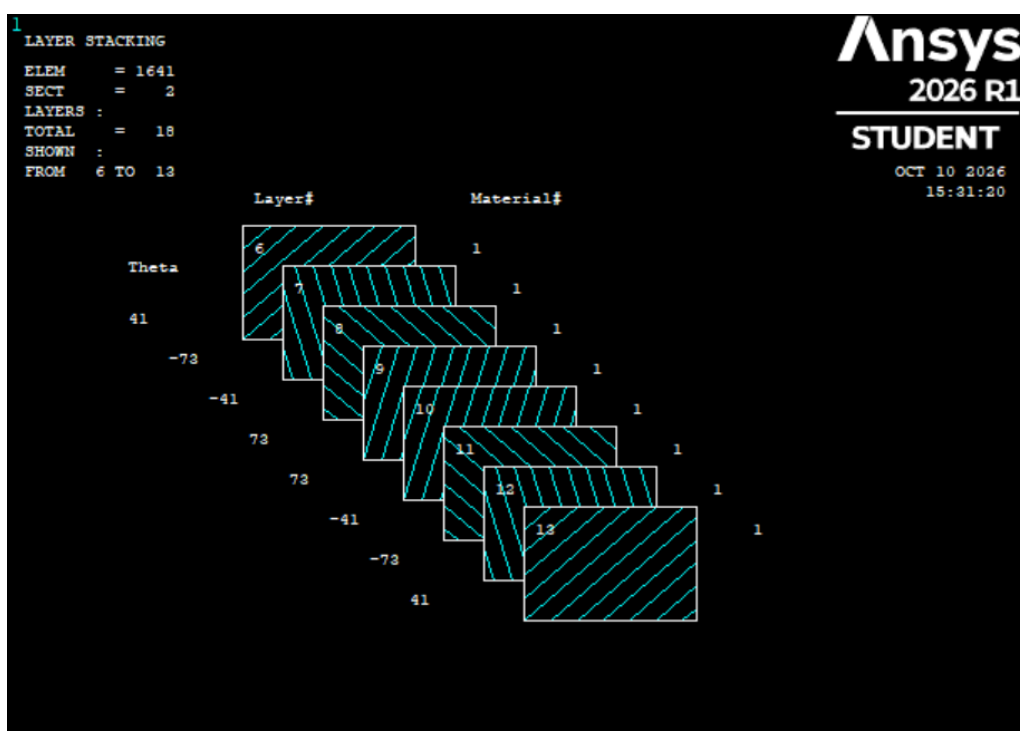


Figure 6.23: Orientamento degli strati in fibra di carbonio.

I valori di rigidezza presenti nelle immagini precedenti fanno riferimento al modello numerico che non tiene ancora conto della corretta percentuale di fibra. Come si vede successivamente nel capitolo 6.3 tenendo conto della giusta quantità di carbonio i valori che nelle immagini ricadono intorno a 335 N/mm si abbassano fino ad arrivare a 204 N/mm.

6.2.2 Massimizzazione della resistenza

Un altro parametro considerato nell'ottimizzazione è la resistenza della struttura che può essere valutata tramite il criterio di resistenza di Tsai-Hill descritto nel sottocapitolo successivo.

Utilizzando lo stesso algoritmo di ottimizzazione precedentemente adottato, i parametri in *input* non cambiano e vengono considerati all'interno dello stesso range osservabile nell'immagine Figure 6.14. Il parametro di *output* utilizzato in questo caso invece è il *failure index* FI che viene minimizzato perché una sua diminuzione corrisponde ad una maggiore distanza dalla condizione di rottura comportando indirettamente una massimizzazione della resistenza:

Table of Schematic E2: Optimization						
	A	B	C	D	E	F
1	Name	Parameter	Objective			
2			Type	Target	Tolerance	Type
3	Minimize P3	P3 - FI_OUT	Minimize ▾	0		No Constraint ▾
*		Select a Parameter ▾				

Figure 6.24: Massimizzazione della resistenza equivalente in ANSYS Workbench.

Anche in questo caso l'analisi è stata ripetuta modificando progressivamente le impostazioni dell'algoritmo di ottimizzazione sfruttando quelle precedentemente imposte come si vede dalle figure Figure 6.16 e Figure 6.17. Il primo set di parametri non è stato impiegato in quanto nell'ottimizzazione precedente è risultato troppo poco fitto.

6.2.2.1 Criterio di Tsai-Hill

Per valutare la resistenza di un elemento si può trovare il suo campo tensionale massimo ammissibile tramite un opportuno criterio di resistenza per poi confrontarlo con il campo tensionale presente. L'obiettivo del criterio è quello di trovare le condizioni per cui il materiale raggiunge il proprio limite di resistenza, che, nel caso di un materiale elastico-lineare, corrisponde alla rottura, nel caso di un materiale duttile allo snervamento [1]. Parlando di materiali compositi questo avviene per:

- rottura delle fibre;
- separazione fibra-matrice;
- microfrattura della matrice;
- separazione delle lamine.

Il criterio di rottura considerato in questo lavoro di tesi è quello di Tsai-Hill o del massimo lavoro. Questo criterio afferma che la rottura della lamina avviene quando viene violata la seguente disuguaglianza valida per uno stato piano di tensione:

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{L,R}}\right)\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{T,R}}\right) + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LT,R}}\right)^2 < 1 \quad (18)$$

Questo significa che quando la somma delle componenti a sinistra della (18), comunemente indicata come *failure index* FI, è inferiore a 1, la lamina rispetta il criterio e si trova in condizioni di sicurezza, altrimenti si ottiene la condizione di rottura. Il FI viene calcolato considerando lo stato tensionale del singolo nodo o elemento espresso nel sistema di riferimento locale della lamina, cioè nelle direzioni longitudinali, trasversali e di taglio rispetto a quello massimo ammissibile, cioè $\sigma_{L,R}$, $\sigma_{T,R}$ e $\tau_{LT,R}$, in cui valori sono stati recuperati dal lavoro di tesi [2]:

Resistenza	Valore
$\sigma_{L,R}$	544 MPa

$\sigma_{T,R}$	27 MPa
$\tau_{LT,R}$	17 MPa

Table 8: Resistenze massime per lamina rinforzata con carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].

Questo indice è stato poi utilizzato per valutare lo stato di resistenza della lamina nei diversi punti del modello per predire le zone maggiormente soggette al raggiungimento della condizione di rottura.

In ANSYS APDL è stato calcolato il FI per ogni elemento per ogni *layer* della geometria precedente e si è individuato quello maggiore tra tutti gli elementi di tutti i *layer*. Nell'ottimizzazione è proprio quel valore ad essere stato minimizzato perché la sua diminuzione comporta l'aumento del regime di sicurezza rispetto alla condizione di rottura.

6.2.2.2 Risultati dell'ottimizzazione

Anche in questo caso si possono vedere i risultati delle ottimizzazioni ottenuti con i due set di parametri che conducono ad una soluzione simile.

Table of Schematic G2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	F	G
1	Reference	Name	P4 - A1	P5 - A2	P6 - FI_OUT	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3	○	Candidate Point 5	45,354	-70,512	✗ 8,1144	5,91%
4	○	Candidate Point 4	-70,755	45,513	✗ 8,1013	5,74%
5	○	Candidate Point 3	-47,473	73,187	✗ 8,092	5,62%
6	○	Candidate Point 2	-57,363	-65,275	✗ 7,8346	2,26%
7	●	Candidate Point 1	59,675	-61,545	✗ 7,6617	0,00%

Figure 6.25: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.

Table of Schematic I2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	F	G
1	Reference	Name	P4 - A1	P5 - A2	P6 - FI_OUT	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3	☐	Candidate Point 5	63,9	63,9	✗ 8,2544	8,67%
4	☐	Candidate Point 4	72,27	-54,514	✗ 8,2438	8,53%
5	☐	Candidate Point 3	-47,293	-77,378	✗ 8,2366	8,43%
6	☐	Candidate Point 2	60,148	-61,032	✗ 7,6425	0,61%
7	☒	Candidate Point 1	-59,371	-60,342	✗ 7,5959	0,00%

Figure 6.26: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.

Bisogna ricordare che queste analisi sono state svolte prima della correzione del modello numerico con la giusta percentuale di fibra. Una volta sistemato il modello con la corretta quantità di carbonio, l'analisi è stata eseguita di nuovo notando il mantenimento degli angoli ottimi, ma una diminuzione del valore del FI.

Tornando alle analisi attuali si può vedere che, anche minimizzando il FI, quest'ultimo rimane maggiore di 1 nel punto più critico della geometria.

Gli angoli che consentono di ottenere il risultato migliore sono quelli compresi tra 59° e 61° in modulo. Si è scelto come valore degli angoli indipendenti -59° e -60° ottenendo una configurazione così disposta: $[-59^\circ; -60^\circ; 59^\circ; 60^\circ; 60^\circ; 59^\circ; -60^\circ; -59^\circ]$.

Estraendo la connettività della *mesh* da ANSYS APDL e il valore del FI di ogni elemento è possibile ricavare con uno script di Matlab la mappa dei *failure index* del *layer* che contiene l'elemento più a rischio. In questo modo è possibile visualizzare le zone che sono più a rischio perché presentano un valore maggiore di 1 non rispettando il criterio di sicurezza. Si notano in giallo le aree più a rischio che corrispondono alle zone raccordate negli angoli della geometria.

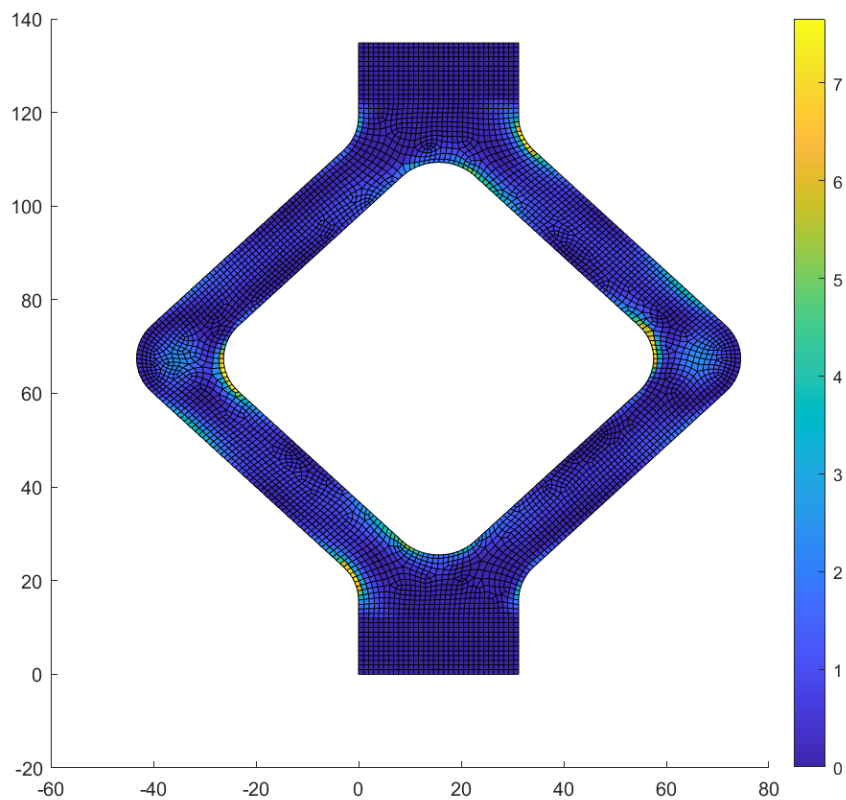


Figure 6.27: Mappa dei *failure index* sulla geometria che non tiene ancora conto della corretta quantità di fibra.

Come per l'ottimizzazione precedente anche in questo caso il modello non tiene conto della percentuale di fibra effettivamente impiegata nel componente stampato. Risolvendo l'analisi i valori di FI presenti nelle immagini precedenti si abbassano fino ad arrivare a valori massimi intorno a 3,7 che rimangono nelle stesse zone della scorsa analisi.

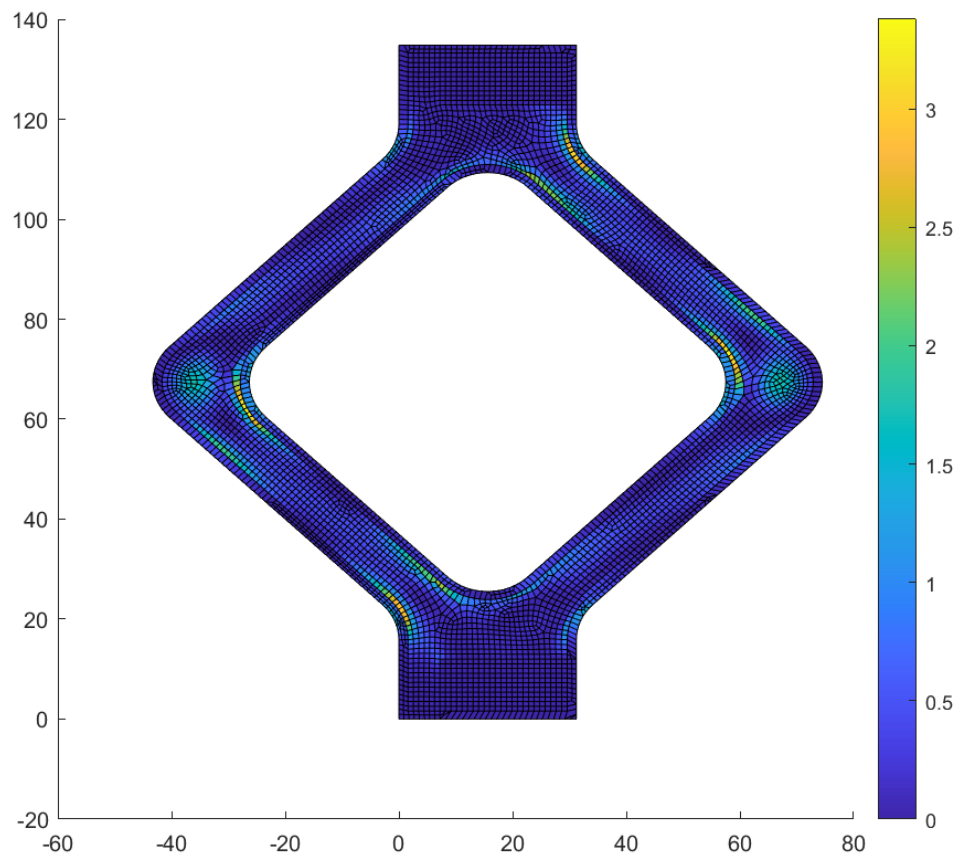


Figure 6.28: Mappa dei *failure index* sulla geometria che tiene ancora conto della corretta quantità di fibra.

6.3 Stampa del componente e prova di trazione

Una volta svolte le analisi, è possibile esportare il modello CAD della geometria in formato STL per importarlo all'interno del software di *slicing*, in questo caso *Eiger*. Il file STL, che rappresenta la superficie vuota del componente, viene elaborato dal software di *slicing* che, dopo aver impostato i parametri di stampa, converte la geometria in movimenti e comandi macchina eseguibili dalla stampante a filamento MarkForged X7. La geometria viene realizzata deponendo 5 *layer* di Onyx, poi 8 *layer* di carbonio ed infine altri 5 di Onyx per uno spessore complessivo di 2,25 mm. Gli strati di Onyx che avvolgono la fibra fungono da matrice, mentre gli 8 strati interni di carbonio fungono da rinforzo.

L'orientamento che viene scelto per ogni strato rappresenta la combinazione degli angoli ottenuta massimizzando la rigidezza della struttura: $[41^\circ -73^\circ -41^\circ 73^\circ 73^\circ -41^\circ -73^\circ 41^\circ]$.

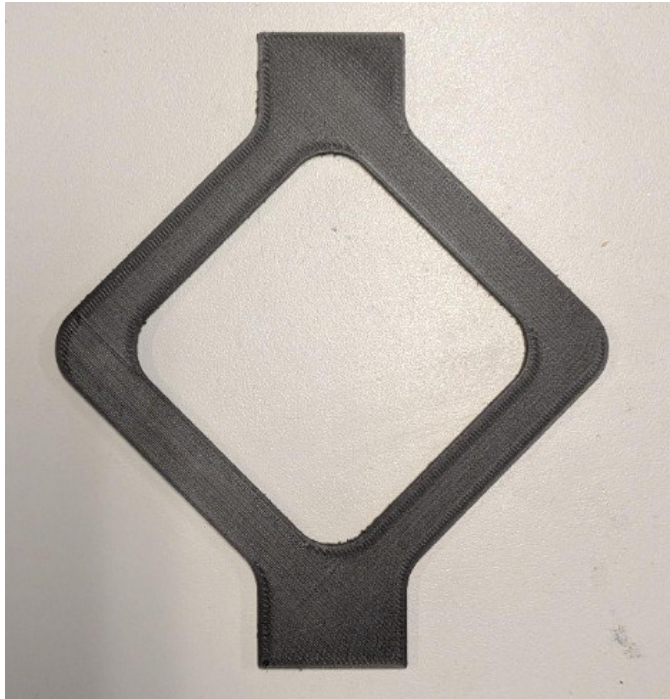


Figure 6.29: La geometria ottenuta a seguito del processo di stampa.

Dato che il *software* di *slicing* dà la possibilità di visualizzare l'anteprima della deposizione del materiale nei diversi *layer* della geometria, è emerso che durante la realizzazione degli strati di carbonio la stampante, oltre ad inserire un doppio perimetro spesso 0,8 mm di Onyx, non riesce a raggiungere con la fibra alcune zone. Queste aree localizzate lungo i perimetri della geometria vengono automaticamente riempite di Onyx e sono visualizzabili sia dall'anteprima del programma in figura Figure 6.30 in bianco sia direttamente durante la stampa in figura Figure 6.32. Riducendosi in questo modo la percentuale di fibra utilizzata complessivamente, è necessario quantificare questa differenza per ricalibrare la simulazione numerica in modo da renderla più fedele possibile a quella sperimentale.

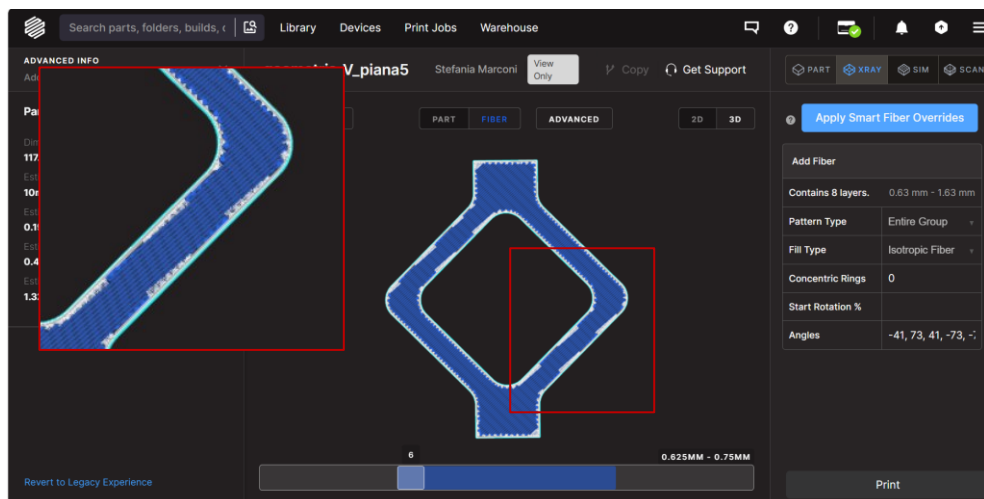


Figure 6.30: Posizione delle aree in Onyx nel *layer* 6.

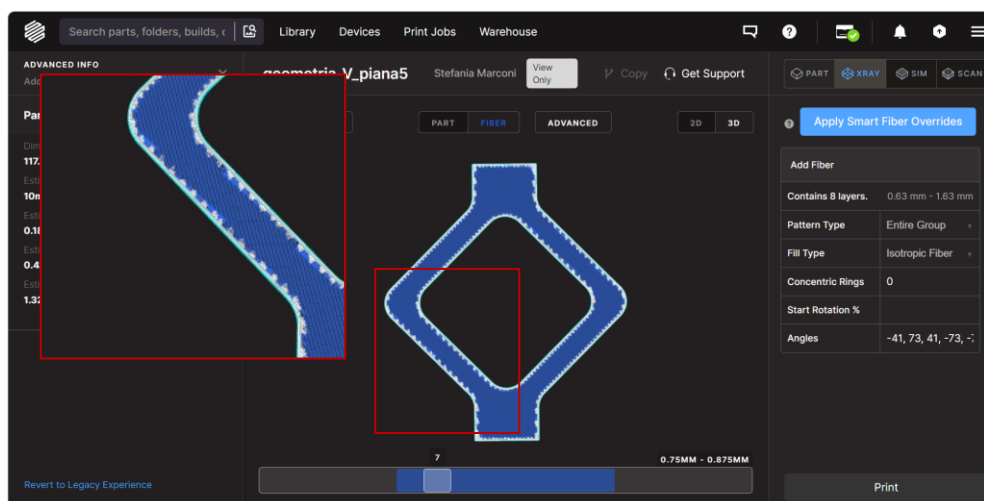


Figure 6.31: Posizione delle aree in Onyx nel *layer* 7.

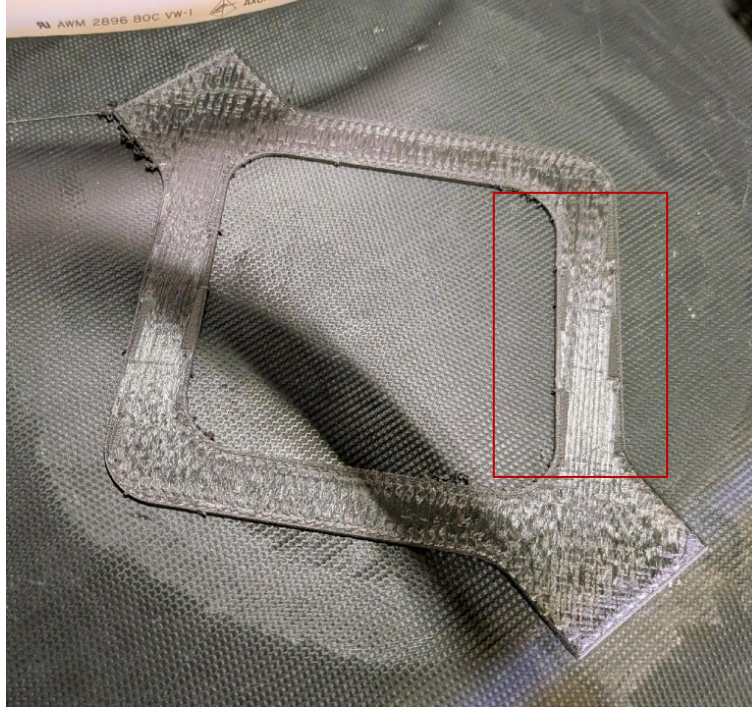


Figure 6.32: Aree in Onyx negli strati in fibra.

Per misurare la quantità di fibra effettivamente utilizzata durante la stampa, si è deciso di calcolarne la percentuale ponderale. Dato che sperimentalmente la quantità di materiale consumata si può calcolare pesando i rocchetti di fibra e Onyx prima e dopo la realizzazione del componente, è conveniente ragionare in termini di massa e non di volume. Il valore che si ottiene dopo aver pesato i rocchetti e tenendo conto anche della quantità di materiale che viene spurgata dalla macchina, indicato come percentuale ponderale sperimentale, viene confrontato con la percentuale nominale stimata da *Eiger* e serve a calibrare quella usata nell'analisi numerica.

La percentuale nominale si calcola a partire dalle densità e dai volumi dei due materiali. Le densità di Onyx e carbonio sono rispettivamente di $1,2 \text{ g/cm}^3$ e $1,4 \text{ g/cm}^3$, usate nella formula:

$$\%f = \frac{m_f}{m_f + m_{onyx}} = \frac{d_f V_f}{d_f V_f + d_{onyx} V_{onyx}} \quad (19)$$

dove m_f rappresenta la massa della fibra in g , m_{onyx} la massa di Onyx in g , d_f e d_{onyx} la densità di fibra e Onyx in g/cm^3 e infine V_f e V_{onyx} il volume di fibra e Onyx in cm^3 .

I valori volumetrici si possono recuperare tramite *Eiger* che, come si può vedere in figura Figure 6.33, li stima per entrambi i materiali in cm^2 .

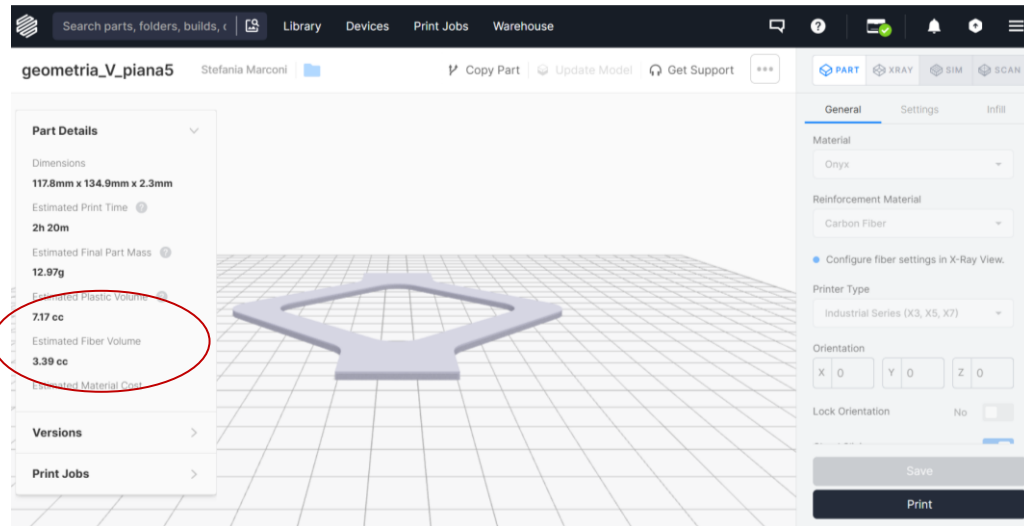


Figure 6.33: Interfaccia del software di slicing Eiger.

Dalla (19) si ottiene che la percentuale ponderale nominale ha come valore 35,6%. Per calcolare quella sperimentale, come già anticipato, si pesano i rocchetti ed eventuali scarti dovuti al caricamento del materiale e al processo di stampa di entrambi i materiali, ottenendo come valore 36,6%.

Infine per calcolare quella numerica si utilizzano le aree in cui è stato diviso il romboide in modo da avere una zona centrale composta solo da fibra e le zone laterali composte da Onyx come si può visualizzare nell'immagine Figure 6.34.

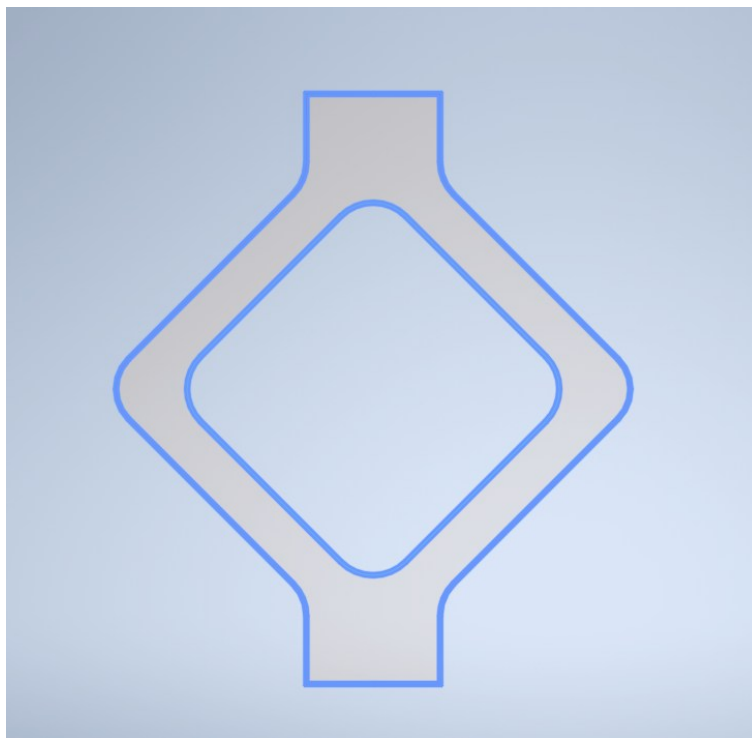


Figure 6.34: Geometria ottenuta considerando il doppio perimetro di Onyx.

A partire dalle suddette aree si ricavano i volumi utilizzati per ogni materiale e, tramite la (19) si ottiene la percentuale di fibra numerica impiegata. Considerando inizialmente solo il doppio perimetro di 0,8 mm come zona in cui la fibra viene sostituita dal materiale plastico, si ottiene una percentuale ponderale di fibra del 43%, molto elevata rispetto alla nominale e sperimentale. Invece considerando un doppio perimetro spesso 1,6 mm che approssima anche le zone in cui la stampante non riesce ad inserire la fibra si ottiene un valore del 37,8%. Dalla figura Figure 6.35 si possono visualizzare i perimetri ispessiti colorati in blu:

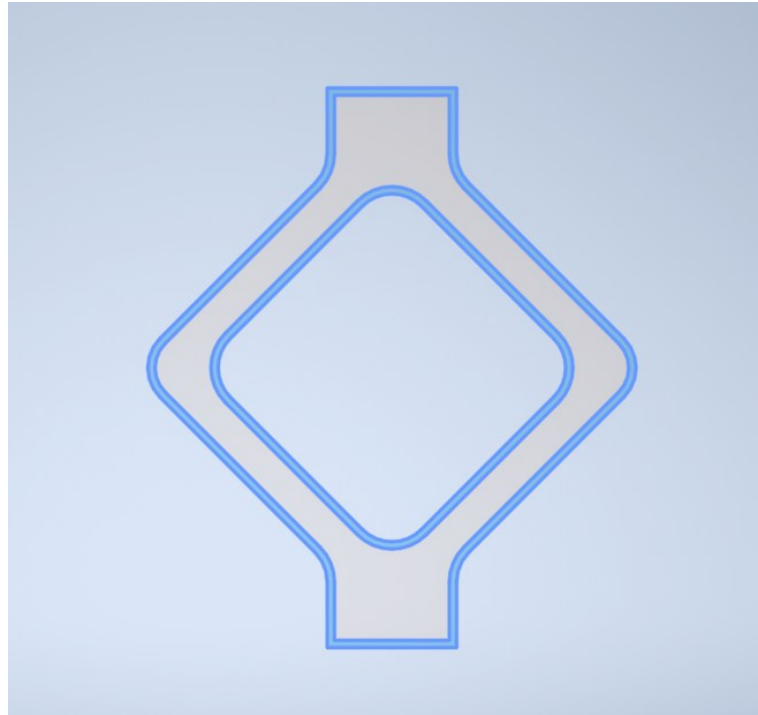


Figure 6.35: Geometria ottenuta aumentando lo spessore dei perimetri per ottenere la percentuale di fibra corretta.

Riassumendo tutte le percentuali in un'unica tabella si ottengono:

PERCENTUALE PONDERALE	Valore %
Nominale	35,6
Sperimentale	36,6
Numerica con il doppio perimetro di 0.8 mm	43
Numerica con il doppio perimetro di 1.6 mm	37,8

Table 9: Confronto tra le percentuali ponderali nominale, sperimentale e numeriche di fibra.

La prova di trazione è stata svolta in laboratorio con la macchina MTS *Insight* equipaggiata con una cella di carico da 10 kN su cinque campioni realizzati con la stampante a filamento MarkForged X7 seguendo lo standard D 3039/D 3039M [4] specifico per i materiali fibro-rinforzati. La prova è stata svolta in

controllo di spostamento imponendo una velocità di 2 mm/min afferrando le estremità della geometria con gli afferraggi della macchina presenti in figura:



Figure 6.36: Setup della prova di trazione.

Durante la prova in laboratorio, sono state registrate le curve forza-spostamento sperimentali, una per ogni campione, che sono state poi confrontate con quella ottenuta dalla simulazione agli elementi finiti svolta su *ANSYS Mechanical APDL* al fine di valutare la capacità del modello numerico di riprodurre il comportamento sperimentale del componente. Le curve indicate in figura Figure 6.37 con i numeri che vanno da 1 a 5 risultano praticamente sovrapponibili indicando un comportamento meccanico molto simile e quindi una buona ripetibilità della prova.

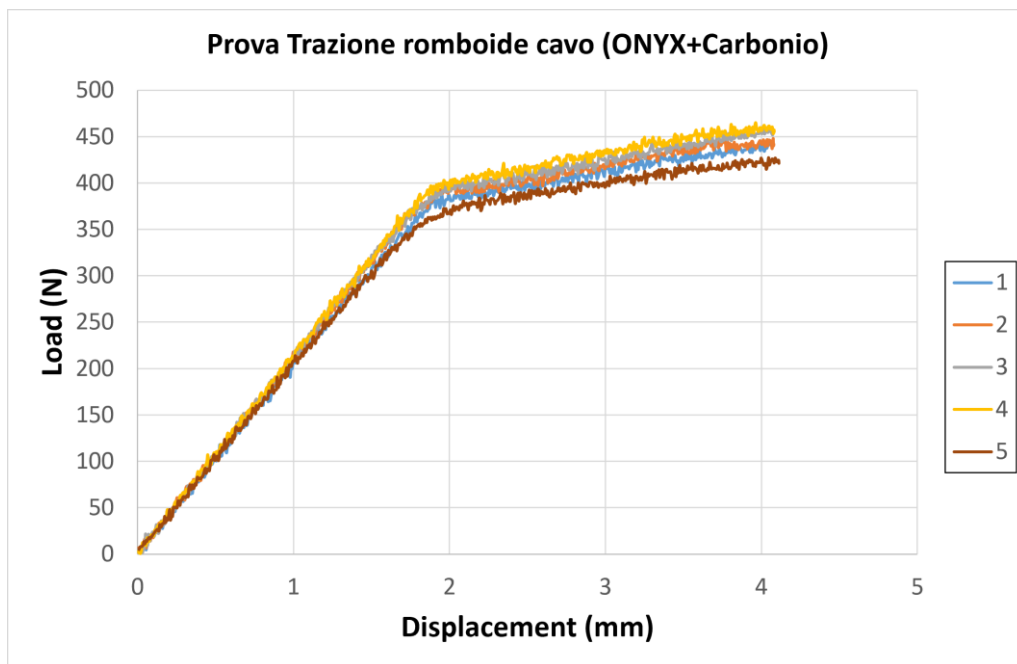


Figure 6.37: Curve forza-spostamento delle prove di trazione su campioni con geometria romboidale.

Successivamente, per sottolineare l'impatto della quantità di fibra effettivamente presente nel campione, vengono riportate le curve numeriche nel caso in cui si era considerato solo il doppio perimetro di Onyx da 0,8 mm come mostrato dal *software*. Si vede una differenza abbastanza significativa tra i due modelli numerico e sperimentale che sottolinea l'importanza della quantità di fibra usata. La retta blu che, a differenza di quella rossa, considera gli effetti non lineari dovuti alla variazione della geometria durante la deformazione determina una rigidità apparente maggiore. Questo aumento è probabilmente dovuto al fatto che si considera la struttura anche nella configurazione deformata.

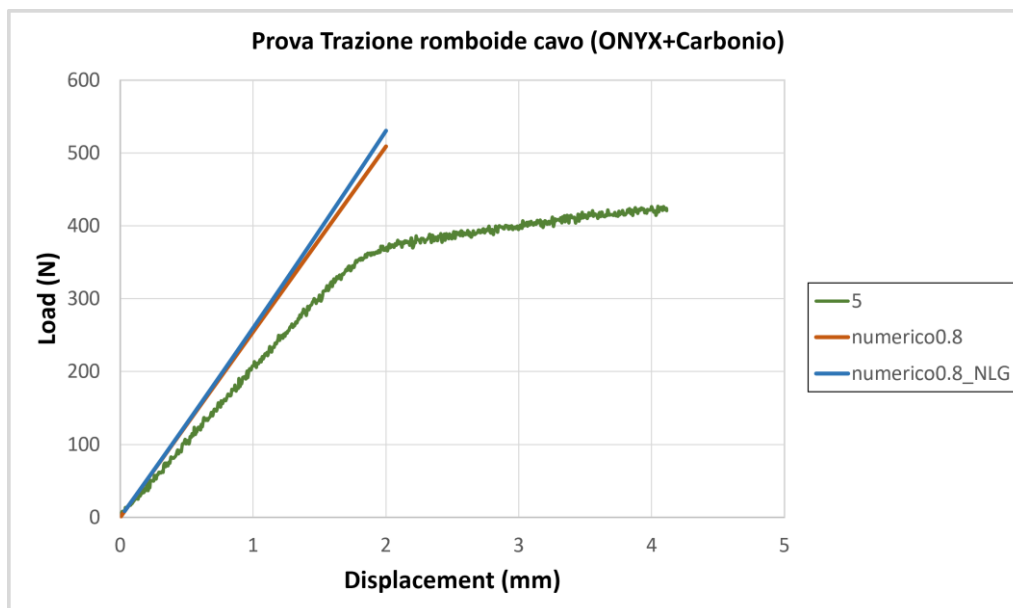


Figure 6.38: Curve forza-spostamento confrontando il modello sperimentale con quello numerico con doppio perimetro di 0,8 mm.

La figura Figure 6.39 invece fa riferimento al modello che considera il doppio perimetro ispessito fino ad ottenere la percentuale numerica simile a quella sperimentale. Si può notare come il modello simuli con grande precisione il comportamento del campione durante la prova sia considerando le non linearità geometriche sia trascurandole.

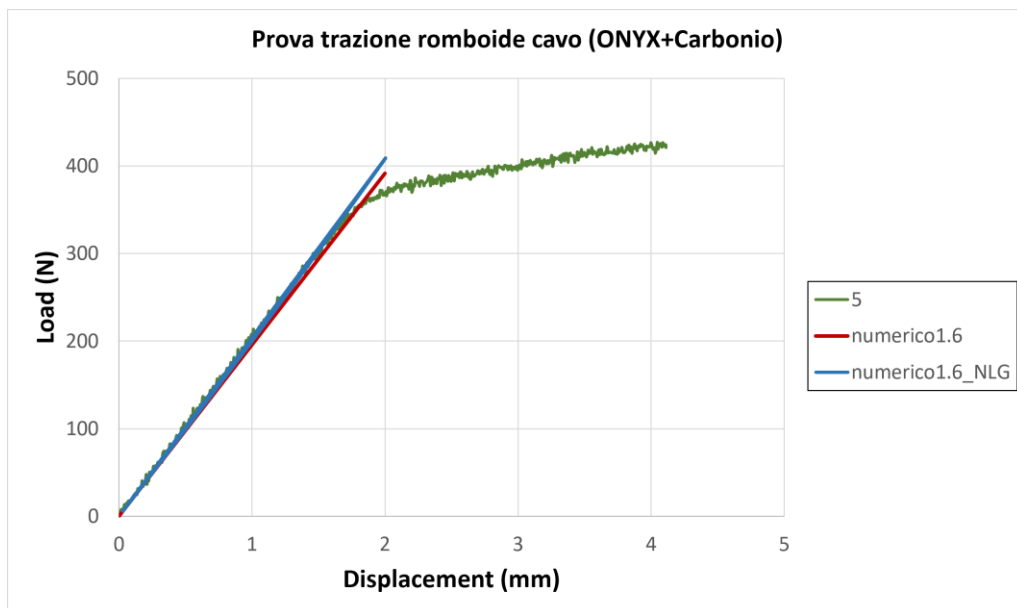


Figure 6.39: Curve forza-spostamento confrontando il modello sperimentale con quello numerico con doppio perimetro di 1,6 mm.

7 Geometria della protesi d'anca

Una volta svolta l'analisi della geometria romboidale si può passare ad una forma geometrica più simile ad una vera protesi d'anca realizzata su *Autodesk Inventor*:

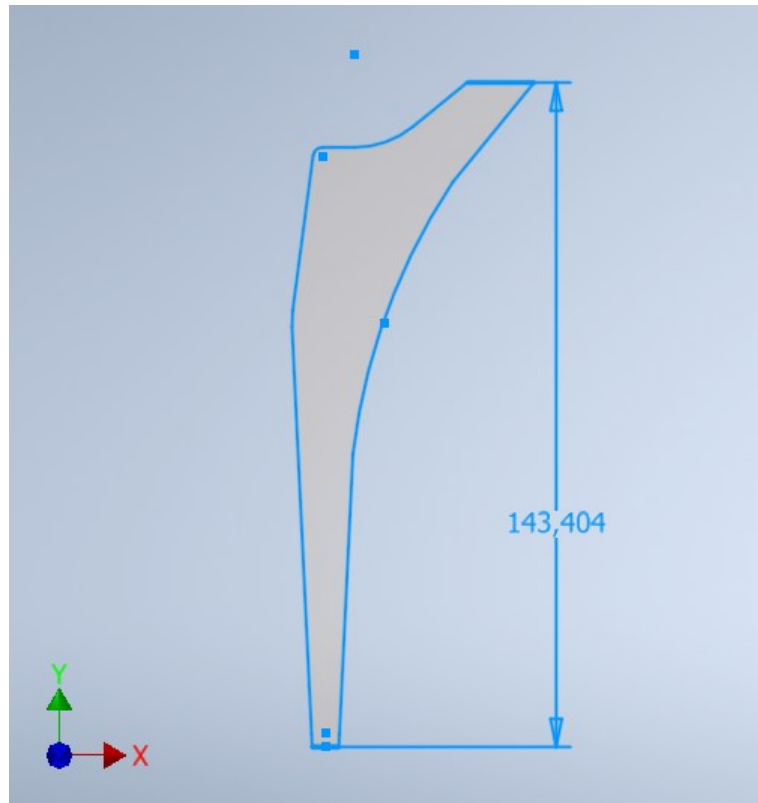


Figure 7.1: Geometria a forma di protesi con dimensioni in mm realizzata su Autodesk Inventor.

Le misure di questa protesi, indicate in mm in figura Figure 7.1, sono state recuperate da un documento tecnico dell'azienda biomedica Zimmer Biomet [5], *leader* nel settore delle protesi. Su questa geometria è stato applicato un carico di compressione unidirezionale in direzione y ed è stata svolta l'analisi agli elementi finiti tramite il programma ANSYS APDL per ottenere la mappa delle tensioni e delle deformazioni dell'intero componente. Per decidere il valore di carico con cui testare la geometria sono stati recuperati dei valori da un articolo scientifico in cui sono stati misurati *in vivo* gli sforzi a cui sono sottoposti i

pazienti portatori di protesi d'anca durante diverse attività [6]. I carichi subiti in direzione y, che sono quelli più facilmente realizzabili, sono compresi in un range che va da 1060 N fino a 1787 N per attività che consistono in piegare le ginocchia o camminare. In questo lavoro pertanto è stato applicato un carico di 1400 N scelto come compromesso tra il range riportato in letteratura e i limiti fisici della macchina scelta per effettuare la prova sperimentale, ovvero la LiTeM BYC-200. Una volta definito il modello numerico e verificato il suo funzionamento, si è svolta anche in questo caso l'analisi di ottimizzazione per cercare gli angoli che massimizzano la rigidità con cui orientare ogni strato del componente. Trovata anche la configurazione ottima, il componente viene stampato e il modello numerico calibrato in modo da poter fare un confronto tra le curve forza-spostamento dei due modelli.

7.1 Modello in ANSYS APDL

Il laminato viene modellato con gli stessi elementi delle geometrie precedenti assegnando ad ogni *layer* le caratteristiche elastiche del materiale, l'orientamento e lo spessore. In questo caso, dato che una tipica protesi ha uno spessore che varia tra i 10 e i 15 mm, sono stati assegnati 56 strati di Onyx su ciascuna delle due facce e 8 strati di fibre di carbonio all'interno. Considerando che lo spessore di deposizione di ogni strato è di 0,125 mm e che gli strati sono 120, nel modello la geometria è spessa 15 mm. La protesi viene caricata lungo la direzione y applicando una forza di 1400 N sulla linea superiore e un vincolo sull'area inferiore. A partire dalla linea superiore si può ricavare lo spostamento medio in modo da ottenere la curva forza-spostamento da confrontare successivamente con quella sperimentale.

Per questa geometria si è deciso di utilizzare la stessa *mesh* trovata per il modello precedente come visualizzabile nella figura Figure 7.2.

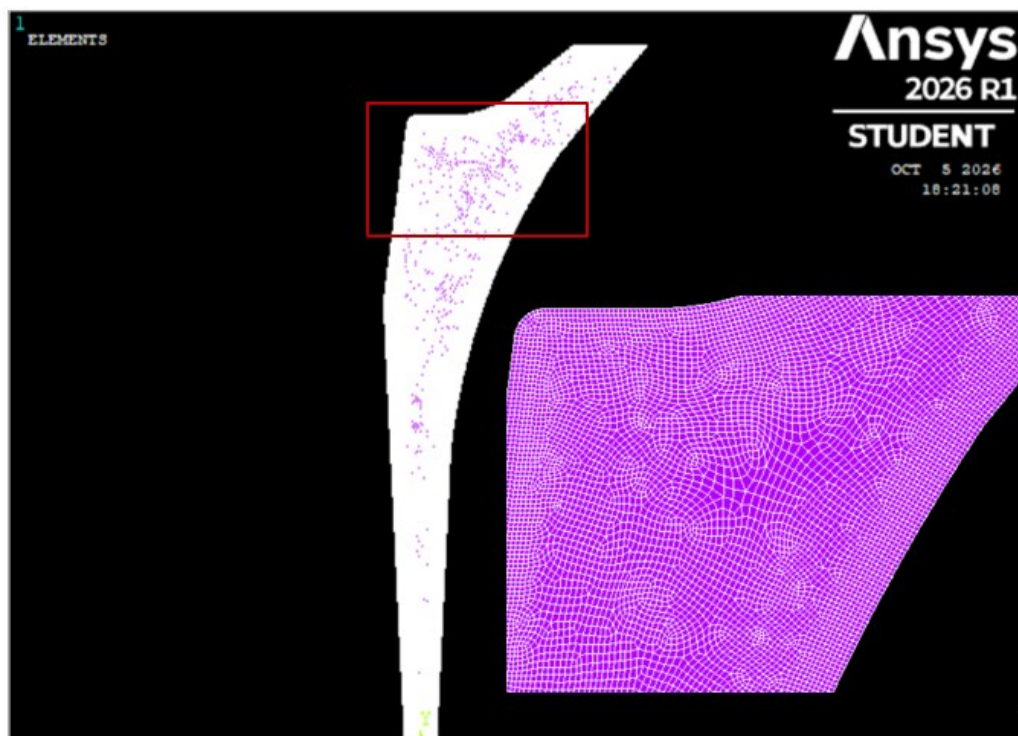


Figure 7.2: Protesi d'anca meshata con zoom annesso.

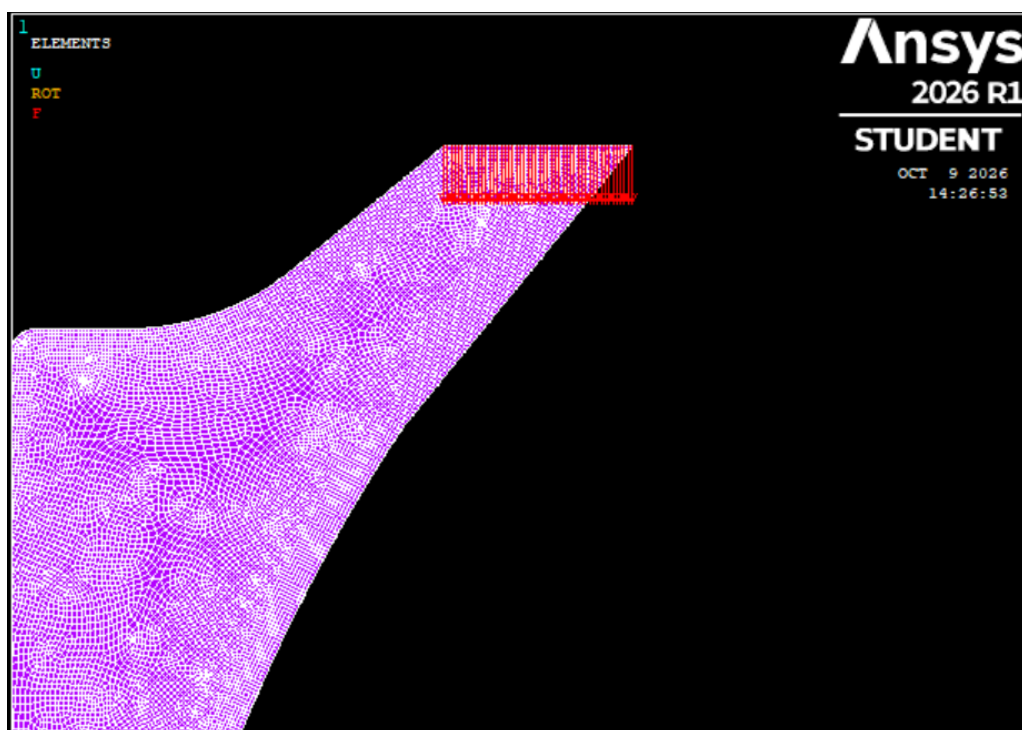


Figure 7.3: Visualizzazione del carico applicato sulla linea superiore.

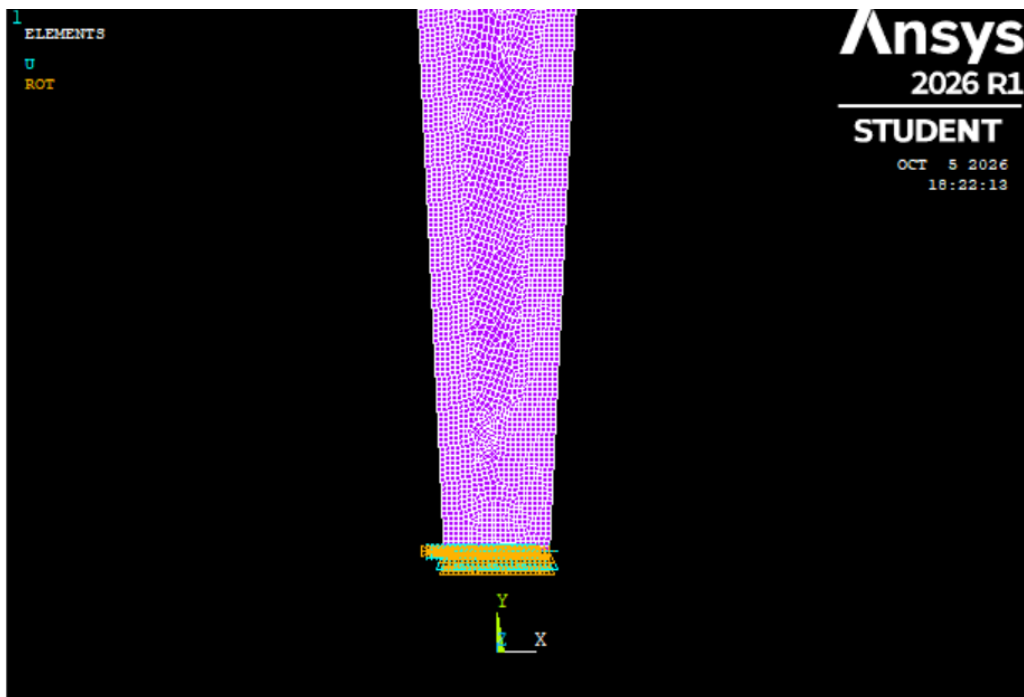


Figure 7.4: Visualizzazione del vincolo applicato sulla linea inferiore.

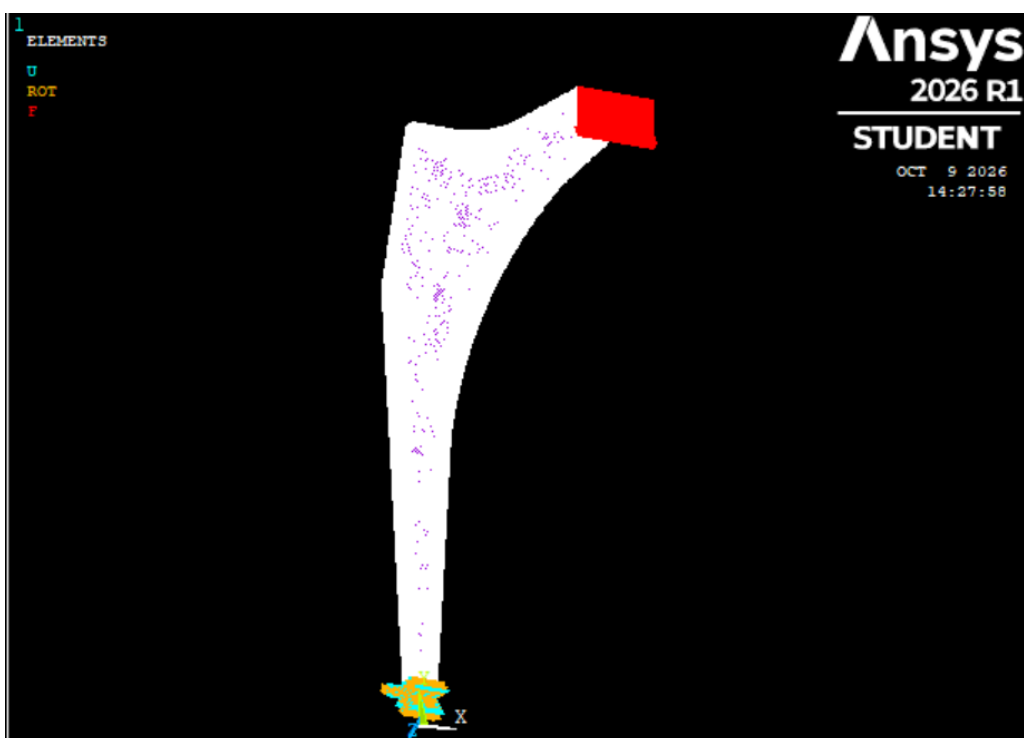


Figure 7.5: Vincoli e carichi applicati.

7.2 Analisi e risultati dell'ottimizzazione

Una volta creato il modello è possibile spostarsi nell'ambiente di ANSYS Workbench per svolgere l'analisi di ottimizzazione volta a trovare la combinazione di angoli che massimizza la rigidezza, un parametro ricavabile dal programma conoscendo la forza imposta e la media degli spostamenti dei nodi sottoposti a tale forza.

Come per le geometrie precedenti per svolgere l'ottimizzazione è necessario lo script di ANSYS APDL da cui selezionare i dati di *input* e di *output*, rispettivamente gli angoli indipendenti e la rigidezza da massimizzare. Il metodo impiegato è anche in questo caso l'*adaptive single objective* che richiede inoltre l'intervallo di variazione ammesso per gli angoli.

Table of Schematic C2: Optimization						
	A	B	C	D	E	F
1	Name	Parameter	Objective			
2			Type	Target	Tolerance	
3	Maximize P4	P4 - RIGIDEZZA	Maximize ▾	0		No Constraint ▾
*		Select a Parameter ▾				

Figure 7.6: Massimizzazione della rigidezza equivalente in ANSYS Workbench.

Table of Schematic C2: Optimization				
	A	B	C	D
1	[-] Input Parameters			
2	Name	Lower Bound	Upper Bound	
3	P1 - A1	-90	90	
4	P2 - A2	-90	90	
5	[-] Parameter Relationships			
6	Name	Left Expression	Operator	Right Expression

Figure 7.7: Range degli angoli.

La prova è stata ripetuta con due set di parametri precedentemente utilizzati nel capitolo 6: il secondo e il terzo visualizzabili nelle figure 6.16 e 6.17.

Confrontando i risultati delle due analisi si può vedere dalle figure successive che entrambe individuano configurazioni molto simili tra loro. La somiglianza dei risultati suggerisce una buona stabilità della soluzione rispetto ai set di parametri impiegati. In particolare entrambe riportano come soluzione ottima quella che corrisponde all'orientamento dei due angoli indipendenti a 90° . Come già visto in precedenza gli angoli indipendenti sono due perché il laminato viene caratterizzato come bilanciato e simmetrico.

Table of Schematic Q2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1 DP 0	90	90	1083	0,00%
4		Candidate Point 2	-78,6	79,8	1077	-0,56%
5		Candidate Point 3	-79,8	-76,2	1074,6	-0,78%
6		Candidate Point 4	87	-70,2	1070,1	-1,19%
7		Candidate Point 5	-69	-87	1067,9	-1,40%

Figure 7.8: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.

Table of Schematic P2: Optimization , Candidate Points						
	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Name	P1 - A1	P2 - A2	P3 - RIGIDEZZA	
2					Parameter Value	Variation from Reference
3		Candidate Point 1	-90	-90	1083	1,27%
4		Candidate Point 2	90	-90	1083	1,27%
5		Candidate Point 3	77	77	1072,6	0,29%
6		Candidate Point 4	-79	75	1072,3	0,26%
7		Candidate Point 5	-83	-71	1069,5	0,00%

Figure 7.9: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.

Una volta ottenute queste soluzioni per entrambe le analisi, numerica e sperimentale, è stata adottata la seguente configurazione: $[90^\circ; 90^\circ; -90^\circ; -90^\circ; -90^\circ; -90^\circ; 90^\circ; 90^\circ]$.

Dato che dall'interfaccia grafica del programma ANSYS APDL è possibile visualizzare l'orientamento di un certo elemento per ogni strato, si possono vedere alcuni elementi per i *layer* di carbonio orientati come segue:

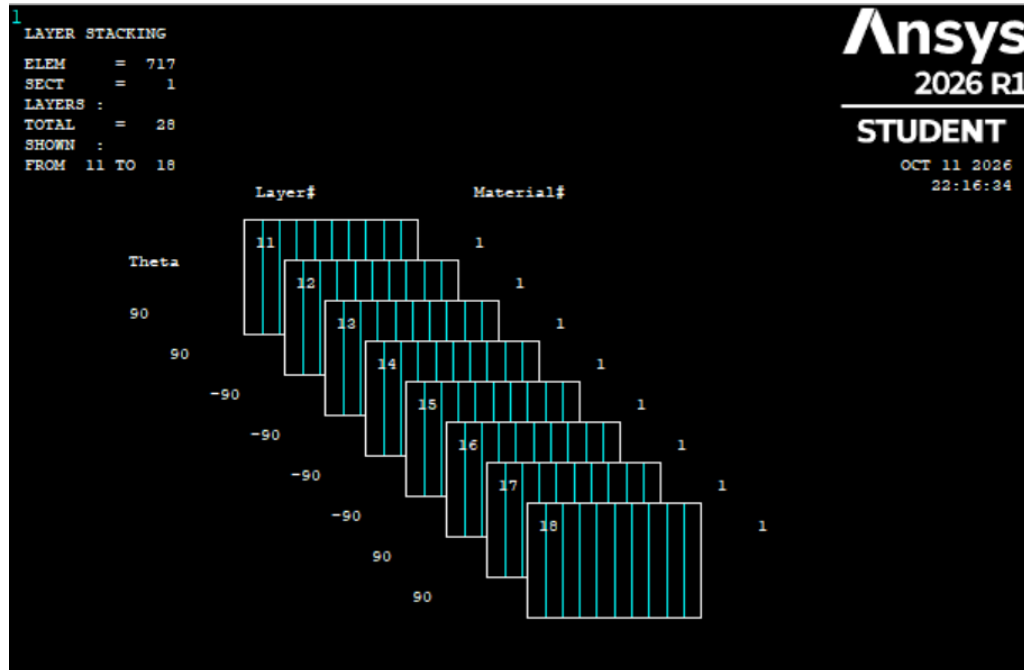


Figure 7.10: Orientamento ottimo dei *layer*.

7.3 Stampa del componente e prova di compressione

Anche per questa geometria è possibile esportare il modello CAD in formato STL per importarlo in *Eiger* al fine di predisporre il componente per la stampa 3D.

A differenza del caso precedente però, dato che le zone di vincolo e di applicazione del carico non sono allineate, è stata più complessa la scelta del sistema di prova sperimentale. La soluzione, come menzionato all'inizio del capitolo, è stata quella di utilizzare la macchina LiTeM BYC-200, mostrata in figura Figure 7.11, che permette di fissare il componente in corrispondenza di due punti distinti e non allineati. A questo scopo la geometria CAD è stata

modificata inserendo due elementi cilindrici alle estremità che fungono da zone di afferraggio per la macchina di prova. I cilindri sono stati integrati alla progettazione per essere stampati direttamente con il componente principale consentendone il fissaggio alla macchina e l'applicazione della corretta sollecitazione. I due componenti cilindrici quindi non fanno parte della geometria da testare, ma sono stati aggiunti unicamente per consentire il fissaggio della protesi e superare il problema del mancato allineamento delle zone di sollecitazione e di vincolo.

La macchina funziona ad aria compressa tramite attuatori che hanno come limite 1800 N di carico. La prova di compressione è stata fatta in controllo di forza imponendo un carico di 1400 N in direzione verticale con una velocità di 5 N/s.

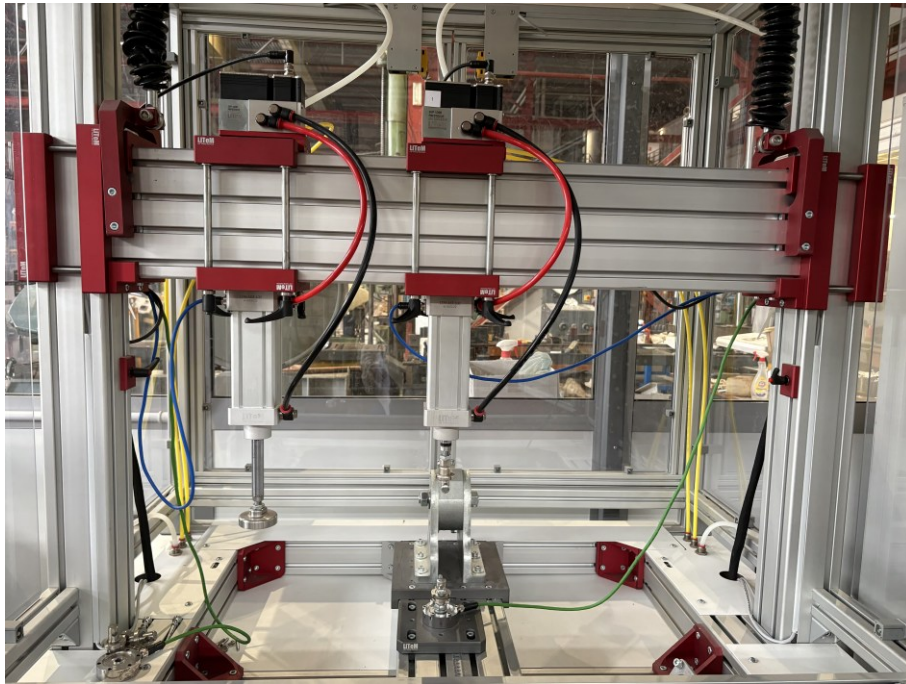


Figure 7.11: Macchina di prova LiTeM BYC-200.

7.3.1 Primo setup

Inizialmente la prova sperimentale è stata impostata usando la protesi nella sua geometria completa a cui si sono aggiunti due cilindri necessari per permettere

il suo fissaggio al macchinario. La geometria CAD modificata è mostrata in figura Figure 7.12; l'allestimento della prova è mostrato in figura Figure 7.13.

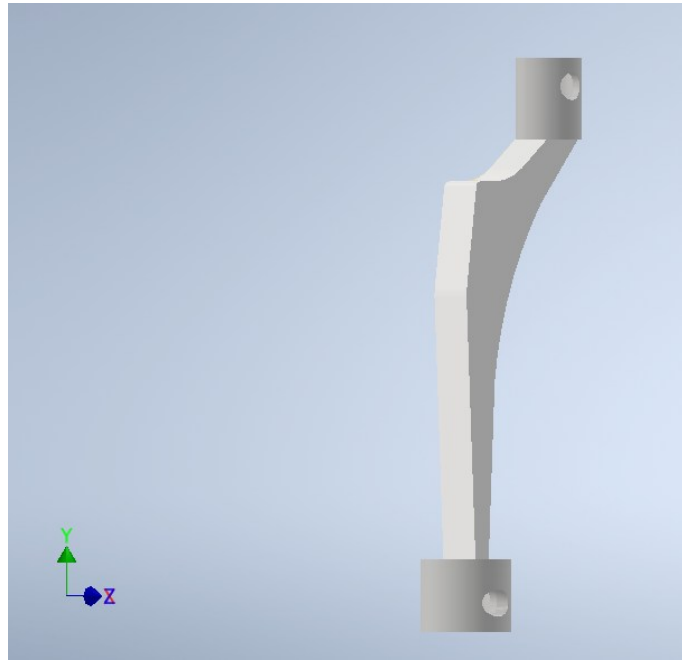


Figure 7.12: CAD della geometria con afferraggi annessi.

Durante la prova però, già molto prima del raggiungimento di 1 mm di spostamento, la geometria ha iniziato a danneggiarsi rendendo impossibile il proseguimento della prova secondo le modalità previste. Questo setup quindi non ha consentito di completare la caratterizzazione meccanica desiderata.

Il danneggiamento della struttura nella zona del vincolo può essere attribuito alla distribuzione degli sforzi nella struttura, in particolare ad una loro concentrazione nell'area di vincolo che rappresenta la zona in cui le deformazioni vengono bloccate.

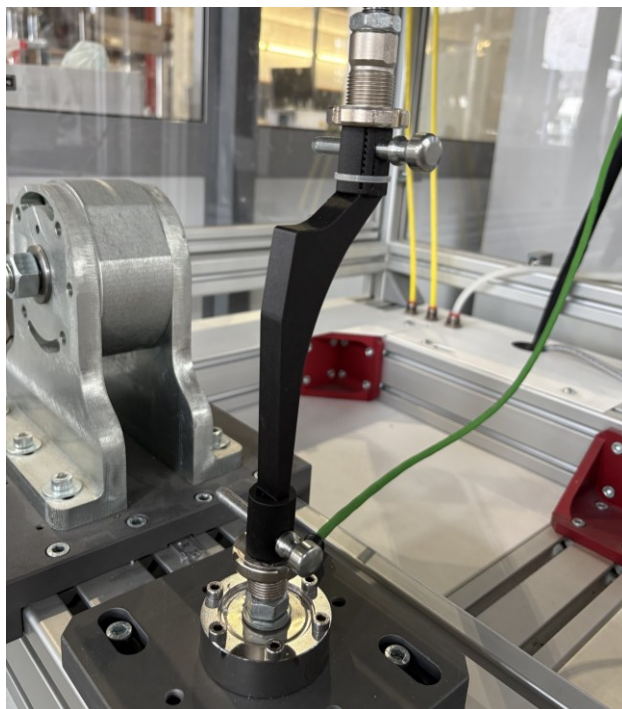


Figure 7.13: Set-up della prova di compressione sulla protesi.

Un ulteriore fattore che contribuisce al danneggiamento può essere rappresentato dal processo di stampa 3D. Infatti la rigidità della struttura è fortemente influenzata dalla direzione di applicazione del carico rispetto alla direzione di deposizione dei *layer*. In questo caso la deposizione della fibra a 90° è risultata essere critica nel resistere alle sollecitazioni assiali concentrate nel vincolo alla base della struttura.

Dal grafico forza-spostamento visualizzabile in figura Figure 7.15 è possibile vedere il danneggiamento progressivo avvenuto alla base della geometria a partire dall'abbassamento immediato della curva che, anche nel tratto che dovrebbe essere lineare elastico, non assume la forma di una retta.

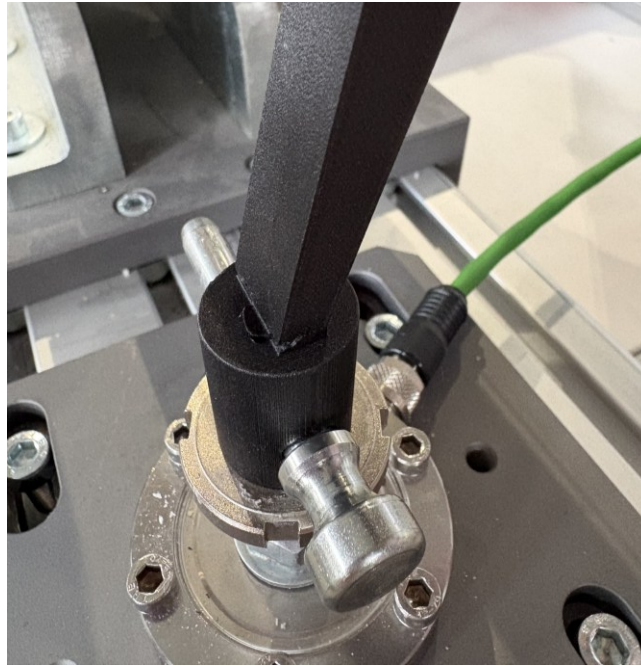


Figure 7.14: Zoom della rottura del provino.

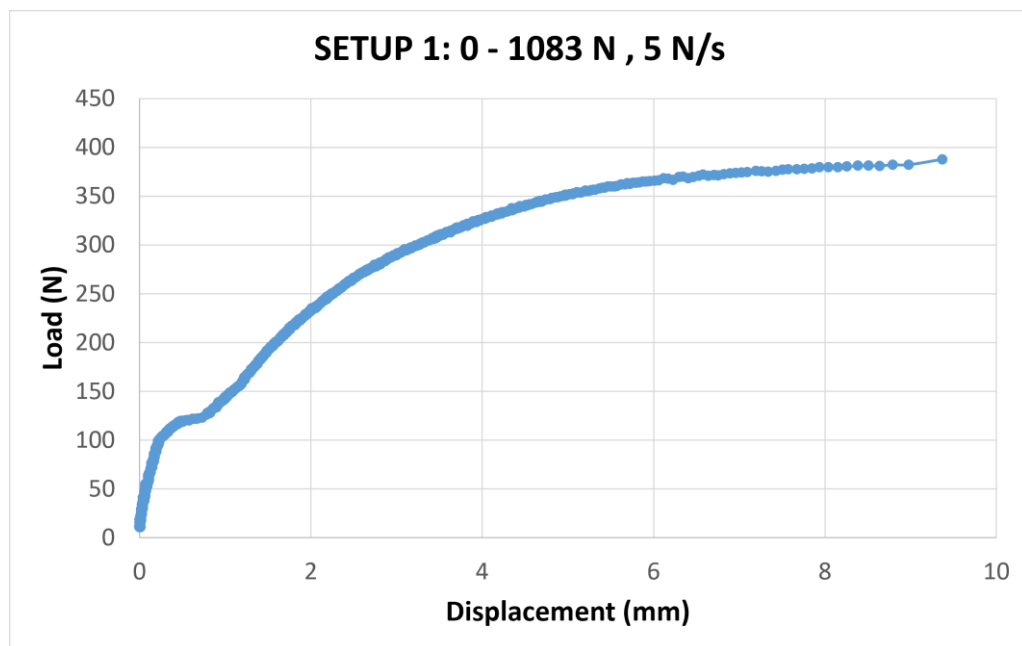


Figure 7.15: Curva forza-spostamento del setup 1.

Analizzando la resistenza del componente usando il criterio di resistenza di Tsai-Hill come nel capitolo 6 è possibile mappare il *failure index* di ogni elemento della geometria:

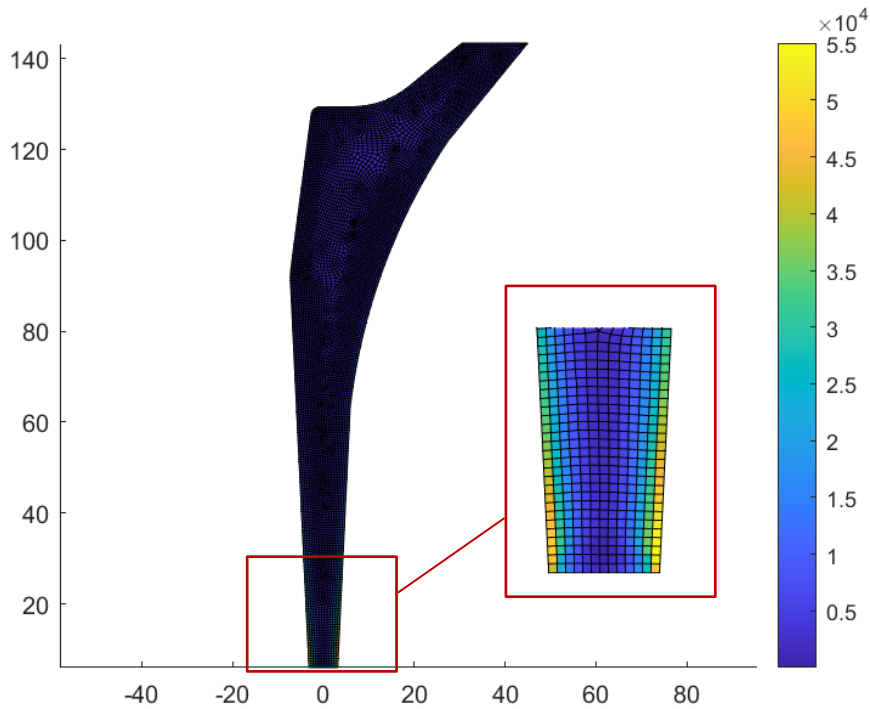


Figure 7.16: Mappa dei *failure index* del primo setup con zoom nella parte del vincolo.

Si vede che i valori dei FI sono molto elevati e raggiungono il picco nell'area in cui si applica il vincolo che è quella in cui è avvenuto il danneggiamento. Nel resto della geometria invece i valori di FI rimangono molto più bassi con valori inferiori a 1 come visualizzabile nella figura Figure 7.17.

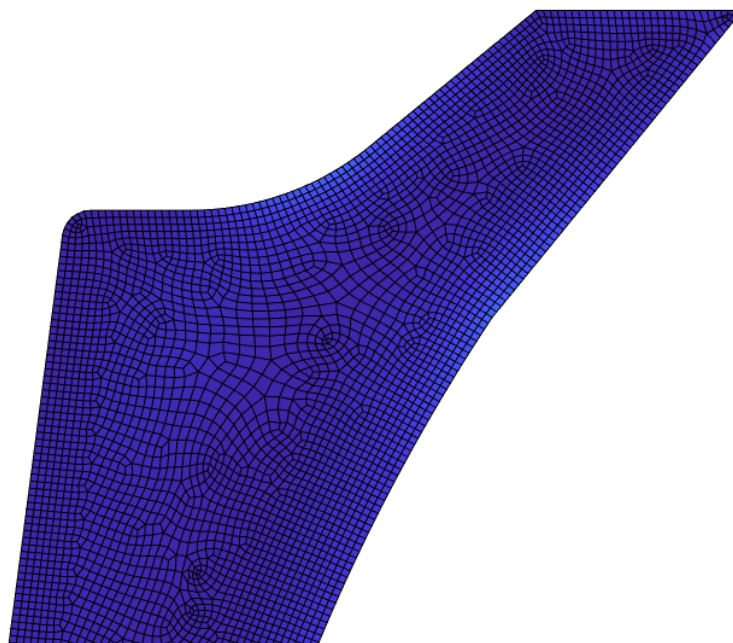


Figure 7.17: Zoom nella parte alta della figura.

7.3.2 Secondo setup

Una volta emerse le criticità relative al primo setup sperimentale, si è deciso di cambiare la configurazione del provino riducendo parte dello stelo femorale dalla geometria iniziale. Principalmente la scelta è stata dettata da esigenze pratiche legate alla realizzazione di un sistema più semplice che riducesse l'accumulo degli sforzi in un punto specifico, ma così facendo la prova è stata resa anche più realistica. Infatti durante la realizzazione di una protesi d'anca l'intero stelo della geometria rimane vincolato all'interno dell'osso femorale dentro cui si inserisce la struttura.

In questo modo è stato possibile concentrarsi sulla parte della geometria di interesse semplificando la condizione della prova.

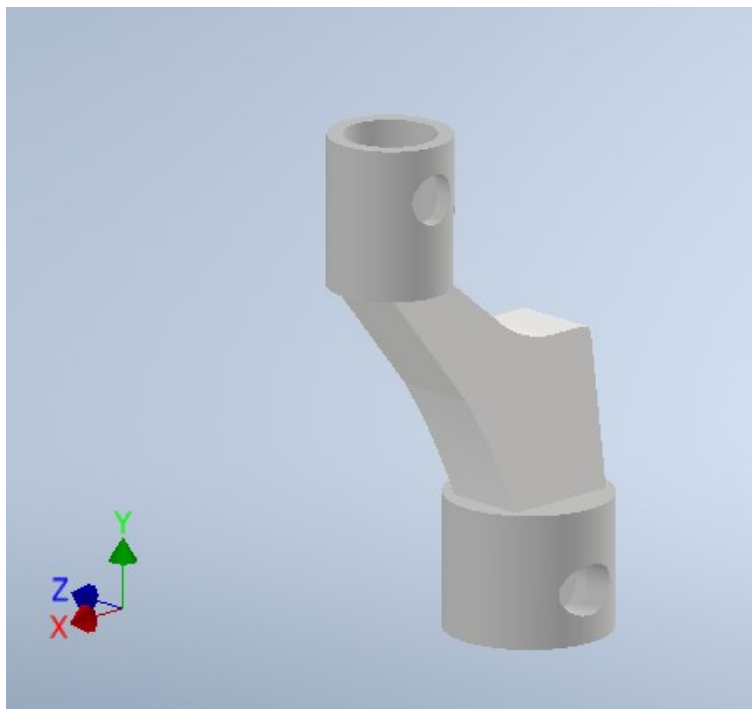


Figure 7.18: CAD della geometria ridotta.

7.3.2.1 Modifica del modello in ANSYS APDL

Successivamente, il modello numerico è stato modificato per consentire il confronto con quello sperimentale dopo il fallimento del primo setup. Nel modello numerico, alla geometria principale priva dello stelo, sono stati aggiunti due rettangoli visualizzabili in figura Figure 7.19 che rappresentano gli ispessimenti dei cilindri aggiunti al sistema. Sono stati integrati nell'analisi numerica con l'obiettivo di avvicinare il modello numerico a quello sperimentale per simulare le zone corrette sottoposte al carico di compressione e al vincolo (figura Figure 7.20).



Figure 7.19: Geometria discretizzata in ANSYS APDL.

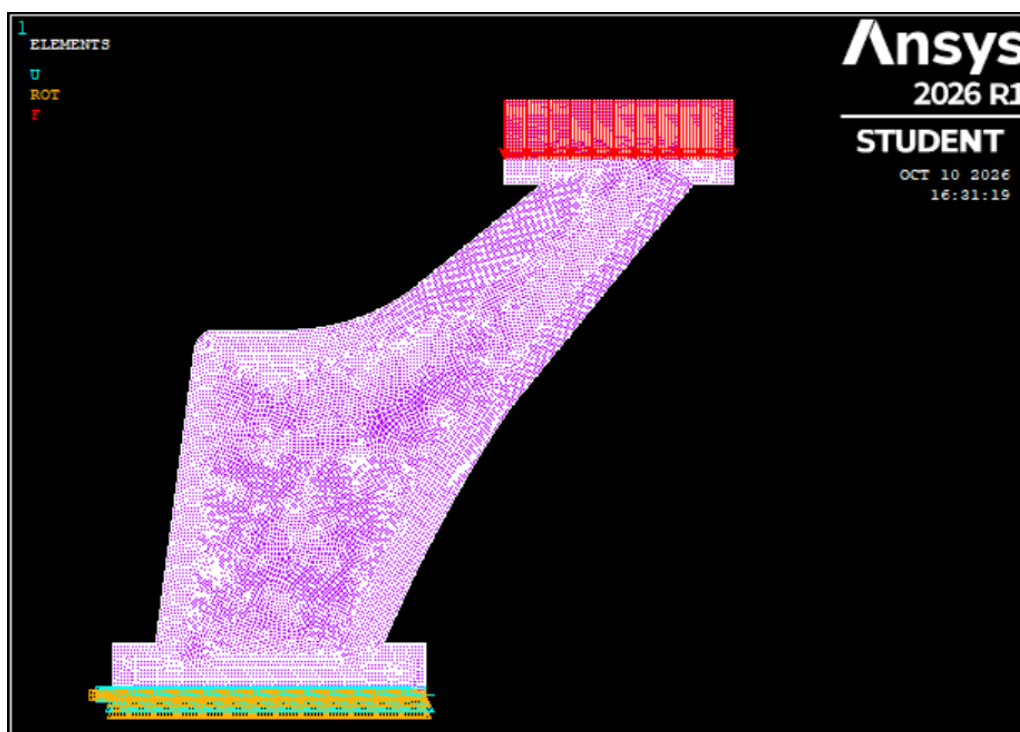


Figure 7.20: Vincoli e carichi applicati.

7.3.2.2 Quantità di fibra

Inoltre, come trattato con la precedente geometria nel capitolo 6, è importante considerare la corretta quantità di fibra utilizzata perché ha un grande impatto sui risultati. In questo caso però, dato che i cilindri si sono stampati insieme alla geometria di test, non è possibile determinare la percentuale ponderale mediante pesatura dei rocchetti e degli scarti perché il consumo totale comprende il materiale complessivo. Per riuscire a capire quindi quanta fibra negli strati di carbonio è stata effettivamente sostituita con l'Onyx, oltre al noto doppio perimetro di 0,8 mm, è stato impiegato il *software* ImageJ che è in grado di risalire alla dimensione effettiva degli elementi di un'immagine.

Da *Eiger* è stata estratta l'immagine di anteprima di uno strato di fibra da cui sono visualizzabili le aree in cui il carbonio viene sostituito dall'Onyx a causa dei limiti del processo di stampa:

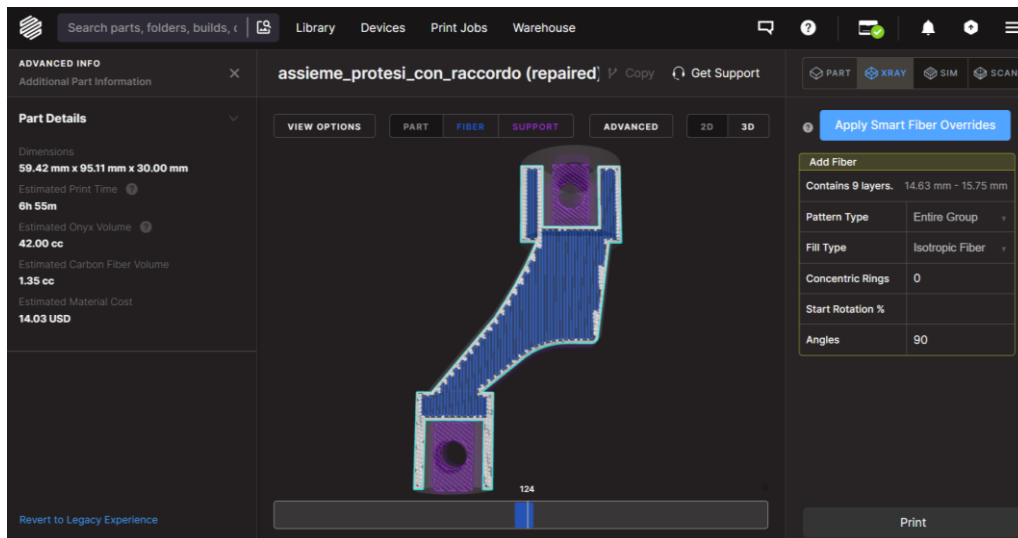


Figure 7.21: Anteprima della geometria da stampare di *Eiger*.

Una volta importata l'immagine all'interno di ImageJ è stato possibile, a partire da una quota nota della geometria, ricavare l'area che occupano le zone in Onyx. Sapendo che le suddette zone si concentrano anche in questo caso lungo il bordo della figura, come visualizzabile in figura Figure 7.21, l'analisi numerica è stata

ricalibrata in funzione di questa informazione ispessendo il perimetro in modo che occupasse la stessa area di quella trovata da ImageJ.

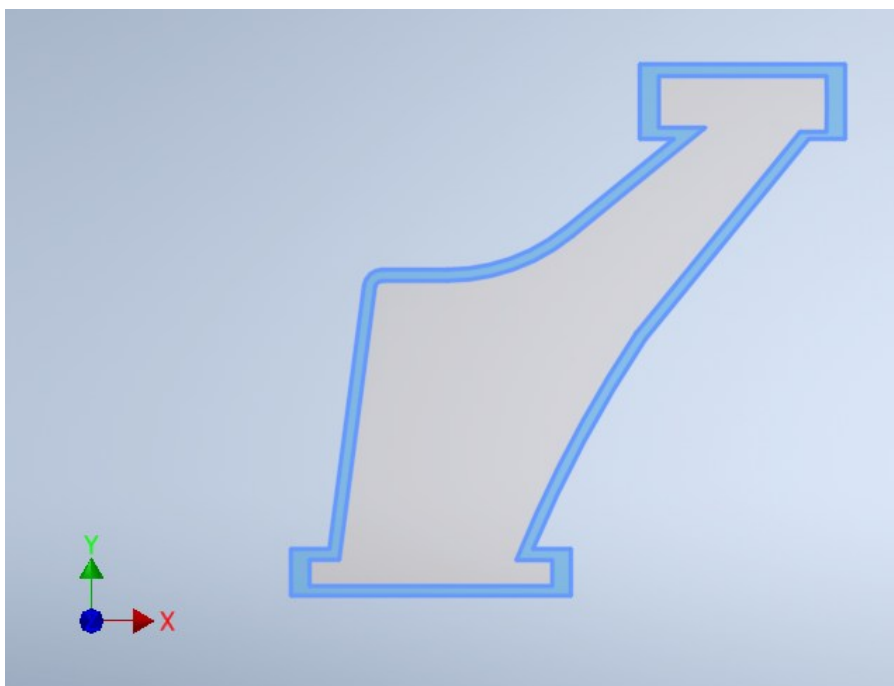


Figure 7.22: Geometria con perimetri ispessiti.



Figure 7.23: Aree di Onyx all'interno del *layer* di carbonio individuate con ImageJ.

7.3.3 Confronto numerico-sperimentale

La curva forza-spostamento ottenuta in laboratorio a partire dal secondo setup di prova, si può così confrontare con quella ottenuta dal modello numerico precedentemente calibrato, notando una differenza non trascurabile della pendenza.

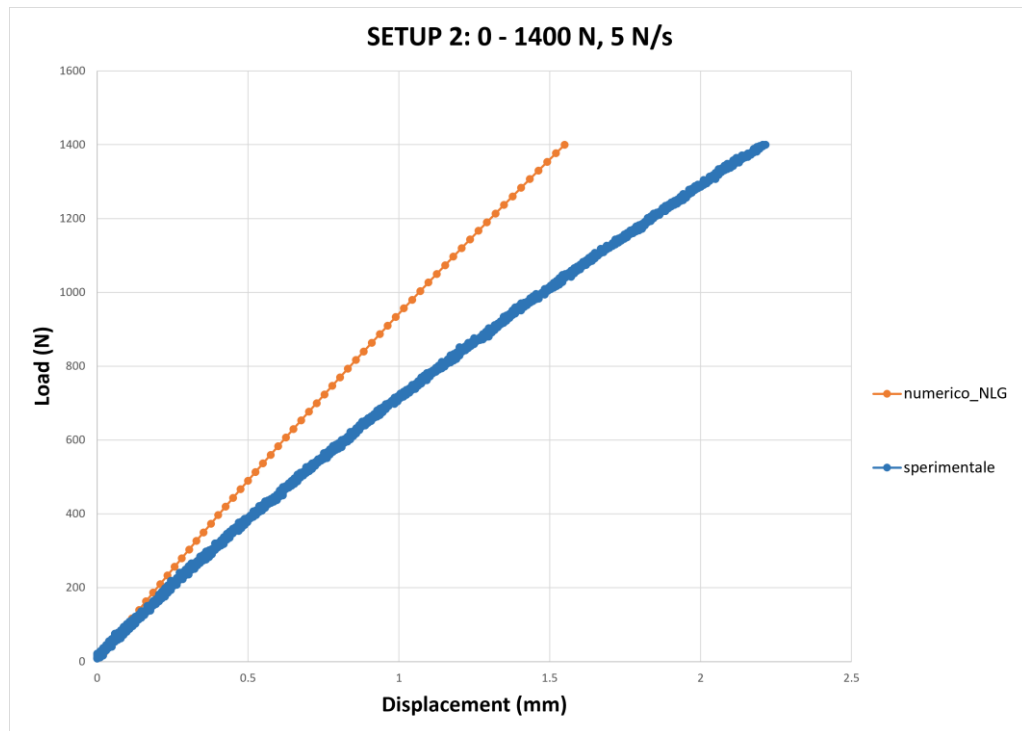


Figure 7.24: Confronto tra le curve forza-spostamento numerica e sperimentale del secondo allestimento di prova.

Tuttavia è possibile identificare un primo tratto iniziale, mostrato in figura Figure 7.25, in cui si ha maggiore corrispondenza tra le pendenze delle due curve che corrispondono a 1008 N/mm nel caso numerico e 813 N/mm nel caso sperimentale comportando una differenza non maggiore del 20%. Questo potrebbe indicare un fenomeno di danneggiamento del campione che però in questo caso non è direttamente osservabile a occhio nudo.

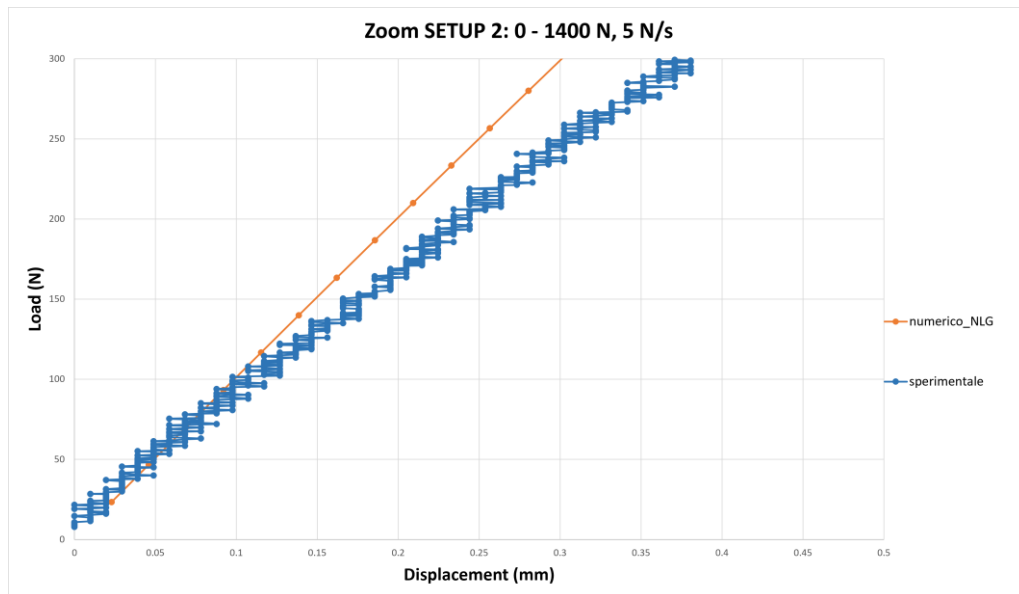


Figure 7.25: Zoom delle curve forza-spostamento nel primo tratto.

Al fine di comprendere se la differenza riscontrata tra la curva numerica e quella sperimentale sia dovuta al danneggiamento del componente, anche per contenuti valori di forza, si è valutato la mappa dei *failure index* per valori di forza pari a 200 N e 100 N. Per entrambi i casi il valore massimo del FI risulta in ogni elemento del componente ampiamente inferiore all'unità, come visualizzabile nelle figure riportate di seguito. Dunque, sulla base delle informazioni disponibili, non è possibile attribuire con certezza l'incongruenza tra le curve ad un fenomeno di danneggiamento.

Per indagare ulteriormente la presenza di una rottura si sarebbero potuti impiegare metodi di indagine microscopica della protesi come la microCT, che però non è stato possibile condurre a causa di problemi tecnici.

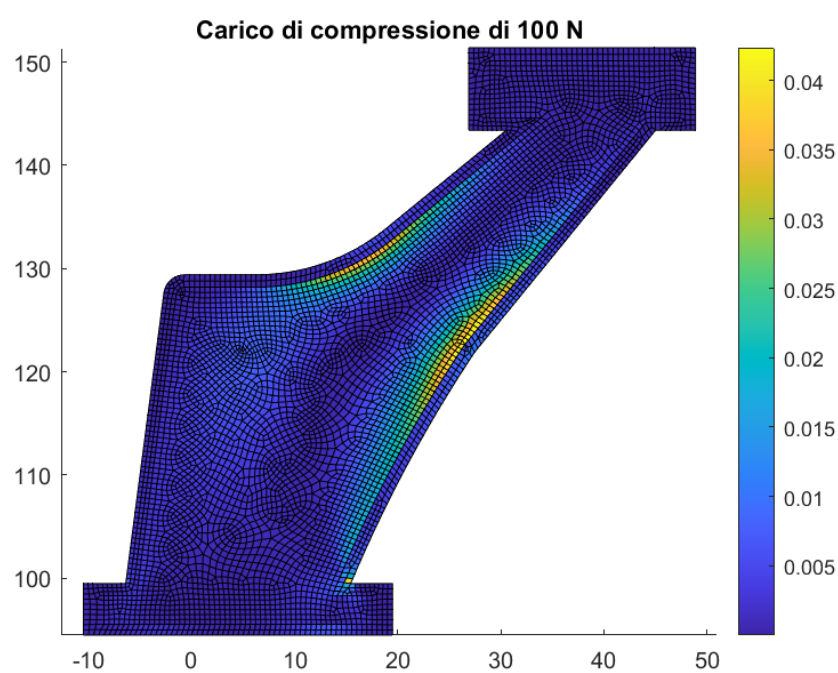


Figure 7.26: Mappa dei *failure index* del secondo setup impostando una compressione di 100 N.

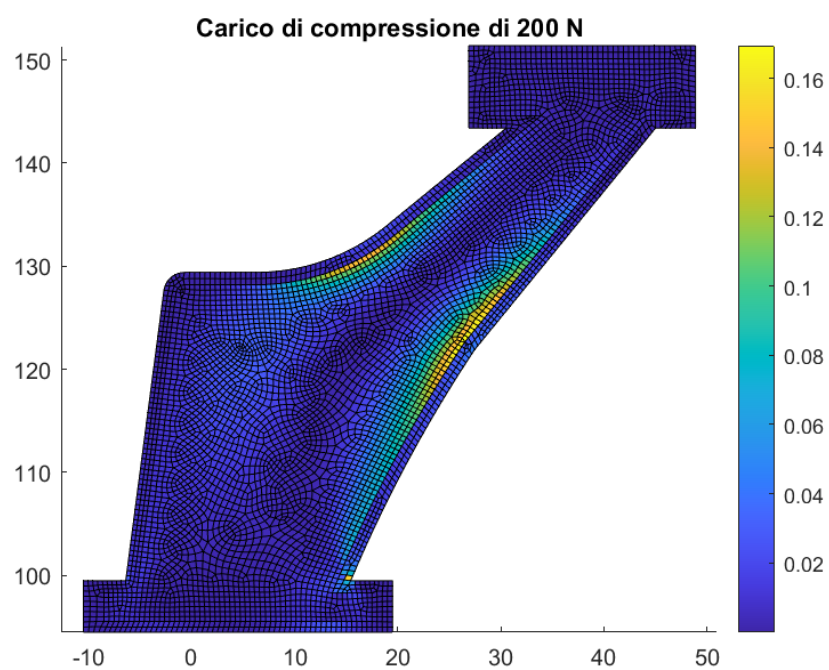


Figure 7.27: Mappa dei *failure index* del secondo setup impostando una compressione di 200 N.

Un'altra possibile causa che può indurre la differenza riscontrata può essere attribuita alla non esatta stima della quantità di fibra impiegata nell'oggetto stampato. Infatti, come spiegato nel capitolo 7.3.3.3, si è stimata la distribuzione del carbonio tramite un'analisi delle immagini utilizzando un metodo meno preciso rispetto al metodo condotto pesando direttamente i rocchetti e gli scarti. Infine, l'ultimo fattore incidente consiste nella complessità della prova svolta: l'applicazione del carico di compressione al componente, data la sua forma geometrica, induce delle sollecitazioni di presso-flessione notevolmente più complesse da analizzare rispetto a quelle di una pura trazione come per il caso del rombo in cui invece si è ottenuta un'ottima corrispondenza numerico-sperimentale.

Conclusioni

Questo lavoro ha come obiettivo lo sviluppo e la validazione di un modello numerico in ambiente ANSYS in grado di descrivere il comportamento meccanico di componenti realizzati in materiale composito, tenendo conto delle proprietà del materiale, dello spessore e dell'orientamento dei singoli strati. Una volta realizzato e validato il modello, è possibile applicare analisi di ottimizzazione finalizzate alla ricerca della combinazione ottimale con cui orientare gli strati del componente per massimizzare determinate proprietà meccaniche, come per esempio la rigidità o la resistenza.

I componenti a cui si fa riferimento nello studio sono realizzati in materiale composito a matrice polimerica rinforzata con fibre lunghe, con particolare attenzione alla possibilità di poterne controllare il comportamento meccanico attraverso l'orientamento delle fibre nei vari strati.

L'attività complessiva si è articolata lungo un percorso in cui la geometria studiata viene resa più complessa per capire le potenzialità del modello numerico con configurazioni più rappresentative di una protesi d'anca.

Nella prima fase è stata considerata una geometria rettangolare con comportamento noto che ha permesso in prima battuta di validare il modello in ANSYS. Per fare questo i risultati ottenuti con l'analisi agli elementi finiti sono stati confrontati con quelli ottenuti implementando su Matlab lo stesso modello di riferimento. La geometria in questione, vincolata sul lato corto e sottoposta a trazione sul lato opposto, ha permesso di confrontare i risultati dei due approcci verificando la coerenza del modello di ANSYS. Questo modello, a differenza di quello di Matlab, dà la possibilità di poter visualizzare la mappa delle tensioni e delle deformazioni del componente perché permette di discretizzarlo nello spazio. Questa caratteristica risulta utile nello studio di geometrie più complesse per cui un approccio basato su un modello semplificato non consentirebbe di ottenere lo stesso dettaglio.

Una volta confermata la corrispondenza dei due modelli si può effettuare l'ottimizzazione dell'orientamento delle fibre massimizzando la rigidità.

Conoscendo a priori anche la direzione migliore in cui disporre le fibre per ottenerlo, si possono confrontare diversi metodi di ottimizzazione valutandone l'efficienza e i tempi di calcolo. A tal proposito è risultato migliore in termini di compromesso efficacia e tempo di calcolo il metodo globale *adaptive single objective* che è stato impiegato per tutte le ottimizzazioni di questo studio.

Dopodiché si passa alla seconda geometria che assume la forma di un romboide cavo diventando al più complessa. Su questo componente si eseguono processi simili a quelli precedentemente esposti: si crea il modello numerico su ANSYS APDL sottoposto a uno spostamento imposto 2 mm di trazione e si conducono le analisi di ottimizzazione della rigidezza equivalente e della resistenza. La configurazione individuata per massimizzare la rigidezza viene realizzata tramite stampa 3D e sottoposta alla stessa prova di trazione con le stesse condizioni di carico del modello numerico, per consentire il confronto con i risultati sperimentali.

In questa fase è emersa l'importanza di rappresentare correttamente la quantità di fibra impiegata effettivamente nel componente stampato. Questo parametro influenza la rigidezza del laminato comportando un cambiamento nella pendenza della curva forza-spostamento. Una sua stima non accurata comporta di non riuscire ad ottenere due curve confrontabili e di predire in modo errato il comportamento meccanico del componente.

Questo è un limite nei casi in cui non si ha la possibilità di stimare correttamente questo parametro perché diventa difficile avere una simulazione numerica coerente con quella realizzata in stampa 3D.

Nel caso di questa geometria la quantità di fibra impiegata è stata stimata pesando i rocchetti prima e dopo la stampa tenendo conto degli scarti. Poiché il provino stampato coincideva con la geometria oggetto di studio è stato possibile ricavare una stima della quantità di fibra effettivamente impiegata nel componente permettendo di ottenere una buona corrispondenza tra i due modelli evidenziando che quello numerico permette di descrivere correttamente il comportamento meccanico del materiale nelle condizioni analizzate.

Infine la medesima metodologia si è applicata all'ultima geometria scelta, quella rappresentativa della protesi d'anca: si sono condotte sia l'analisi agli elementi

finiti che quella di ottimizzazione seguita dalla realizzazione in stampa 3D dell'oggetto. In questo caso però è stata applicata una forza di 1400 N ad una estremità per effettuare una compressione che simuli un esempio di carico a cui è sottoposta una protesi di questo tipo.

A seguito delle difficoltà riscontrate nella scelta della prima tipologia di setup, quest'ultimo è stato semplificato per consentire l'afferraggio alle estremità del componente per poter effettuare la prova di compressione. La modifica, come già menzionato, ha comportato l'aggiunta di cilindri ausiliari necessari per il fissaggio del provino, ma non appartenenti alla geometria di interesse.

Per stimare la distribuzione della fibra nel componente stampato, è stata quindi condotta un'analisi delle immagini mediante strumenti in grado di misurarne gli elementi con l'obiettivo di quantificare le aree in cui la fibra viene sostituita da Onyx. A differenza del caso precedente infatti, la pesatura dei rocchetti prima e dopo la stampa non avrebbe consentito di distinguere la quantità di fibra utilizzata nella geometria di interesse da quella impiegata nei cilindri.

Nonostante questi interventi volti alla stima della distribuzione dei materiali, il confronto dei due modelli ha evidenziato una corrispondenza meno soddisfacente rispetto alla geometria romboidale.

Questa differenza può essere attribuita, oltre alla corretta stima della fibra impiegata, a due ulteriori fattori: il possibile danneggiamento del componente e la complessità dello stato di sollecitazione non più puramente di trazione ma di presso-flessione dovuta alla geometria del provino.

Complessivamente si può affermare che questo studio ha permesso lo sviluppo di una metodologia per l'analisi e l'ottimizzazione di componenti in materiale composito con fibra lunga, verificandone il funzionamento con una geometria semplice e con comportamento noto e ottenendo un buon riscontro anche nel caso del romboide cavo. L'applicazione ad una configurazione più complessa e realistica ha evidenziato invece la necessità di ulteriori sviluppi per riuscire a riprodurre numericamente le caratteristiche sperimentali.

Gli sviluppi futuri potranno riguardare metodi più rapidi e automatici per rappresentare correttamente nel modello numerico la quantità e la distribuzione della fibra all'interno del componente. Per quanto riguarda il danneggiamento si

potrà pensare di impiegare delle analisi numeriche di tipo non lineare al fine di prendere in considerazione il reale comportamento meccanico del provino, mentre per quanto riguarda la complessità dello stato di sollecitazione si potrà procedere conducendo delle prove di pura flessione o compressione/trazione al fine di identificare più chiaramente le sorgenti di errore.

Si potrà anche valutare di utilizzare dei materiali caricati a fibra lunga più adatti all'ambito biomedico.

Questo lavoro quindi costituisce un punto di partenza per ulteriori studi sull'impiego di materiali compositi polimerici caricati a fibra lunga per la creazione di protesi d'anca, ma non è ancora sufficiente a dimostrare che il componente studiato sia idoneo per sostituire una tipica protesi metallica.

Indice delle figure

Figure 1.1: Componenti della protesi d'anca.	4
Figure 1.2: Componenti della protesi nella loro posizione anatomica.	5
Figure 1.3: Sintesi del processo di manifattura additiva.	8
Figure 2.1: Classificazione dei materiali compositi. Fonte: B.Zuccarello [1].	12
Figure 3.1: Schema di una lamina con rinforzo unidirezionale. Fonte: B. Zuccarello [1].	16
Figure 3.2: Lamina ortotropa con riferimento cartesiano. Fonte: B. Zuccarello [1].	18
Figure 3.3: Sezione deformata e non deformata del laminato. Fonte: B. Zuccarello [1].	20
Figure 3.4: Andamenti tipici delle deformazioni e delle tensioni in un laminato composito. Fonte: B. Zuccarello [1].	21
Figure 3.5: Geometria di un laminato con n lamine. Fonte: B. Zuccarello [1].	21
Figure 3.6: Laminato simmetrico.	24
Figure 3.7: Laminato bilanciato.	24
Figure 4.1: Geometria semplice realizzata su Autodesk Inventor.	27
Figure 4.2: Area della geometria con punto di riferimento.	32
Figure 4.3: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo centrale.	33
Figure 4.4: Solution time del nodo centrale.	34
Figure 4.5: Area della geometria con altri punti di riferimento.	34
Figure 4.6: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo superiore.	35
Figure 4.7: Solution time del nodo superiore.	35
Figure 4.8: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo inferiore.	36
Figure 4.9: Solution time del nodo inferiore.	36
Figure 4.10: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo inferiore.	37
Figure 4.11: Solution time del nodo inferiore.	38
Figure 4.12: Geometria con rispettiva mesh.	39
Figure 4.13: Vincoli applicati al lato sinistro della figura.	39
Figure 4.14: Carico applicato al lato destro della figura in direzione x.	40

Figure 4.15: Sistemi di riferimento.	41
Figure 4.16: Orientamento delle fibre.	41
Figure 4.17: Orientamento delle fibre nel caso $[0^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ]$	42
Figure 4.18: Deformazioni del <i>layer</i> con orientamento a 0°	43
Figure 4.19: Deformazioni del <i>layer</i> con orientamento a 90°	43
Figure 4.20: Tensioni del <i>layer</i> con orientamento a 0°	44
Figure 4.21: Tensioni del <i>layer</i> con orientamento a 90°	44
Figure 5.1: Minimizzazione della deformazione in ANSYS Workbench.	49
Figure 5.2: Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova $[5^\circ; 5^\circ]$ in ANSYS Workbench	50
Figure 5.3: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della seconda prova $[45^\circ; 45^\circ]$ in ANSYS Workbench.	50
Figure 5.4: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova $[30^\circ; 60^\circ]$ in ANSYS Workbench.	50
Figure 5.5: : Intervallo degli angoli e punto iniziale della prima prova $[90^\circ; 90^\circ]$ in ANSYS Workbench.	51
Figure 5.6: Soluzione metodo NLPQL nella prima prova.	51
Figure 5.7: Soluzione metodo NLPQL nella seconda prova.	51
Figure 5.8: : Soluzione metodo NLPQL nella terza prova.	52
Figure 5.9: Soluzione metodo NLPQL quarta prova.....	52
Figure 5.10: Esplorazione iniziale del metodo ASO.	53
Figure 5.11: Andamento dell'angolo ottimo 1.....	54
Figure 5.12: Andamento dell'angolo ottimo 2.....	54
Figure 5.13: Soluzione metodo ASO.....	55
Figure 6.1: Geometria romboidale cava con dimensioni in mm realizzata su Autodesk Inventor.	57
Figure 6.2: Vincoli e carichi applicati alla geometria.	59
Figure 6.3: Plot dello spostamento in direzione y della geometria.	60
Figure 6.4: Grafico della deformata rispetto alla geometria non deformata. ...	60
Figure 6.5: Layer orientati a 0°	61
Figure 6.6: Layer orientati a 90°	61
Figure 6.7: Geometria con punti di riferimento.....	63

Figure 6.8: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo a destra.	64
Figure 6.9: Solution time del nodo a destra.....	65
Figure 6.10: Errore di riferimento rispetto ai DOF del nodo a sinistra.	65
Figure 6.11: Solution time del nodo a sinistra.....	66
Figure 6.12: Mesh finale con ESIZE 0.3.....	67
Figure 6.13: Massimizzazione della rigidezza equivalente in ANSYS Workbench.	68
Figure 6.14: Range degli angoli.	68
Figure 6.15: Primo set di parametri.....	69
Figure 6.16: Secondo set di parametri.....	69
Figure 6.17: Terzo set di parametri.	70
Figure 6.18: Soluzione metodo ASO con primo set di parametri.	71
Figure 6.19: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.....	71
Figure 6.20: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.....	71
Figure 6.21: Soluzione metodo ASO quando i vincoli e i carichi erano applicati a delle linee.....	72
Figure 6.22: Orientamento di tutti gli strati.....	73
Figure 6.23: Orientamento degli strati in fibra di carbonio.....	73
Figure 6.24: Massimizzazione della resistenza equivalente in ANSYS Workbench.	74
Figure 6.25: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.....	76
Figure 6.26: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.....	77
Figure 6.27: Mappa dei <i>failure index</i> sulla geometria che non tiene ancora conto della corretta quantità di fibra.	78
Figure 6.28: Mappa dei <i>failure index</i> sulla geometria che tiene ancora conto della corretta quantità di fibra.	79
Figure 6.29: La geometria ottenuta a seguito del processo di stampa.....	80
Figure 6.30: Posizione delle aree in Onyx nel <i>layer</i> 6.	81
Figure 6.31: Posizione delle aree in Onyx nel <i>layer</i> 7.	81
Figure 6.32: Aree in Onyx negli strati in fibra.	82
Figure 6.33: Interfaccia del software di <i>slicing</i> Eiger.	83
Figure 6.34: Geometria ottenuta considerando il doppio perimetro di Onyx. .	84

Figure 6.35: Geometria ottenuta aumentando lo spessore dei perimetri per ottenere la percentuale di fibra corretta.	85
Figure 6.36: Setup della prova di trazione.....	86
Figure 6.37: Curve forza-spostamento delle prove di trazione su campioni con geometria romboidale.	87
Figure 6.38: Curve forza-spostamento confrontando il modello sperimentale con quello numerico con doppio perimetro di 0,8 mm.	88
Figure 6.39: Curve forza-spostamento confrontando il modello sperimentale con quello numerico con doppio perimetro di 1,6 mm.	89
Figure 7.1: Geometria a forma di protesi con dimensioni in mm realizzata su Autodesk Inventor.	91
Figure 7.2: Protesi d'anca meshata con zoom annesso.	93
Figure 7.3: Visualizzazione del carico applicato sulla linea superiore.....	93
Figure 7.4: Visualizzazione del vincolo applicato sulla linea inferiore.	94
Figure 7.5: Vincoli e carichi applicati.	94
Figure 7.6: Massimizzazione della rigidità equivalente in ANSYS Workbench.	95
Figure 7.7: Range degli angoli.	95
Figure 7.8: Soluzione metodo ASO con secondo set di parametri.	96
Figure 7.9: Soluzione metodo ASO con terzo set di parametri.	96
Figure 7.10: Orientamento ottimo dei <i>layer</i>	97
Figure 7.11: Macchina di prova LiTeM BYC-200.....	98
Figure 7.12: CAD della geometria con afferraggi annessi.	99
Figure 7.13: Set-up della prova di compressione sulla protesi.....	100
Figure 7.14: Zoom della rottura del provino.	101
Figure 7.15: Curva forza-spostamento del setup 1.....	101
Figure 7.16: Mappa dei <i>failure index</i> del primo setup con zoom nella parte del vincolo.	102
Figure 7.17: Zoom nella parte alta della figura.	103
Figure 7.18: CAD della geometria ridotta.	104
Figure 7.19: Geometria discretizzata in ANSYS APDL.	105
Figure 7.20: Vincoli e carichi applicati.	105

Figure 7.21: Anteprima della geometria da stampare di <i>Eiger</i>	106
Figure 7.22: Geometria con perimetri ispessiti.	107
Figure 7.23: Aree di Onyx al'interno del <i>layer</i> di carbonio individuate con ImageJ.	108
Figure 7.24: Confronto tra le curve forza-spostamento numerica e sperimentale del secondo allestimento di prova.	109
Figure 7.25: Zoom delle curve forza-spostamento nel primo tratto.....	110
Figure 7.26: Mappa dei <i>failure index</i> del secondo setup impostando una compressione di 100 N.....	111
Figure 7.27: Mappa dei <i>failure index</i> del secondo setup impostando una compressione di 200 N.....	111

Indice delle tabelle

Table 1: Parametri dell'Onyx. Fonte: G. Francabandiera [2].	13
Table 2: Caratteristiche del carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].	14
Table 3: Caratteristiche del carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].	28
Table 4: Deformazioni medie nella configurazione 1.	29
Table 5: Tensioni nella configurazione 1.	30
Table 6: Deformazioni medie nella configurazione 2.	31
Table 7: Tensioni nella configurazione 2.	31
Table 8: Resistenze massime per lamina rinforzata con carbonio. Fonte: G. Francabandiera [2].	76
Table 9: Confronto tra le percentuali ponderali nominale, sperimentale e numeriche di fibra.	85

Bibliografia e Sitografia

- [1] B. Zuccarello, *Progettazione meccanica con materiali non convenzionali*, dispense universitarie, Palermo, 2002.
- [2] G. Francabandiera, *Prestazioni meccaniche di busti ortopedici in PETG: limiti della termoformatura e progettazione di strutture di rinforzo*, Tesi di Laurea, A.A. 2025/2026.
- [3] Morano et al., 2025 – A Comprehensive Literature Review of Total Hip Arthroplasty: Part 1—Biomaterials.
- [4] ASTM International, *ASTM D3039/D3039M-00e1, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials*, ASTM International, 2002.
- [5] Zimmer Biomet, *Avenir® Hip System: Surgical Technique*, documento tecnico.
- [6] G. Bergmann, F. Graichen, A. Rohlmann, A. Bender, B. Heinlein, G.N. Duda, M.O. Heller and M.M. Morlock, “Realistic loads for testing hip implants,” *Bio-Medical Materials and Engineering*, vol. 20, pp. 65–75, 2010.
<https://doi.org/10.3233/BME-2010-0616>.
- [7] Turchetti Gloria, *Il problema della corrosione nella protesi all'anca*. Tesi di laurea, Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica, Università degli Studi di Padova, A.A. 2021/2022.
- [8] Joun S. Kim, *A comparison study of composite laminated plates with holes under tension*, Tesi di laurea, Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale, Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 2017.

Ringraziamenti

Volevo ringraziare i miei relatori, la Prof.ssa Stefania Marconi e il Prof. Gianluca Alaimo, per avermi seguita in questo ultimo percorso dedicandomi del tempo e fornendomi indispensabili consigli.

Un ringraziamento fondamentale lo devo alla mia correlatrice Beatrice che, con il suo aiuto prezioso, ha reso gli ultimi mesi del percorso meno faticosi. La sua costante presenza sotto forma di guida ha permesso di non perdermi anche quando sembrava non tornasse nessun risultato.

Un ringraziamento speciale va alla mia grande famiglia che rappresenta da sempre il punto di partenza e di riferimento della mia vita, oltre ad essere il mio più grande orgoglio. Nella vita ci sono due cose che non puoi comprare in nessun modo: la salute e l'amore. Di quest'ultimo ne ricevo ogni giorno dalla mia famiglia in una quantità che va moltiplicata per sei.

Volevo ringraziare la mamma e il papà prima di tutto per l'opportunità che mi hanno dato di poter studiare e per la fiducia che ripongono nelle mie capacità.

Volevo ringraziare mia sorella Lucrezia per aver sempre rappresentato una persona a cui aspirare per la determinazione e la forza nel raggiungere i propri obiettivi.

Volevo ringraziare mio fratello Elvio per i momenti insieme che mi fanno dimenticare che sto crescendo e che a quest'età dovrei essere già considerata un'adulta.

Volevo ringraziare mio fratello Zeno per rappresentare l'ago della bilancia che riporta l'equilibrio in ogni momento di condivisione della famiglia in cui qualcuno (non faccio nomi) esagera.

Volevo ringraziare mia sorella Ginevra per essere la persona con cui passare del tempo insieme come persona libera senza sentire mai il peso del giudizio e delle aspettative.

Vi voglio bene.

Non posso non ringraziare la mia amica Captain Capra che non ho mai chiamato con il nome di battesimo e sicuramente non inizierò adesso. Penso siano poche le persone che possano vantarsi di avere un'amicizia come la nostra: assolutamente non perfetta ma duratura, costante e priva di ogni tipo di invidia e gelosia. E' proprio vero che chi trova un amico trova un tesoro, ma non è mai stato detto che l'amicizia va anche mantenuta attivamente giorno per giorno. Sono grata di averti conosciuta, ma ancora di più di aver superato con te moltissime difficoltà dovute ai nostri caratteracci (più il tuo però). Grazie perché ci sei sempre, mi ascolti sempre, non mi giudichi mai e sei sempre felice dei miei successi.

Un grazie insostituibile va alle mie amiche Alessandra, Gaia, Matilde e Viola che da anni mi accompagnano in tutti i cambiamenti della mia vita. Grazie ad Alessandra per le numerose camminate che mi sono servite troppo spesso per staccare la testa da questa pesantissima università. Grazie a Gaia per essere una fonte di forza e di indipendenza a cui aspirare. Grazie a Matilde, mia compagna di scuola dall'asilo alle superiori, per essere stata il volto amico e la certezza in tutte queste situazioni di cambiamento. Grazie a Viola, mia compagna da sempre nelle sfighe di gruppo e nelle scelte sbagliate, perché noi siamo troppo buone per gli altri.

Ringrazio Elena per aver rappresentato l'unica luce in questo buio che è stata l'università. Non so come avrei fatto senza di te a trovare una qualsiasi aula o a rispettare una scadenza, ma soprattutto ad affrontare tutte le difficoltà del nostro percorso con il sorriso.

Grazie Giorgio per rendere le nostre colazioni incontri in cui prendere in giro Hamonet e in cui dire cose completamente senza senso.

Grazie Hamonet per rendere le nostre colazioni motivo per me e Giorgio di imparare sempre nozioni che conosci solo tu.

Infine, perché il dolce viene servito per ultimo, volevo ringraziare il mio fidanzato Aron a cui dedico questa tesi.

Sarà difficile esprimere a parole la gratitudine che provo nei confronti del ragazzo che da 10 anni crede nelle mie capacità anche quando io non ci riesco più. Il traguardo che ho raggiunto oggi non solo non sarebbe stato possibile senza il suo aiuto, psicologico e scolastico, ma non avrebbe nemmeno lo stesso sapore. Il tempo che ha dedicato ad aiutarmi in attività di ogni tipo, dallo spiegarmi cosa sono i momenti (ancora da capire) allo svolgere il ruolo di *mental coach*, è stato inquantificabile e indispensabile per non finire in terapia i primi due anni di università. Quando ci penso non riesco a comprendere come una persona, in particolare un uomo, possa essere così generosa e così empatica da dedicare tanto tempo ad un altro individuo senza mai farlo pesare o senza mai chiedere nulla in cambio. Stare insieme a lui mi permette di riuscire a pensare lucidamente anche nei momenti più incasinati della vita perché la sua sola presenza infonde dentro di me un senso di protezione e di coraggio tale per cui tutto sembra fattibile. Grazie amore.

