



UNIVERSITÀ
DI PAVIA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E
DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN
BIOINGEGNERIA

TESI DI LAUREA

“Diagnosi del tumore al seno a onde millimetriche: sviluppo di un
modello numerico per la simulazione di sistemi di acquisizione
planari per imaging 3D”

Candidata: Marta Alvario

Relatori: Prof.ssa Simona Di Meo

Prof. Marco Pasian

A.A 2024/2025

Indice

<i>Abstract</i>	1
<i>Capitolo 1. Introduzione</i>	3
1.1 Il contesto clinico: l'importanza della diagnosi precoce	3
1.2 L'evoluzione verso l'imaging a onde millimetriche	5
1.3 Obiettivi e contributi del lavoro di tesi	7
1.4 Struttura dell'elaborato	9
<i>Capitolo 2. Stato dell'arte dei sistemi di imaging a microonde</i>	10
2.1 Evoluzione storica e motivazioni cliniche	10
2.1.1 I limiti diagnostici della mammografia convenzionale	11
2.1.2 Proprietà dielettriche dei tessuti e modelli di dispersione	11
2.1.3 Il compromesso fisico tra penetrazione e risoluzione	12
2.2 Tecniche basate su approccio Tomografico	13
2.2.1 Caratterizzazione tissutale e potenzialità diagnostiche	14
2.2.2 Il Problema Inverso non-lineare e mal posto	14
2.2.3 Strategie algoritmiche e carico computazionale	15
2.2.4 Implementazione hardware e barriere cliniche	16
2.3 Tecniche basate su approccio Radar (UWB)	18
2.3.1 Principi di localizzazione delle discontinuità dielettriche	18
2.3.2 Algoritmi di Beamforming: Il ruolo del Delay-and-Sum (DAS)	19
2.3.3 Il problema del clutter e la riflessione della pelle	21
2.3.4 Sfide cliniche, limiti di risoluzione e transizione verso le onde millimetriche	22
2.4 Imaging a Onde Millimetriche (mm-waves)	23
2.4.1 Il superamento del limite risolutivo	23

2.4.2 I limiti dell'approccio 2D	24
2.4.3 L'evoluzione verso il 3D e lo scopo del presente lavoro di tesi	26
<i>Capitolo 3. Sviluppo e Validazione del Modello Numerico</i>	28
3.1 Setup Elettromagnetico e Generazione dei Dati	29
3.2 Validazione Bidimensionale dell'Algoritmo DAS.....	32
3.2.1 Analisi nel dominio del tempo e validazione fisica	34
3.2.2 Focalizzazione spaziale tramite algoritmo DAS	36
3.2.3 Risultati della ricostruzione bidimensionale	39
3.3 Ricostruzione Volumetrica 3D e Ottimizzazione dell'Array	41
3.3.1 Ottimizzazione Computazionale e Segnale Analitico	41
3.3.2 Estensione Volumetrica dell'Algoritmo DAS	45
3.3.3 Studio Topologico e Sottocampionamento dell'Array	49
3.3.4 Considerazioni Conclusive.....	58
3.4 Estensione a Scenari Operativi Realistici	58
3.4.1 Ricostruzione di Geometrie Estese: Limiti di Risoluzione e Upgrade del Sistema.....	59
3.4.2 Transizione allo Scenario Operativo: Il Tessuto Adiposo e l'Equazione Radar.....	70
3.4.3 Il Limite Strumentale: Rumore Termico e Rapporto Segnale- Rumore (SNR)	76
3.5 Sviluppo del Modello a Doppio Strato (Aria-Grasso) e Compensazione dell'Interfaccia	99
3.5.1 Aggiornamento del Modello Diretto: Ray Tracing e Propagazione Stratificata.....	100
3.5.2 Upgrade dell'Algoritmo DAS: Risolutore Iterativo e Compensazione del Defocusing.....	104

3.5.3 Validazione dell'Architettura Compensata in Ambiente Stratificato	106
3.5.4 Stress Testing: Analisi dei Limiti Operativi.....	109
3.6 Sintesi del Capitolo	120
<i>Capitolo 4. Conclusioni.....</i>	<i>121</i>
<i>Bibliografia.....</i>	<i>123</i>
<i>Ringraziamenti.....</i>	<i>127</i>

Abstract

Il carcinoma mammario richiede diagnosi tempestive per garantire percorsi terapeutici efficaci. Le tecniche di screening tradizionali presentano limitazioni intrinseche specialmente nei tessuti radiograficamente densi. L'imaging radar a microonde emerge come un'alternativa diagnostica sicura e promettente sfruttando il netto contrasto dielettrico tra il tessuto adiposo sano e le lesioni neoplastiche. I sistemi operanti a frequenze inferiori ai 15 GHz difettano tuttavia della risoluzione spaziale necessaria per identificare bersagli sub-centimetrici. Per infrangere questo limite, la ricerca recente si è rivolta allo spettro delle onde millimetriche ottenendo risultati eccellenti ma limitati prevalentemente a modelli bidimensionali. Il presente lavoro pone le basi teoriche e computazionali per un innovativo sistema di imaging radar tridimensionale a onde millimetriche, attraverso lo sviluppo e la validazione di un modello numerico atto a dimostrare la fattibilità diagnostica di ricostruzioni volumetriche ad alta risoluzione.

Il nucleo del lavoro risiede nello sviluppo in ambiente MATLAB di un modello numerico dedicato alla generazione di matrici di scattering sintetiche con antenne in configurazione planare, passaggio fondamentale per la successiva ricostruzione volumetrica (3D) delle immagini tramite algoritmo Delay-and-Sum (DAS). Lo studio avanza per gradi partendo dalla validazione dei modelli planari noti in letteratura per poi compiere la completa transizione verso il dominio 3D esplorando inizialmente, in spazio libero, la risposta di un singolo centro di scattering isolato, per valutare le prestazioni di diverse topologie geometriche dell'array sintetico. Successivamente, le simulazioni si estendono all'analisi di geometrie complesse, fase in cui i limiti teorici di risoluzione spaziale

impongono un'ottimizzazione del setup strumentale. L'analisi ha confermato che solo l'estensione dello spettro operativo (18-40 GHz) congiunta all'ampliamento dell'array (matrice 10x10) garantisce la risoluzione spaziale necessaria per una corretta ricostruzione morfologica, giustificandone l'adozione per tutte le successive indagini volumetriche.

Definita l'architettura operativa, l'ambiente di propagazione viene progressivamente alterato transitando dallo spazio libero omogeneo a un mezzo dissipativo equivalente al tessuto adiposo. In questo scenario viene condotto uno studio quantitativo rigoroso introducendo il rumore termico per testare la resilienza dell'algoritmo di ricostruzione. L'iter simulativo si conclude con l'implementazione del modello stratificato aria-grasso, che sfrutta un risolutore numerico basato sulla Legge di Snell per determinare l'esatto cammino ottico dei segnali, permettendo così una corretta focalizzazione in ambienti disomogenei. Lo strato cutaneo è stato programmaticamente omesso per evitare che le forti riflessioni superficiali mascherino la risposta del bersaglio, in stretta continuità metodologica con i precedenti studi bidimensionali. In queste condizioni realistiche il sistema dimostra di poter localizzare la massa anomala preservandone la comprensibilità morfologica fino a una profondità clinica di circa 4 centimetri.

Capitolo 1.

Introduzione

1.1 Il contesto clinico: l'importanza della diagnosi precoce

Il carcinoma mammario rappresenta attualmente la patologia neoplastica più diagnosticata nella popolazione femminile a livello mondiale. Dal punto di vista clinico, l'efficacia del percorso terapeutico e il tasso di sopravvivenza a lungo termine sono strettamente legati alla tempestività della diagnosi. Le statistiche cliniche confermano infatti che la sopravvivenza a cinque anni si attesta tra l'80% e il 90% per i tumori rilevati in fase precoce. Questo valore crolla drasticamente ad appena il 24% qualora la diagnosi avvenga in uno stadio clinico avanzato [1]. L'individuazione del tumore nelle sue fasi iniziali costituisce quindi il fattore determinante per ridurre la mortalità e limitare il ricorso a interventi chirurgici invasivi [1]. Si delinea così la necessità inequivocabile di tecnologie capaci di rilevare in modo affidabile lesioni di dimensioni sub-centimetriche.

Attualmente, il *gold standard* per i programmi di screening preventivo è rappresentato dalla mammografia a raggi X. Pur essendo uno strumento di comprovata efficacia nell'indagine di massa presenta limitazioni intrinseche non trascurabili. L'impiego di radiazioni ionizzanti ne impedisce l'utilizzo frequente e lo rende inadatto in donne giovani o in gravidanza. La necessità di comprimere meccanicamente la mammella genera inoltre un forte discomfort e disincentiva spesso l'adesione periodica all'esame [1], [2]. Le criticità emergono con maggiore forza nei seni cosiddetti radiograficamente densi dove il tessuto ghiandolare sano

tende a mascherare la presenza di masse tumorali [2], [3]. Gli studi clinici evidenziano tassi di falsi negativi che oscillano dal 4% al 34% e un tasso di falsi positivi estremamente elevato che può sfiorare il 70% [1]. È stato inoltre stimato che fino al 15% dei tumori sfugga del tutto a questa tipologia di screening [2].

La pratica clinica si avvale regolarmente di tecniche diagnostiche complementari per arginare tali limiti strutturali. Anche queste soluzioni presentano però barriere applicative significative per uno screening su larga scala. L'ecografia risulta sicura e vantaggiosa nei seni densi ma si conferma un esame fortemente dipendente dall'esperienza dell'operatore. Questa tecnica fatica a individuare le micro-calcificazioni tipiche del carcinoma precoce e genera un elevato tasso di falsi positivi. Tale imprecisione porta spesso all'esecuzione di biopsie non necessarie causando un forte impatto psicologico sulle pazienti [1]. La Risonanza Magnetica offre una sensibilità elevatissima a fronte di costi ingenti e tempi di esame prolungati tra i 20 e i 90 minuti. L'indagine risulta spesso claustrofobica ed è controindicata in pazienti portatrici di pacemaker o in gravidanza [1]. La Tomografia a Emissione di Positroni si rivela utile per la conferma diagnostica ma comporta l'impiego di traccianti radioattivi. Essa mostra limiti oggettivi nell'individuazione di tumori inferiori a 7 mm o a lenta crescita e rischia di produrre ulteriori falsi positivi in presenza di aree con alta attività metabolica benigna dovuta a infezioni o infiammazioni [1].

È in risposta a queste molteplici limitazioni strutturali, logistiche ed economiche che la ricerca ingegneristica ha rivolto la propria attenzione verso tecnologie diagnostiche alternative. L'attenzione si è concentrata sull'impiego di radiazioni a microonde non ionizzanti e sullo sfruttamento del contrasto dielettrico dei tessuti [1], [2]. La capacità dell'imaging a microonde di individuare le formazioni neoplastiche si basa sull'elevata

differenza di permittività dielettrica e conduttività tra le cellule sane e quelle maligne. Questa netta distinzione fisica è determinata dal maggiore contenuto di acqua e dalla fitta vascolarizzazione tipici delle lesioni tumorali [4], [5]. Tali caratteristiche spiccano in netto contrasto con il tessuto adiposo circostante a basso contenuto di acqua che costituisce gran parte del volume mammario. Le microonde utilizzate in queste applicazioni mediche garantiscono una sicurezza assoluta per il paziente. Operano infatti a potenze estremamente ridotte e ampiamente inferiori ai limiti normativi di assorbimento specifico con valori tipici al di sotto di 0.08 W/kg. Evitano del tutto l'uso di mezzi di contrasto chimici e si propongono come una soluzione diagnostica non invasiva e altamente promettente per la diagnosi precoce [1].

1.2 L'evoluzione verso l'imaging a onde millimetriche

Negli ultimi decenni, l'imaging a microonde ha guadagnato un crescente interesse come modalità di screening sicura e non invasiva. Il principio fisico fondante sfrutta il notevole contrasto dielettrico esistente tra i tessuti sani dominati dall'adipe e le formazioni maligne. Studi sperimentali su vasta scala hanno misurato rapporti di permittività e conducibilità elettrica che possono raggiungere valori di 10 a 1. Questo divario è imputabile alla massiccia vascolarizzazione e all'elevato contenuto d'acqua intrinseco delle cellule neoplastiche [4].

Nonostante questa eccellente premessa biologica i sistemi radar convenzionali operanti a frequenze centrali inferiori ai 15 GHz si scontrano con un limite fisico innescato proprio dalla propagazione elettromagnetica. Nel tessuto adiposo la bassa permittività dielettrica si traduce in una lunghezza d'onda comparativamente grande [1], [2]. Un tipico sistema diagnostico centrato a 5 GHz offre una risoluzione assiale di alcuni centimetri. Un valore simile risulta del tutto insufficiente per

garantire l'identificazione precoce di lesioni sub-centimetriche e relega queste architetture a un ruolo puramente sperimentale [5], [6]. Per infrangere questa barriera risolutiva la ricerca ingegneristica ha recentemente rivolto l'attenzione verso l'impiego delle onde millimetriche sfruttando lo spettro superiore ai 18 GHz [7], [8]. L'impiego di queste altissime frequenze in ambito biomedico è stato storicamente ostacolato dal timore di un'eccessiva attenuazione del segnale e di una conseguente perdita di penetrazione profonda. Recenti indagini sperimentali hanno ampiamente sfatato questo limite dimostrando che nei seni caratterizzati da un'elevata percentuale di tessuto adiposo le perdite dielettriche si mantengono sufficientemente contenute. Tali condizioni permettono alle onde di propagarsi per diversi centimetri garantendo la scansione totale del tessuto mammario in configurazione compressa [6], [7]. Transitando verso architetture a banda estesa centrate ad esempio a 29 GHz è possibile abbattere drasticamente la lunghezza d'onda operativa. Questo salto tecnologico affina la risoluzione teorica fino a valori prossimi a 3.9 mm in profondità e 1.7 mm trasversalmente promettendo un'accuratezza diagnostica senza precedenti [5], [6].

La vera sfida ingegneristica odierna consiste nel tradurre questi segnali a banda ultra-larga in ricostruzioni tridimensionali clinicamente affidabili. Il passaggio dalla bidimensionalità alla modellazione 3D diretta si è reso necessario per gestire i complessi vettori di campo e le geometrie arbitrarie delle lesioni eliminando le approssimazioni eccessive dei modelli planari. Questa transizione comporta sfide analitiche estremamente gravose [1], [2]. Il primo ostacolo risiede nella gestione rigorosa dei fenomeni di riflessione superficiale. Il brusco salto di permittività riscontrato al confine tra lo spazio libero e il volume mammario genera infatti un segnale riflesso di forte intensità. Tale artefatto superficiale rischia di sovrapporsi

alle deboli eco retro-diffuse provenienti dai bersagli profondi compromettendo la qualità finale dell'immagine [1], [6], [9].

Per arginare queste criticità e massimizzare il contrasto della ricostruzione la ricerca scientifica si è focalizzata sull'ottimizzazione degli algoritmi di focalizzazione spaziale [1], [10]. In questo contesto l'approccio Delay-and-Sum si distingue per la capacità di coniugare un onere computazionale contenuto con una spiccata efficacia nella localizzazione del bersaglio. Tale metodo permette di sommare coerentemente i contributi spettrali raccolti dalle antenne trasformando i dati grezzi in mappe di intensità tridimensionale [1], [5]. Esplorare le potenzialità della banda estesa in sinergia con questi algoritmi rappresenta oggi la via maestra per potenziare il guadagno di elaborazione garantendo la fedeltà morfologica della lesione anche in scenari diagnostici complessi.

1.3 Obiettivi e contributi del lavoro di tesi

Il presente elaborato raccoglie questa sfida tecnologica proponendosi di sviluppare e validare un sistema di imaging radar tridimensionale a onde millimetriche. L'obiettivo primario consiste nello sviluppo di un modello numerico dedicato alla generazione di matrici di scattering sintetiche per dimostrare il potenziale diagnostico e la fattibilità tecnico-strumentale di ricostruzioni volumetriche ad alta risoluzione. Lo studio opera attraverso una rigorosa progressione metodologica che pone il suo baricentro sulla modellazione numerica avanzata per gettare le basi della futura trasposizione fisica.

Il cuore della ricerca coincide con lo sviluppo integrale in ambiente MATLAB di un modello numerico dedicato alla generazione di matrici di scattering sintetiche con array in configurazione planare. Per garantire una validazione robusta lo studio avanza attraverso step analitici a complessità

crescente. Il percorso prende le mosse dalla valutazione di un singolo centro di scattering isolato in un modello bidimensionale in spazio libero per poi compiere la necessaria transizione verso il dominio 3D. Su questo target elementare viene inizialmente condotta un'analisi spaziale confrontando diverse configurazioni geometriche dell'array sintetico per valutarne l'impatto focalizzante. Successivamente le simulazioni si estendono all'analisi di geometrie complesse costituite da un denso insieme di punti. Proprio su questi target estesi viene eseguito il fondamentale confronto parametrico sull'architettura spettrale. La ricerca documenta e giustifica il passaggio strategico dalla configurazione ristretta originaria 8x8 operante tra 26.5 e 40 GHz a una configurazione espansa 10x10 operante tra 18 e 40 GHz. Questa decisione progettuale risulta determinante per migliorare sensibilmente la risoluzione assiale del sistema e stabilisce l'architettura di riferimento per le successive indagini volumetriche. L'ambiente di propagazione viene quindi alterato transitando dallo spazio libero omogeneo a un mezzo dissipativo equivalente al tessuto adiposo. In questo scenario viene introdotto il rumore termico per valutare quantitativamente la robustezza dell'algoritmo al deterioramento del Rapporto Segnale-Rumore (SNR). L'iter simulativo si conclude con lo studio del modello stratificato aria-grasso, implementando un risolutore numerico basato sulla Legge di Snell per tenere in conto della distorsione del cammino ottico indotta dalla rifrazione all'interfaccia. Il sottile strato cutaneo è stato programmaticamente omissso per evitare che le forti riflessioni superficiali mascherino la risposta del bersaglio, in stretta continuità metodologica con i precedenti studi bidimensionali [5], [6], [8]. In queste condizioni operative realistiche il sistema dimostra la capacità di localizzare la massa anomala preservandone la comprensibilità morfologica fino a una profondità clinica di circa 4 centimetri.

1.4 Struttura dell'elaborato

La trattazione è organizzata seguendo un percorso logico progettato per accompagnare il lettore dai fondamenti teorici fino alla validazione algoritmica e strumentale. I contenuti sono articolati nei seguenti capitoli:

- Il **Capitolo 2** presenta una revisione critica dello stato dell'arte sui sistemi di imaging a microonde. Il testo confronta l'approccio tomografico e quello radar a banda ultra-larga definendo i fondamenti fisici e le proprietà dielettriche dei tessuti biologici. Vengono poi delineati i limiti attuali che giustificano la transizione verso le onde millimetriche e in particolare lo sviluppo di architetture di imaging tridimensionale.
- Il **Capitolo 3** è interamente dedicato allo studio numerico e all'implementazione algoritmica. Il testo espone la formulazione matematica del modello diretto per la sintesi delle matrici di scattering e descrive il funzionamento del codice di focalizzazione spaziale. La trattazione ripercorre l'intera progressione simulativa partendo dalle indagini elementari in spazio libero per poi affrontare la complessa transizione verso la modellazione tridimensionale. All'interno del capitolo trovano ampio spazio le valutazioni comparative sulle configurazioni geometriche dell'array e sull'ottimizzazione delle bande operative. Il percorso prosegue con lo studio quantitativo sulla resilienza al rumore termico e si conclude analizzando le prestazioni del sistema in scenari stratificati integrando la compensazione analitica del salto dielettrico superficiale.
- Il **Capitolo 4**, infine, raccoglie le conclusioni del lavoro svolto, riassumendo i risultati ottenuti e delineando le prospettive e i futuri sviluppi della ricerca.

Capitolo 2.

Stato dell'arte dei sistemi di imaging a microonde

Questo capitolo delinea il panorama tecnologico e scientifico relativo all'impiego delle microonde per la diagnostica senologica. La prima parte del testo analizza le motivazioni cliniche e i principi fisici che hanno spinto la ricerca a esplorare l'uso di radiazioni non ionizzanti come alternativa complementare agli strumenti tradizionali. L'indagine prosegue con una valutazione critica dei due macro-approcci tipicamente utilizzati, quali le tecniche tomografiche e quelle basate su architetture radar a banda ultra-larga (UWB). L'ultima sezione si concentra, infine, sul recente passaggio all'imaging a onde millimetriche (mm-waves) e sulla transizione verso sistemi di acquisizione tridimensionale, elementi che costituiscono le fondamenta teoriche su cui si basa il modello numerico sviluppato nel presente lavoro di tesi.

2.1 Evoluzione storica e motivazioni cliniche

L'interesse della comunità scientifica verso l'impiego delle microonde per la diagnostica medica non rappresenta una proposta isolata e recente, ma costituisce il risultato di un'evoluzione tecnologica maturata progressivamente negli ultimi decenni del XX secolo [1], [7]. La spinta principale dietro questo filone di ricerca risiede nella necessità critica di individuare soluzioni diagnostiche sicure che possano affiancare o integrare le metodologie di screening attuali.

2.1.1 I limiti diagnostici della mammografia convenzionale

La mammografia a raggi X è tuttora considerata il *gold standard* nei programmi di prevenzione su larga scala. Tuttavia, la sua comprovata efficacia si scontra con limiti strutturali ampiamente documentati in letteratura. L'impiego di radiazioni ionizzanti ne restringe intrinsecamente la frequenza di utilizzo a causa del rischio radiologico cumulativo, impedendone l'uso per monitoraggi ravvicinati nel tempo. A questo si aggiunge la necessità di una forte compressione meccanica della mammella, una procedura spesso dolorosa che condiziona negativamente l'accettabilità dell'esame da parte delle pazienti [1], [2].

Oltre all'aspetto legato al discomfort, esiste una criticità puramente diagnostica legata alla densità dei tessuti. Nei seni definiti "radiograficamente densi", caratteristici di una porzione significativa della popolazione femminile, in particolare in età pre-menopausale, il contrasto radiografico tra il tessuto neoplastico e quello ghiandolare sano risulta minimo. Entrambi i tessuti, infatti, presentano un coefficiente di attenuazione dei raggi X molto simile [1], [2], [3]. Questa ambiguità fisica si traduce inevitabilmente in un calo della sensibilità del sistema, innalzando la probabilità di falsi negativi proprio in quelle fasi precoci in cui l'intervento terapeutico risulta più efficace. L'imaging a microonde interviene in questo contesto proponendo un radicale cambio di paradigma spostando l'attenzione diagnostica dalla densità radiografica alla disomogeneità delle proprietà dielettriche dei tessuti [2], [4].

2.1.2 Proprietà dielettriche dei tessuti e modelli di dispersione

Il fondamento teorico su cui poggia l'imaging a microonde è la marcata differenza nella risposta elettromagnetica dei tessuti biologici se esposti ad alta frequenza. Per formalizzare matematicamente tale comportamento,

l'elettromagnetismo applicato si avvale della permittività dielettrica complessa, definita come $\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')$, che in forma relativa diventa $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$. In quest'ultima formulazione, la parte reale ε' (permittività dielettrica relativa) quantifica la capacità del mezzo di immagazzinare energia attraverso meccanismi di polarizzazione, mentre la parte immaginaria ε'' , legata alla conducibilità elettrica dalla relazione $\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$, quantifica invece le perdite energetiche di natura dissipativa all'interno del mezzo [11].

Studi pionieristici di caratterizzazione *ex-vivo* hanno evidenziato che le formazioni neoplastiche presentano valori di ε' e σ significativamente superiori rispetto al tessuto sano circostante, con rapporti di contrasto che possono raggiungere e superare la soglia di 10:1 [4]. Tale discrepanza riflette la fisiologia della genesi tumorale, la quale è tipicamente accompagnata da un'intensa angiogenesi, da un'elevata densità cellulare e, di conseguenza, da una massiccia presenza di acqua e sangue intracellulare rispetto all'ambiente lipidico del tessuto adiposo [1], [4]. In ambito di modellazione numerica, questo comportamento, che risulta fortemente dispersivo al variare della frequenza, viene riprodotto utilizzando modelli empirici avanzati, come l'equazione di Cole-Cole. Tali modelli permettono di mappare con accuratezza l'andamento delle costanti dielettriche nell'intero spettro di interesse, fornendo i parametri fisici essenziali per alimentare i solutori elettromagnetici impiegati nelle simulazioni [4], [11], [12], [13].

2.1.3 Il compromesso fisico tra penetrazione e risoluzione

Nelle sue fasi iniziali, la progettazione dei sistemi a microonde si è concentrata sull'impiego di frequenze relativamente basse, collocate prevalentemente nel range tra 1 e 15 GHz. Questa banda operativa

rappresentava un compromesso ingegneristico obbligato tra la necessità di ottenere una buona risoluzione spaziale e l'esigenza di garantire una profondità di penetrazione sufficiente.

Nelle bande di frequenza inferiori, l'attenuazione subita dal segnale elettromagnetico è contenuta, permettendo all'onda di penetrare l'intero volume mammario senza disperdere completamente l'energia incidente [1], [14]. Di contro, operare con lunghezze d'onda centimetriche impone un severo limite fisico alla capacità del sistema di rilevare dettagli spaziali minuti, rendendo complessa o del tutto impossibile la discriminazione di lesioni tumorali nell'ordine di pochi millimetri. Come verrà ampiamente discusso nei paragrafi a seguire, la necessità di infrangere questa barriera risolutiva ha stimolato la ricerca più recente a esplorare frequenze nettamente superiori, aprendo la strada all'impiego delle onde millimetriche supportate da reti di antenne (array) sempre più complesse e performanti [6], [7].

2.2 Tecniche basate su approccio Tomografico

L'imaging tomografico a microonde (Microwave Tomography, MWT) rappresenta l'approccio "quantitativo" per eccellenza nel panorama della diagnostica elettromagnetica [1], [11]. Mentre le metodologie radar, come si vedrà nel paragrafo successivo, si focalizzano primariamente sulla localizzazione spaziale delle interfacce di discontinuità dielettrica per individuare i confini di una lesione, la tomografia ambisce a una ricostruzione completa e volumetrica del mezzo [1]. In termini ingegneristici, ciò si traduce nella generazione di immagini in cui ogni singolo voxel non restituisce semplicemente un'intensità di riflessione spaziale, ma mappa direttamente i valori fisici puntuali della permittività dielettrica complessa (ϵ) e della conducibilità (σ) [3], [11].

2.2.1 Caratterizzazione tissutale e potenzialità diagnostiche

Il razionale clinico che sostiene lo sviluppo e l'implementazione della tomografia risiede nel già citato contrasto dielettrico tra i tessuti sani e quelli neoplastici [4]. Una caratterizzazione dielettrica di tale precisione permetterebbe, in linea teorica, di discriminare tra diverse tipologie di lesioni come ad esempio cisti benigne, fibroadenomi o carcinomi infiltranti, basandosi esclusivamente sulla loro specifica firma elettromagnetica [14]. Tale capacità diagnostica avrebbe un impatto drastico sulla gestione sanitaria, riducendo significativamente il ricorso a procedure biotiche invasive e i relativi costi, migliorando al contempo la specificità dei programmi di screening [3], [15].

2.2.2 Il Problema Inverso non-lineare e mal posto

La sfida principale che ha storicamente limitato l'adozione clinica della tomografia è di natura matematica e computazionale. La ricostruzione di una mappa dielettrica richiede infatti la risoluzione di un "problema di scattering inverso" (Inverse Scattering Problem, ISP), considerato tra le sfide analitiche più ardue dell'elettromagnetismo applicato [14].

In termini fisici, l'obiettivo della tomografia è ricavare la cosiddetta "funzione di contrasto", ovvero mappare la differenza relativa tra le proprietà dielettriche delle eventuali lesioni e quelle del tessuto sano di background [11], [14]. Tuttavia, il legame tra i segnali elettromagnetici misurati all'esterno dalle antenne e le proprietà dei tessuti interni è intrinsecamente *non lineare*. L'onda incidente, infatti, attraversando il volume mammario, subisce continui fenomeni di diffrazione, rifrazione e riflessioni multiple (scattering multiplo). Di conseguenza, il campo elettromagnetico totale che si instaura all'interno del seno non è una semplice somma dei campi incidenti, ma dipende a sua volta dalla

distribuzione stessa dei tessuti che il sistema sta cercando di ricostruire [14], [16].

In aggiunta a questa severa non-linearità, il problema di scattering inverso è classificato matematicamente come *mal posto* (*ill-posed*) [14]. Ciò implica che la soluzione non è garantita come unica e, criticità ancor più rilevante a livello ingegneristico, non dipende con continuità dai dati. Di conseguenza, il sistema di inversione risulta sensibile al rumore termico e di misura. Perturbazioni infinitesime nei dati acquisiti, dovute ad esempio al *Noise Figure* dei ricevitori, a incertezze nel posizionamento delle antenne o a derive di fase nei cavi coassiali, rischiano di amplificarsi a dismisura nel processo di calcolo, traducendosi in artefatti macroscopici e soluzioni fisicamente inconsistenti nell'immagine finale [11], [14].

2.2.3 Strategie algoritmiche e carico computazionale

La risoluzione pratica di un problema inverso così complesso avviene necessariamente attraverso l'impiego di sofisticati algoritmi iterativi non lineari [14]. Tra i metodi più noti e consolidati in letteratura per l'approccio tomografico si annovera, ad esempio, il *Distorted Born Iterative Method* (DBIM) [1], [16]. Dal punto di vista operativo, queste classi di algoritmi partono da una stima iniziale della mappa dielettrica (spesso ipotizzando un mezzo omogeneo) e utilizzano un solutore numerico (*Forward Solver*) per calcolare il campo elettromagnetico teoricamente atteso. La discrepanza tra i campi simulati e quelli realmente misurati viene quindi utilizzata per aggiornare progressivamente la mappa dielettrica, in un pesante ciclo di ottimizzazione che si ripete fino al raggiungimento della convergenza [1], [16].

Per arginare l'instabilità dovuta al problema *mal posto* matematico descritto in precedenza, tali algoritmi devono integrare tecniche di

regolarizzazione. Queste tecniche impongono vincoli matematici alla soluzione o integrano informazioni *a priori* (ad esempio la sagoma esterna del seno), costringendo l'algoritmo a convergere verso risultati fisicamente plausibili [11]. Tuttavia, questo approccio incrementa vertiginosamente un carico computazionale già gravoso. In uno scenario tridimensionale (3D) reale, ogni iterazione comporta la risoluzione di matrici di enormi dimensioni. Ciò porta i tempi di ricostruzione nell'ordine delle diverse ore, richiedendo spesso workstation dotate di accelerazione hardware [8]. Questa estrema latenza computazionale rappresenta attualmente uno dei principali "colli di bottiglia" per un impiego clinico diffuso, giustificando la ricerca di modelli analitici più rapidi ed efficienti [8].

2.2.4 Implementazione hardware e barriere cliniche

Dal punto di vista dell'implementazione fisica e strumentale, l'architettura necessaria per un sistema tomografico di precisione introduce ulteriori variabili di disturbo. Sistemi di eccellenza e pionieri in questo campo, come i prototipi sviluppati presso il Dartmouth College, prevedono tipicamente l'immersione della mammella all'interno di un serbatoio contenente un liquido di accoppiamento (spesso miscele modulate di acqua e glicerina o oli specifici) [3], [15].

Il ruolo di questo *matching medium* è ingegneristicamente essenziale. Esso serve a adattare l'impedenza delle antenne a quella del corpo umano, mitigando la fortissima riflessione speculare che si verificherebbe all'interfaccia aria-pelle. Senza tale liquido, la maggior parte dell'energia a microonde verrebbe riflessa all'esterno, oscurando di fatto i deboli segnali di scattering provenienti dalle lesioni situate in profondità [1], [11], [15].

Nonostante la validità elettromagnetica di questa soluzione, l'impiego di mezzi fluidi solleva criticità logistiche e cliniche non trascurabili. Sorgono infatti problematiche legate alla necessità di una rigorosa sterilizzazione tra una paziente e l'altra, alla gestione di eventuali perdite e alla complessità di mantenere una calibrazione elettronica stabile in un mezzo fortemente dissipativo [1], [5], [15]. Inoltre, il sistema deve gestire una complessa matrice di switch per pilotare l'elevato numero di canali di trasmissione e ricezione, in cui ogni singolo componente hardware introduce perdite di inserzione e rumore aggiuntivo che devono essere rigorosamente compensati [1].

Oltre a queste criticità hardware, il limite forse più invalidante della tomografia resta la sua instabilità matematica. La risoluzione del problema inverso "alla cieca" (*blind inversion*) risulta infatti talmente mal posta da far collassare frequentemente gli algoritmi, producendo artefatti numerici e immagini spurie, specialmente all'aumentare della frequenza o in presenza di liquidi di accoppiamento non perfettamente adattati [11]. A riprova di questa fragilità, recenti studi propongono approcci ibridi in cui la tomografia deve necessariamente appoggiarsi a tecniche radar per poter funzionare. Lavori come quello di Baran et al. dimostrano infatti che un solutore tomografico fallisce se non gli viene fornita *a priori* una mappa spaziale delle interfacce dielettriche del seno ricavata, appunto, tramite approcci radar [11].

Queste ingenti barriere, unite alla consapevolezza che il principio radar garantisca una robustezza nettamente superiore nell'identificazione diretta delle interfacce tissutali, hanno stimolato la comunità scientifica a esplorare approcci diagnostici alternativi. È in questo contesto che si inseriscono le tecniche radar UWB e la transizione verso le onde millimetriche, le quali promettono un equilibrio significativamente più

efficace tra risoluzione spaziale, rapidità di calcolo e semplicità operativa [5], [6].

2.3 Tecniche basate su approccio Radar (UWB)

In parallelo agli sforzi per ottimizzare la complessa strumentazione tomografica, la comunità scientifica ha sviluppato una famiglia di tecniche diagnostiche alternative basate sull'approccio radar a banda ultra-larga (Ultra-Wideband, UWB) [1], [2]. A differenza della complessa ricostruzione quantitativa discussa nella sezione precedente, la filosofia radar si prefigge un obiettivo diagnostico qualitativo, ma computazionalmente molto più efficiente, che si basa sull'identificazione spaziale delle discontinuità dielettriche [1]. Invece di tentare di risolvere un problema inverso per stimare i valori esatti di permittività e conducibilità di ogni singolo voxel, i sistemi radar mirano a localizzare i punti all'interno del volume mammario in cui si verificano brusche variazioni di impedenza elettromagnetica [2]. Tale variazione è tipicamente associata all'interfaccia fisica tra il tessuto adiposo sano e la massa tumorale, la quale, possedendo un elevato contenuto d'acqua, agisce come un forte bersaglio disperdente (*scatterer*) [1], [4].

2.3.1 Principi di localizzazione delle discontinuità dielettriche

Il principio di funzionamento dei sistemi radar UWB si fonda sull'illuminazione del seno tramite impulsi elettromagnetici di brevissima durata, oppure tramite l'impiego di segnali a frequenza spazzolata (Stepped-Frequency Continuous Wave, SFCW) da cui è possibile sintetizzare la risposta nel dominio del tempo [2], [5]. Quando l'onda incidente incontra una regione con proprietà dielettriche marcatamente differenti rispetto al mezzo di background, una frazione dell'energia viene

riflessa verso le antenne riceventi sotto forma di segnale di *backscattering* [1].

La localizzazione del bersaglio avviene misurando il tempo di volo (Time of Flight, ToF) del segnale riflesso. Conoscendo la permittività reale media del tessuto adiposo interposto (ϵ'), è possibile stimare analiticamente la velocità di propagazione dell'onda nel mezzo come $v = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon'}}$, dove c_0 è la velocità della luce nel vuoto. Attraverso questa relazione, il ritardo temporale viene convertito direttamente in distanza spaziale [5], [7]. Questo approccio, storicamente definito "confocale", riduce drasticamente la complessità del problema matematico. Eliminando, infatti, la necessità di invertire equazioni non lineari e mal poste, esso permette la ricostruzione dell'immagine in tempi brevissimi, un vantaggio cruciale per l'applicabilità clinica [2], [9], [17], [18], [19], [20].

2.3.2 Algoritmi di Beamforming: Il ruolo del Delay-and-Sum (DAS)

Per tradurre i segnali sparsi registrati da un array di antenne in una mappa di riflettività tridimensionale coerente, l'approccio radar si avvale di algoritmi di focalizzazione sintetica, noti in letteratura come tecniche di *beamforming* [2], [17]. Tra questi, l'algoritmo *Delay-and-Sum* (DAS) rappresenta lo standard di riferimento per la sua robustezza e semplicità implementativa, costituendo peraltro il nucleo computazionale dei modelli sviluppati nel presente lavoro di tesi [8], [10].

Il DAS opera discretizzando il volume spaziale di indagine in una griglia di punti (voxel) identificati dal vettore posizione r . Dal punto di vista analitico, l'intensità $I(r)$ assegnata a ciascun voxel nell'immagine finale viene tipicamente definita a partire dalla somma coerente dei segnali, secondo la relazione:

$$I(r) = \left[\sum_{i=1}^M b_i(\tau_i(r)) \right]^2$$

dove M è il numero di canali di acquisizione (coppie di antenne trasmettenti e riceventi), b_i rappresenta il segnale di backscattering registrato all' i -esimo canale, e $\tau_i(r)$ è il ritardo di propagazione teorico per il tragitto dall'antenna trasmettente al punto focale r , e dal punto focale r all'antenna ricevente [17], [10]. Per tenere conto della natura impulsiva dei segnali radar, l'intensità finale del voxel viene estratta calcolando l'energia del segnale così sommato tramite integrazione su una specifica finestra temporale, garantendo una focalizzazione stabile. Il fondamento fisico alla base di questa operazione è il principio di sovrapposizione, il quale afferma che allineando temporalmente i segnali di quantità τ_i , se nel punto r è posizionato un target reale, i contributi si sommeranno in fase (interferenza costruttiva), generando un picco quadratico $I(r)$ nell'immagine. Al contrario, il rumore termico e i riflessi spuri tenderanno a sommarsi in modo asincrono (interferenza distruttiva), annullandosi sul fondo [10].

È opportuno menzionare che in letteratura sono state proposte varianti più sofisticate di questo beamformer (come il *Delay-Multiply-and-Sum*, DMAS [10], [17] e il Microwave Imaging via Space-Time, MIST [9]), progettate per sopprimere maggiormente il rumore di fondo [1]. Tuttavia, nel contesto di questo elaborato, in cui la sfida primaria è l'estensione dell'algoritmo al dominio tridimensionale (3D), il DAS classico rappresenta la scelta migliore. Esso garantisce infatti la massima stabilità algoritmica, mantenendo un onere computazionale sostenibile per validare geometricamente il modello volumetrico e lasciando l'implementazione di filtri avanzati a futuri sviluppi [5], [10]. Tale scelta trova riscontro in recenti studi di letteratura, la valutazione comparativa di diverse tecniche

di beamforming applicate a dati clinici reali ha infatti confermato che, sebbene algoritmi come il DMAS offrano un miglioramento del contrasto, il DAS classico rimane il compromesso ottimale e più robusto come algoritmo di base, specialmente in vista di complesse estensioni volumetriche [10].

2.3.3 Il problema del clutter e la riflessione della pelle

Sebbene concettualmente lineare, l'implementazione pratica del DAS deve affrontare ostacoli fisici severi, primo fra tutti la gestione del cosiddetto "clutter" superficiale [1], [9]. Quando l'onda elettromagnetica passa dal mezzo esterno (es. aria, $\epsilon' = 1$) all'epidermide della paziente ($\epsilon' \approx 35 - 40$), l'elevato disadattamento di impedenza genera una riflessione speculare di magnitudo dominante. Questo segnale superficiale risulta frequentemente di diversi ordini di grandezza superiore rispetto al debole eco proveniente da una neoplasia profonda [9].

La pelle agisce di fatto come un ingombrante "specchio", la cui "coda" nel dominio del tempo rischia di mascherare completamente la risposta della lesione [1], [5]. Diventa pertanto tassativa l'applicazione di algoritmi di cancellazione degli artefatti (*artifact removal algorithms*) sui dati grezzi prima di avviare l'integrazione DAS [9]. Una rimozione inefficace lascia residui che l'algoritmo focalizzerebbe come falsi positivi (*ghost targets*), mentre una sottrazione troppo aggressiva rischierebbe di cancellare l'informazione utile, compromettendo l'individuazione di carcinomi situati in prossimità della cute [2], [9].

2.3.4 Sfide cliniche, limiti di risoluzione e transizione verso le onde millimetriche

La maturità tecnologica raggiunta dall'approccio radar UWB ha recentemente permesso la transizione di alcuni prototipi dai laboratori di ricerca alla pratica clinica ospedaliera. L'esempio più rilevante allo stato dell'arte è rappresentato dal sistema MARIA (*Multistatic Array processing for Radiowave Image Acquisition*), originariamente sviluppato dall'Università di Bristol [1], [20]. Operando nel range delle microonde convenzionali (tipicamente tra 3 e 8 GHz), i trial clinici di questo sistema hanno confermato la validità dell'approccio radar, registrando una notevole sensibilità diagnostica (fino all'86%) proprio nei casi di seni radiograficamente densi, dove la mammografia tradizionale tipicamente fallisce [1].

Il limite fisico più stringente dell'approccio radar UWB convenzionale risiede, in ultima analisi, nella risoluzione spaziale ottenibile, la quale è strettamente vincolata alle frequenze operative scelte [1], [6]. I sistemi UWB storici operano tipicamente tra 1 GHz e 10 GHz per massimizzare la penetrazione del segnale [2].

Tuttavia, la teoria radar impone che la capacità di discriminare due target adiacenti lungo l'asse di propagazione (*Range Resolution*, ΔR) sia inversamente proporzionale alla larghezza di banda B del segnale impiegato, secondo la relazione [6]:

$$\Delta R = \frac{c_0}{2B\sqrt{\epsilon'}}$$

Nei seni prevalentemente adiposi ($\epsilon' \approx 3 - 4$) [4], [21], le limitate larghezze di banda disponibili alle frequenze inferiori a 10 GHz si traducono in risoluzioni spaziali dell'ordine dei centimetri [4], [6]. Questo

limite teorico impedisce intrinsecamente la delineazione morfologica accurata di neoplasie sub-centimetriche, ostacolando l'obiettivo primario dello screening radiologico [6], [7]. La necessità clinica di superare questa barriera fisica, aumentando drasticamente la banda B a disposizione e mantenendo al contempo la rapidità e la robustezza degli algoritmi come il DAS, rappresenta la motivazione cardine che ha spinto la ricerca verso l'esplorazione delle alte frequenze. È esattamente per infrangere questo limite di risoluzione che la frontiera dell'indagine diagnostica si è spostata nello spettro delle onde millimetriche (mm-waves) [5], [6], [22], [23].

2.4 Imaging a Onde Millimetriche (mm-waves)

L'impiego delle microonde a frequenze inferiori a 10 GHz ha ampiamente dimostrato la fattibilità tecnica dell'approccio radar e tomografico, ma ha inevitabilmente evidenziato un limite fisico difficilmente sormontabile per quanto riguarda la capacità di individuare e delineare lesioni sub-centimetriche [1], [6]. Per rispondere alla stringente necessità clinica di una diagnosi sempre più precoce, un filone di ricerca all'avanguardia, guidato in larga misura dalle attività del Laboratorio di Microonde dell'Università di Pavia, ha esplorato un drastico innalzamento della frequenza operativa. Questo approccio ha spostato il focus dell'indagine diagnostica nello spettro delle onde millimetriche (mm-waves), esplorando le ampie bande disponibili a frequenze superiori ai 18 GHz [6], [7].

2.4.1 Il superamento del limite risolutivo

La motivazione fisica alla base del passaggio alle onde millimetriche risiede nella relazione matematica che lega la frequenza del segnale elettromagnetico alla sua lunghezza d'onda (λ) all'interno del mezzo indagato. Tale relazione è espressa dall'equazione:

$$\lambda = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon'}}$$

dove c_0 è la velocità della luce nel vuoto, f è la frequenza operativa ed ε' è la permittività dielettrica reale del tessuto. In un tessuto mammario a prevalenza adiposa, caratterizzato da una permittività moderata (tipicamente compresa tra 3 e 4), l'innalzamento della frequenza a valori prossimi ai 30 GHz permette di "comprimere" la lunghezza d'onda a circa 5 millimetri [4], [6]. Questa drastica riduzione fisica si traduce in un proporzionale potenziamento della risoluzione spaziale, sia in termini di *range* (lungo l'asse di propagazione) che in senso trasversale (*cross-range*) [7], [14].

Tuttavia, l'esplorazione di questo spettro frequenziale è stata a lungo scoraggiata da un consolidato paradigma scientifico riguardante l'attenuazione tissutale. All'aumentare della frequenza, le perdite dielettriche nei tessuti biologici crescono in modo significativo, innalzando la costante di attenuazione a valori che possono superare i 40 dB/cm [5], [6]. Sebbene questo renda fisicamente impossibile la transilluminazione completa di seni volumetricamente densi, recenti studi di fattibilità hanno dimostrato che, per seni a elevata componente adiposa, il segnale a onde millimetriche conserva una capacità di penetrazione sufficiente per raggiungere lesioni situate a diversi centimetri di profondità, restituendo un rapporto segnale-rumore (SNR) utile ai fini diagnostici [5], [6].

2.4.2 I limiti dell'approccio 2D

L'implementazione pratica di sistemi di imaging a onde millimetriche introduce sfide ingegneristiche notevoli. La necessità di operare con componenti a radiofrequenza estremamente sensibili ha spinto i primi

prototipi sperimentali a concentrarsi su architetture semplificate [5]. Fino a tempi molto recenti, la validazione sperimentale dell'imaging a mm-waves è stata condotta quasi esclusivamente in scenari bidimensionali (2D) [6], [14].

In queste configurazioni, l'acquisizione dei dati avviene tipicamente movimentando le antenne lungo un singolo asse lineare. Di conseguenza, la modellazione matematica utilizzata per calibrare questi sistemi si è spesso affidata ad approssimazioni planari. Inoltre, per isolare e validare la capacità del sistema di rilevare bersagli profondi, molti di questi studi preliminari hanno adottato un'ipotesi semplificativa omettendo lo strato cutaneo (modello *skin-less*). Questa scelta è motivata dalla necessità di evitare che le forti riflessioni superficiali della pelle mascherino la risposta del bersaglio, concentrandosi unicamente sulla transizione aria-mezzo adiposo [5], [6].

Proprio all'interno di questi scenari bidimensionali, la letteratura più recente ha esplorato l'impiego delle onde millimetriche anche in congiunzione con tecniche di scattering inverso (approccio tomografico) [14]. Tali studi hanno dimostrato che queste tecniche possono operare efficacemente in aria, riducendo la necessità di ampiezze di banda estese. Tuttavia, l'applicazione di algoritmi di inversione così complessi comporta un onere computazionale che scala in modo proibitivo nel momento in cui si tenta il passaggio a scenari volumetrici reali, costringendo di fatto l'approccio tomografico a rimanere vincolato al dominio 2D [14].

Sebbene l'approccio 2D sia stato un banco di prova fondamentale per dimostrare la fattibilità della rilevazione alle alte frequenze, esso risulta intrinsecamente insufficiente per una reale traslazione clinica. Una scansione 2D, infatti, non permette di localizzare spazialmente la lesione all'interno dell'intero volume mammario [7], [8].

2.4.3 L'evoluzione verso il 3D e lo scopo del presente lavoro di tesi

L'evoluzione tecnologica necessaria di questa tecnica è rappresentata dal passaggio all'imaging tridimensionale (3D). Per ottenere un'immagine volumetrica accurata, è imperativo campionare il campo elettromagnetico riflesso su una superficie di apertura estesa, abbandonando dunque le scansioni lineari a favore di fitte griglie planari [5], [8].

Il passaggio dal 2D al 3D a frequenze millimetriche comporta, tuttavia, un drammatico incremento della complessità analitica. Operando con lunghezze d'onda così ridotte, le tolleranze diventano critiche. A 30 GHz, infatti, un errore nel calcolo del percorso fisico di appena 1.25 mm (pari a $\frac{\lambda}{4}$) genera un'inversione di fase che distrugge la coerenza dell'algoritmo DAS, sfocando irrimediabilmente l'immagine [8]. In scenari volumetrici realistici, l'approssimazione di propagazione rettilinea (tipica dello spazio libero) perde di validità. La transizione dell'onda tra aria e tessuto introduce fenomeni di rifrazione che richiedono la determinazione dell'esatto cammino ottico rifratto all'interfaccia per calcolare i corretti tempi di volo. È esattamente in questo contesto che si inserisce il presente lavoro di tesi. Avendo appurato che gli approcci tomografici risultano allo stato attuale computazionalmente insostenibili per il calcolo volumetrico rapido [1], [14], l'obiettivo principale della ricerca consiste nello sviluppo, implementazione e validazione di un modello numerico dedicato alla generazione di matrici di scattering sintetiche attraverso l'impiego di antenne in configurazione planare, progettato specificamente per l'indagine di target estesi e complessi. Questa infrastruttura computazionale costituisce il fondamento indispensabile per alimentare le successive tecniche di ricostruzione volumetrica (come l'algoritmo DAS

3D), permettendo di superare i limiti dei modelli bidimensionali attualmente predominanti in letteratura.

Il lavoro si propone di dimostrare la fattibilità dell'imaging 3D ad alta risoluzione procedendo per step di complessità crescente, partendo da una rigorosa modellazione e validazione in ambiente numerico, fino a giungere alla progettazione e all'implementazione del setup hardware.

Attraverso l'ottimizzazione parametrica dell'array di antenne e della banda operativa, lo studio mira a dimostrare che l'alta risoluzione intrinseca delle onde millimetriche può essere efficacemente tradotta in immagini volumetriche stabili e affidabili, ponendo le basi metodologiche per lo sviluppo di una futura generazione di dispositivi di screening non invasivi.

Capitolo 3.

Sviluppo e Validazione del Modello Numerico

Il presente capitolo espone nel dettaglio l'architettura matematica e l'implementazione software del modello numerico sviluppato in ambiente MATLAB. Raccogliendo la sfida ingegneristica delineata nello stato dell'arte, l'obiettivo primario è lo sviluppo di un modello numerico dedicato alla generazione di matrici di scattering sintetiche tramite array planare, capace di sfruttare l'elevata risoluzione intrinseca delle onde millimetriche per alimentare un affidabile algoritmo di ricostruzione volumetrica tridimensionale. Il percorso di validazione segue una rigorosa progressione incrementale volta a verificare la stabilità e l'accuratezza del codice a ogni aumento di complessità. Nelle prime fasi l'attenzione si concentra sulla modellazione del problema diretto in spazio libero, simulando la risposta elettromagnetica di bersagli puntiformi per convalidare la generazione delle matrici di scattering [8]. Le sezioni successive illustrano il processo di focalizzazione spaziale tramite l'algoritmo di ricostruzione, documentando il delicato passaggio dal dominio bidimensionale all'ambiente tridimensionale e la conseguente ottimizzazione topologica dell'array di antenne. Successivamente lo scenario di simulazione viene avvicinato alle condizioni operative realistiche introducendo geometrie bersaglio estese, mezzi dielettrici dissipativi e valutando l'impatto del degrado causato dal rumore termico strumentale. Il capitolo si conclude affrontando lo scoglio computazionale definitivo dell'intero progetto, ovvero la determinazione del cammino ottico all'interfaccia aria-grasso [8]. L'integrazione di un risolutore iterativo di Snell permette infatti di calcolare l'esatto cammino dei segnali

e dominare i severi vincoli di fase imposti dalle alte frequenze nei mezzi disomogenei, rendendo finalmente possibile e accurato l'imaging radar volumetrico.

3.1 Setup Elettromagnetico e Generazione dei Dati

Il primo passo dello studio numerico prevede la definizione rigorosa dell'ambiente di simulazione e della geometria del sistema di acquisizione. L'architettura radiante è stata modellata come un array sintetico planare, collocato sul piano cartesiano a quota nulla. La configurazione iniziale definisce una griglia quadrata composta da 64 elementi, disposti in una matrice di 8 righe per 8 colonne (Figura 3.1).

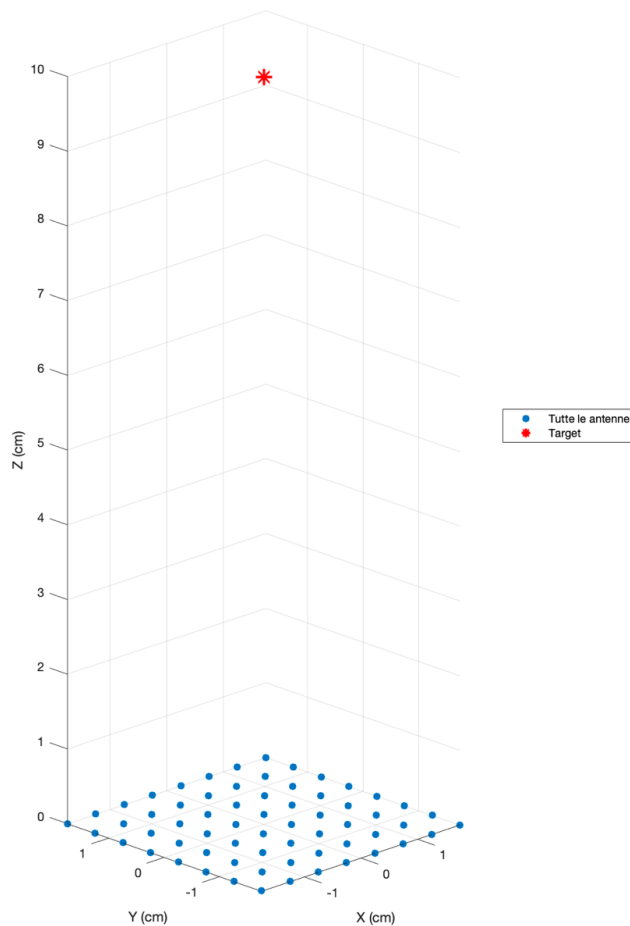


Figura 3.1: Disposizione geometrica delle 64 antenne dell'array sintetico e posizionamento del target puntiforme nel dominio di simulazione.

Il passo di campionamento spaziale tra le singole antenne rappresenta un parametro estremamente critico per la stabilità del sistema. Idealmente la teoria impone il rispetto del criterio di Nyquist spaziale per evitare l'insorgere di lobi di reticolo, i cosiddetti *grating lobes*. Affinché tale limite sia soddisfatto all'interno di un sistema radar a banda ultra-larga (UWB), la distanza d tra due elementi radianti adiacenti deve risultare inferiore o uguale alla metà della lunghezza d'onda centrale operativa, secondo la relazione:

$$d \leq \frac{\lambda_c}{2}$$

In questa espressione, il termine λ_c rappresenta la lunghezza d'onda valutata alla frequenza centrale di indagine, calcolata classicamente come rapporto tra la velocità della luce nel vuoto e la frequenza stessa (c_0/f_c). Considerando una frequenza centrale prossima ai 30 GHz, tale valore risulta pari a circa 10 millimetri. Di conseguenza, la spaziatura teorica ideale si attesta sulla soglia di 5 millimetri. Nella stesura del codice si è optato dunque esattamente per un passo di 0.5 centimetri. Questa scelta ingegneristica non solo riflette l'aderenza a tale criterio matematico, ma garantisce anche la necessaria convergenza del modello numerico con i futuri vincoli fisici di laboratorio. Le dimensioni geometriche delle antenne reali e la stringente esigenza di minimizzare il mutuo accoppiamento elettromagnetico tra elementi adiacenti rendono infatti spaziature inferiori fisicamente proibitive [5], [7]. Sebbene un passo di 5 millimetri introduca un lieve sottocampionamento teorico per le componenti spettrali che si avvicinano al limite superiore della banda (40 GHz), l'impiego nativo di un segnale UWB mitiga naturalmente l'effetto dei lobi di reticolo, spalmandone gli artefatti sull'intero spettro frequenziale.

Il bersaglio da identificare viene introdotto nel dominio volumetrico come uno scatterer puntiforme ideale. Nei test preliminari esso è posizionato centralmente rispetto all'array a una profondità di 10 centimetri lungo l'asse verticale, sebbene tale parametro sia stato implementato in modo dinamico per valutare le prestazioni del sistema a diverse profondità e posizioni. La propagazione viene inizialmente assunta in spazio libero. L'utilizzo della velocità della luce nel vuoto implica l'approssimazione temporanea di un mezzo di background omogeneo e ideale, caratterizzato da una permittività dielettrica relativa unitaria.

Definita la struttura geometrica, il codice implementa il modello matematico del problema diretto per generare i segnali di backscattering teorici. La simulazione opera nel dominio della frequenza e spazzola la banda nell'intervallo compreso tra 26.5 GHz e 40 GHz attraverso 271 punti di campionamento discreti [5], [8]. L'algoritmo calcola una matrice di scattering multistatica per ogni singolo passo in frequenza, implementando le leggi analitiche della propagazione elettromagnetica.

Per ciascuna frequenza f e per ogni possibile coppia formata da un'antenna trasmittente i e un'antenna ricevente j , il coefficiente di scattering viene quantificato attraverso la relativa formulazione esatta. La formula alla base del codice rappresenta l'espressione analitica della propagazione di un'onda sferica in spazio libero per un bersaglio puntiforme:

$$S_{ij}(f) = \frac{1}{R_i R_j} e^{-jk(R_i + R_j)}$$

In questa espressione R_i e R_j rappresentano rispettivamente le distanze euclidee dirette dall'antenna trasmittente al bersaglio e dal bersaglio all'antenna ricevente. Il termine k indica il numero d'onda nel vuoto, calcolato come $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [7]. Il modello descrive fisicamente la

combinazione di due percorsi. Il primo termine modella il viaggio di andata dell'onda sferica, mentre il secondo descrive l'eco di ritorno verso il ricevitore. Il prodotto al denominatore quantifica il drastico smorzamento dell'ampiezza del segnale causato dall'espansione del fronte d'onda, la cui energia si disperde su una superficie sferica sempre più ampia lungo l'intero tragitto bi-direzionale.

Per garantire un'elevata fedeltà al comportamento hardware previsto in laboratorio, il codice applica un vincolo fisico imprescindibile sulla matrice di scattering risultante. La diagonale principale della struttura dati viene forzata a zero. Questa operazione esclude matematicamente i contributi monostatici e impedisce a un singolo elemento radiante di fungere simultaneamente da trasmettitore e ricevitore [5], [6]. Nella realtà strumentale la misurazione del coefficiente di riflessione della singola antenna risulta sempre fortemente dominata dal disadattamento di impedenza del connettore fisico. Tale riflessione genera un rumore di fondo che maschererebbe inesorabilmente il debole eco proveniente dal target.

I dati complessi estratti al termine di questa procedura vengono immagazzinati insieme al vettore delle frequenze e alle coordinate spaziali del sistema. Queste informazioni costituiscono l'input grezzo e validato necessario per alimentare i successivi algoritmi di focalizzazione spaziale.

3.2 Validazione Bidimensionale dell'Algoritmo DAS

Prima di affrontare la complessità computazionale del dominio tridimensionale, l'algoritmo di ricostruzione è stato validato in uno scenario bidimensionale (2D) controllato. Questa fase intermedia ha permesso di verificare la correttezza del processo di focalizzazione spaziale e, conseguentemente, certificare l'affidabilità della matrice di

scattering sintetizzata dal modello numerico, isolando una singola fetta del dominio geometrico.

Dal punto di vista implementativo, il primo passaggio è consistito nell'estrazione di una sotto-matrice di dati dall'architettura planare completa. Il codice analizza le coordinate spaziali delle 64 antenne e seleziona esclusivamente gli elementi radianti appartenenti alla riga centrale dell'array, caratterizzati da una coordinata x prossima allo zero. Tale operazione riduce dunque il sistema a un array lineare di 8 antenne allineate lungo l'asse y (Figura 3.2) [5]. La matrice di scattering originale è stata dunque ridimensionata, isolando esclusivamente i contributi elettromagnetici scambiati tra le antenne di questa specifica riga e il target da individuare.

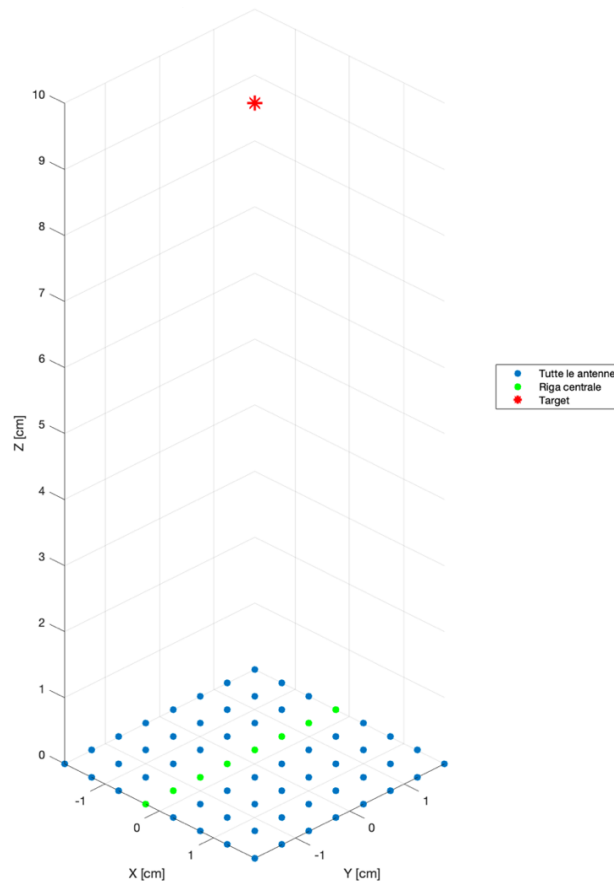


Figura 3.2: Estrazione dell'array lineare (in verde) dalla griglia planare completa per la validazione bidimensionale.

3.2.1 Analisi nel dominio del tempo e validazione fisica

All'atto pratico, il trasferimento di questi dati grezzi nel dominio temporale avviene tramite il calcolo della Trasformata di Fourier Inversa (IFFT). Prima di eseguire l'inversione vera e propria, al fine di garantire una risoluzione temporale sufficientemente fitta, il codice esegue un ricampionamento del vettore delle frequenze integrando una tecnica di *zero-padding*. Simulando una frequenza di campionamento di 200 GHz si ottiene un asse dei tempi estremamente denso, un requisito indispensabile per minimizzare gli errori di quantizzazione durante la successiva fase di interpolazione.

L'impulso elettromagnetico trasmesso viene quindi modellato come un segnale gaussiano reale, modulato da una portante cosinusoidale centrata sulla frequenza centrale della banda operativa [5], [6]. Convolgendo questo impulso ideale con la matrice di scattering ricampionata, il sistema sintetizza i segnali radar temporali fisicamente ricevuti (echi) per ogni singola coppia trasmettitore-ricevitore [5].

L'analisi visiva di questi segnali temporali conferma la correttezza fisica del modello di propagazione implementato. Estrarre un singolo tracciato, relativo ad esempio alla coppia formata dalle antenne poste agli estremi dell'array (coppia 1-8), permette di osservare chiaramente il picco impulsivo associato all'eco elettromagnetica (Figura 3.3). Le rapide oscillazioni visibili all'interno dell'involuppo confermano la natura reale del segnale sintetizzato e l'effetto della modulazione ad alta frequenza.

La solidità di questa simulazione è validabile analiticamente calcolando il tempo di volo teorico atteso per un target posizionato alle coordinate prescelte. Considerando un bersaglio posto centralmente a una profondità di 10 centimetri, e sapendo che le antenne periferiche distano 1.75

centimetri dal centro geometrico dell'array, l'onda elettromagnetica viaggia lungo una traiettoria diagonale. Per il teorema di Pitagora, la distanza d percorsa in un singolo tragitto è pari a:

$$d = \sqrt{0.1^2 + 0.0175^2} \approx 0.1015 \text{ m}$$

Il tragitto totale di andata e ritorno risulta quindi pari a 0.203 metri. Assumendo la propagazione in spazio libero alla velocità della luce c_0 , il ritardo temporale τ associato alla ricezione dell'eco per questa specifica coppia risulta pari a:

$$\tau = \frac{2d}{c_0} = \frac{0.203}{3 \times 10^8} \approx 6.75 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Come si evince chiaramente dal grafico riportato (Figura 3.3), che mostra le rapide oscillazioni a radiofrequenza della portante e l'effetto della modulazione, il picco impulsivo si manifesta esattamente in corrispondenza della coordinata temporale attesa di 6.75×10^{-10} secondi. Questa perfetta coincidenza tra l'istante di arrivo calcolato geometricamente e la posizione dell'impulso sintetizzato numericamente garantisce l'assoluta affidabilità del codice di generazione dei dati.

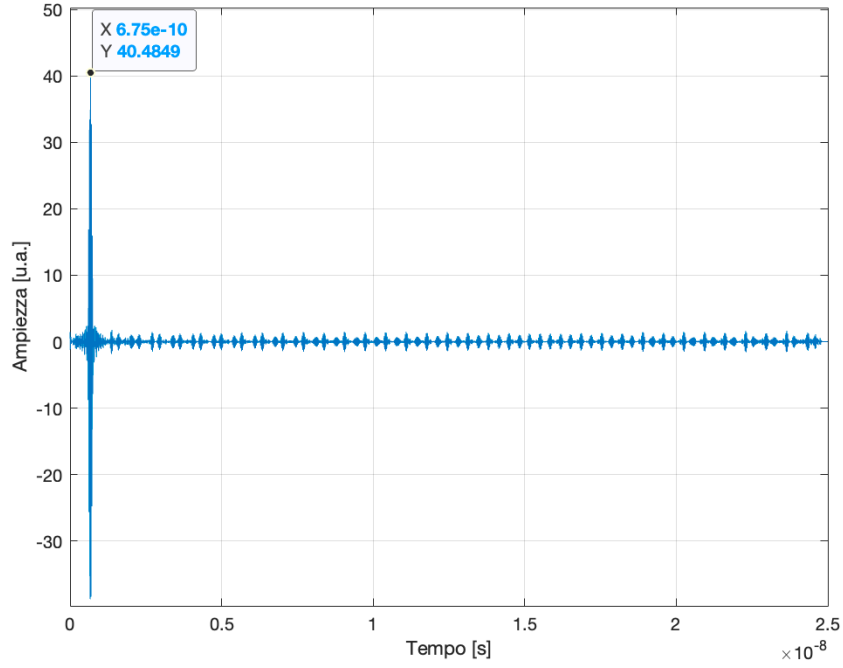


Figura 3.3: Risposta temporale reale simulata per la coppia di antenne 1-8. Il picco impulsivo evidenzia le rapide oscillazioni della portante a radiofrequenza, con un massimo di interferenza costruttiva in corrispondenza del tempo di volo teorico di 6.75×10^{-10} s.

3.2.2 Focalizzazione spaziale tramite algoritmo DAS

La validazione di questo principio fisico elementare sul singolo tracciato costituisce il presupposto logico per il processo di focalizzazione spaziale. Su questa base si innesta il nucleo matematico dell'algoritmo Delay-and-Sum (DAS). Il dominio di indagine viene discretizzato in una densa griglia bidimensionale di punti focali sul piano di scansione $Y - Z$. Il processo di *beamforming* analizza ciclicamente ogni singolo punto della griglia. Per un generico pixel posizionato alle coordinate spaziali $r_p = (y_p, z_p)$, l'algoritmo calcola la distanza geometrica di andata e di ritorno verso il pixel in esame e converte tale percorso nel corrispondente tempo di volo teorico associato a ogni singola coppia formata da un'antenna trasmittente posizionata in $r_{Tx,i}$ e un'antenna ricevente in $r_{Rx,j}$. Tale ritardo temporale,

indicato con $\tau_{ij}(r_p)$, è strettamente governato dalla geometria del sistema ed è espresso dalla seguente relazione analitica:

$$\tau_{ij}(r_p) = \frac{|r_p - r_{Tx,i}| + |r_p - r_{Rx,j}|}{c_0}$$

Al numeratore figurano le distanze euclidee dirette che separano il punto focale indagato rispettivamente dall'antenna trasmittente e da quella ricevente. Al denominatore la velocità della luce nel vuoto modella coerentemente la propagazione assunta in spazio libero. Tale principio è illustrato visivamente nella Figura 3.4, che mostra esplicitamente i distinti percorsi andata (tratto verde) e ritorno (tratto blu) per una generica coppia di antenne distanti, fungendo da traduzione visiva dell'equazione stessa.

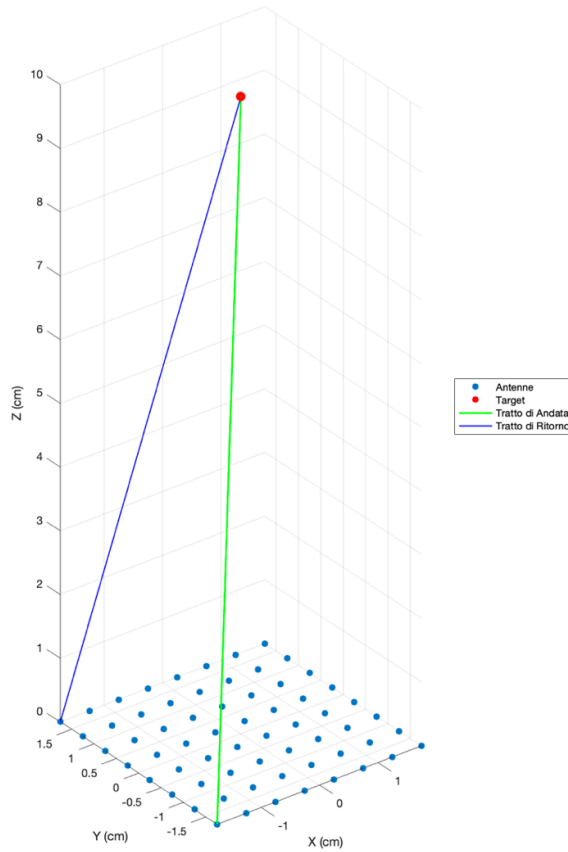


Figura 3.4: Geometria spaziale del modello di propagazione. L'immagine illustra l'array planare, il target a 10 cm di profondità e i distinti percorsi di andata e ritorno fondamentali per il calcolo analitico del tempo di volo.

Una volta calcolati i ritardi per tutte le possibili combinazioni strumentali, l'algoritmo procede alla sintesi dell'immagine calcolando l'intensità complessiva $I(r_p)$ da assegnare al pixel. Questa operazione si fonda sulla formula fondamentale della focalizzazione spaziale [5], [10]:

$$I(r_p) = \sum_{i=1}^{Nant} \sum_{j=1}^{Nant} p_{ij}(\tau_{ij}(r_p))$$

In questa doppia sommatoria, il termine p_{ij} rappresenta l'ampiezza del segnale temporale ricevuto dalla generica coppia di antenne, valutato esattamente all'istante di tempo τ_{ij} . Per massimizzare la fedeltà del dato di intensità l'algoritmo non approssima la lettura al campione temporale discreto più vicino. Viene invece impiegata un'interpolazione *spline* cubica sul vettore dei dati, garantendo un'estrazione dell'ampiezza a elevatissima precisione sub-campione.

La natura intrinseca di questa sommatoria coerente favorisce l'emersione spaziale del bersaglio. Se nel pixel analizzato è fisicamente collocata la lesione tumorale, gli echi retrodiffusi si allineano perfettamente in fase e generano un picco di interferenza costruttiva. Nei punti vuoti appartenenti al dominio di background, al contrario, il rumore e i riflessi spuri presentano fasi casuali e tendono a sommarsi in modo distruttivo, abbattendo l'energia complessiva del pixel [10].

L'immagine grezza prodotta in uscita dal *beamforming* viene processata in ultima istanza per l'estrazione dell'involuppo tramite la Trasformata di Hilbert. Questo passaggio si rende matematicamente necessario per eliminare le rapide oscillazioni a radiofrequenza indotte dalla portante cosinusoidale originaria, estraendo la reale energia retrodiffusa dal target e restituendo una mappa energetica fluida e facilmente interpretabile. L'immagine finale viene infine normalizzata rispetto al suo valore

massimo per valutare visivamente l'accuratezza della localizzazione spaziale del bersaglio rispetto alle coordinate teoriche di input [5].

3.2.3 Risultati della ricostruzione bidimensionale

Come illustrato nella sezione precedente, la sintesi nel dominio temporale è stata implementata modulando i dati in frequenza tramite lo spettro di un impulso gaussiano. Questa specifica scelta progettuale si è rivelata strategica non solo per la corretta modellazione fisica del segnale UWB (Ultra-Wideband), ma anche per l'ottimizzazione dell'immagine finale.

La morfologia intrinseca dello spettro gaussiano, infatti, agisce come una finestra smussante (*tapering*) naturale ai margini della banda operativa. Sfruttando questa proprietà, si è scelto di omettere l'applicazione di ulteriori finestre matematiche di filtraggio (come, ad esempio, la tradizionale finestra di Hamming). Qualsiasi sovra-finestratura avrebbe causato una dilatazione spaziale inaccettabile, alterando la firma geometrica del bersaglio. Mantenendo esclusivamente la modulazione gaussiana, si è invece raggiunto un compromesso ottimale, quale un'efficace reiezione dei lobi laterali e la simultanea conservazione di un'elevata risoluzione spaziale.

Tale approccio è coerente con le metodologie consolidate in letteratura per la validazione di sistemi di imaging a microonde e onde millimetriche. Come evidenziato da Di Meo *et al.* [5], in fase di valutazione delle prestazioni di base del sistema è preferibile impiegare l'algoritmo DAS nella sua formulazione nativa per non introdurre ulteriori gradi di libertà o distorsioni nel processo di ricostruzione dell'immagine.

Il risultato finale di questa catena di elaborazione è apprezzabile nell'immagine riportata in Figura 3.5. La mappa energetica generata dall'algoritmo DAS mostra in modo inequivocabile la corretta

localizzazione del bersaglio. Il picco di massima intensità (in rosso scuro) si posiziona esattamente in corrispondenza delle coordinate teoriche impostate, confermando la totale efficacia del processo di focalizzazione bidimensionale.

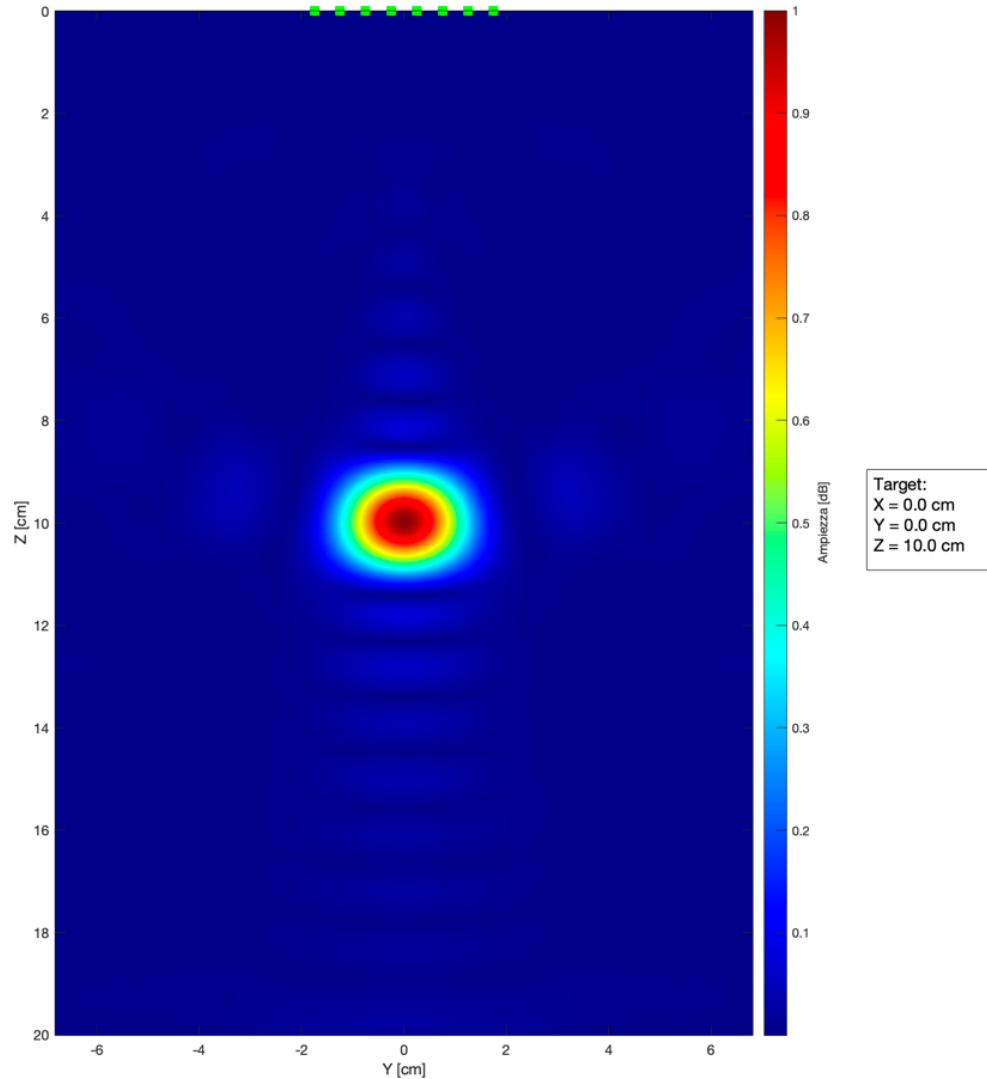


Figura 3.5: Ricostruzione bidimensionale (piano Y-Z) ottenuta tramite algoritmo DAS. La mappa di intensità energetica, normalizzata rispetto al suo valore massimo, evidenzia la corretta focalizzazione del bersaglio alle coordinate teoriche attese ($Y = 0.0$ cm, $Z = 10.0$ cm). L'impiego della modulazione gaussiana in assenza di finestre di filtraggio aggiuntive garantisce un lobo principale compatto e il contenimento fisiologico dei lobi laterali lungo l'asse di propagazione. I marcatori verdi in alto ($Z = 0$ cm) indicano il posizionamento dell'array lineare di antenne.

3.3 Ricostruzione Volumetrica 3D e Ottimizzazione dell'Array

Il passaggio dal dominio bidimensionale allo scenario volumetrico tridimensionale rappresenta il fulcro operativo della presente ricerca. In questa fase, l'obiettivo si estende oltre la semplice validazione matematica del tempo di volo, puntando alla completa focalizzazione spaziale del bersaglio all'interno di un volume di indagine realistico. Per affrontare questa sfida, mantenendo come riferimento il target puntiforme introdotto in precedenza, è stato necessario implementare una profonda revisione dell'architettura computazionale dell'algoritmo. L'approccio bidimensionale, sebbene fisicamente rigoroso, nasconde infatti delle criticità numeriche e computazionali che divengono limitanti nel momento in cui il dominio di calcolo si espande a densi reticoli volumetrici. Parallelamente, si è anche condotto uno studio sulle possibili configurazioni topologiche dell'array radiante per massimizzare le prestazioni del sistema.

3.3.1 Ottimizzazione Computazionale e Segnale Analitico

Il primo limite strutturale superato riguarda l'utilizzo di un segnale radar puramente reale. A frequenze operative prossime ai 40 GHz, un segnale reale modulato da una portante cosinusoidale oscilla con estrema rapidità nel dominio del tempo. Quando l'algoritmo analizza la densa griglia volumetrica 3D, calcola i ritardi temporali basandosi su coordinate spaziali discretizzate. Un errore di arrotondamento spaziale anche minimo, dell'ordine di frazioni di millimetro, si traduce in una deviazione temporale sufficiente a far campionare una valle dell'onda elettromagnetica al posto di un picco. Sommando coerentemente i segnali provenienti da 64 antenne, queste inevitabili imperfezioni di griglia generano interferenze distruttive

catastrofiche, portando alla parziale o totale cancellazione numerica del target nell'immagine finale.

Per rendere l'algoritmo intrinsecamente robusto a questi artefatti di discretizzazione, il codice sorgente è stato riprogettato abbracciando la teoria dei segnali analitici e la rappresentazione complessa in banda base (I/Q), un approccio matematico nell'elaborazione dei segnali radar per preservare la coerenza di fase ad altissima frequenza. A differenza della formulazione puramente reale adottata nei precedenti studi bidimensionali del gruppo di ricerca [5], [6], nella nuova architettura la sintesi dell'impulso radar non ricorre più a una modulazione cosinusoidale, ma genera nativamente un inviluppo complesso sfruttando la relazione esponenziale di Eulero [24]:

$$p(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\sigma^2}} e^{j2\pi f_c(t-t_0)}$$

All'interno di questa espressione la variabile t_0 rappresenta il ritardo temporale di traslazione dell'impulso mentre il parametro σ governa la larghezza di banda del segnale gaussiano. Il termine f_c indica infine la frequenza centrale di lavoro dell'architettura radar. L'impiego di questo impulso analitico trasforma radicalmente l'efficienza e la stabilità del *beamforming*. Il segnale complesso non oscilla bruscamente su e giù nel dominio temporale, ma traccia un inviluppo fluido nel piano complesso, mantenendo l'informazione sulla fase al sicuro all'interno dell'argomento matematico. Di conseguenza, la sommatoria dei vettori complessi risulta enormemente più tollerante agli errori di griglia sub-millimetrici, allineandosi in modo stabile e costruttivo.

Questa stabilità morfologica dell'inviluppo ha consentito una seconda, vitale, ottimizzazione. Mentre nel caso 2D l'estrazione dei campioni da un'onda reale altamente oscillante richiedeva una pesante

interpolazione *spline* cubica, la fluidità del segnale analitico ha permesso di declassare l'operazione a una ben più rapida interpolazione lineare. Un segnale puramente reale a 40 GHz, infatti, presenta fronti di salita e discesa estremamente ripidi. Un'interpolazione lineare tra due campioni adiacenti taglierebbe geometricamente le creste dell'onda, generando gravi errori di ampiezza. Per ricostruire fedelmente la convessità dell'onda era quindi indispensabile ricorrere a un'interpolazione polinomiale, come la *spline* cubica, la quale tuttavia comporta un onere computazionale elevato. L'inviluppo complesso in banda base varia con estrema lentezza, rendendo l'approssimazione lineare locale del tutto percorribile e garantendo la medesima accuratezza della *spline*, ma con un costo computazionale drasticamente inferiore.

Analogamente, nella fase di ricampionamento in frequenza, l'interpolazione lineare è stata applicata in modo diretto sulla matrice complessa. Questa accortezza evita la scomposizione preliminare in modulo e fase, scongiurando le discontinuità causate dal fastidioso fenomeno del *phase wrapping*. La fase estratta analiticamente è limitata all'intervallo $[-\pi, \pi]$ e subisce salti matematici istantanei quando attraversa tali confini. Se si applicasse un'interpolazione lineare tra due campioni situati ai lati di questo salto, il calcolo produrrebbe un valore medio del tutto errato. Operando invece simultaneamente ed esclusivamente sulle componenti cartesiane (parte reale e immaginaria) del numero complesso, che sono funzioni continue e prive di discontinuità, si garantisce una transizione interpolata sempre corretta.

Infine, l'adozione del segnale analitico ha risolto il più grande collo di bottiglia computazionale del sistema. Nello scenario 2D l'inviluppo energetico veniva estratto a posteriori applicando la Trasformata di Hilbert sull'immagine grezza [5]. Calcolare tale operatore matematico su una matrice 3D densa avrebbe comportato tempi di elaborazione proibitivi e

un sovraccarico insostenibile per la memoria RAM. Generando il segnale complesso direttamente a monte, l'energia del voxel si ottiene ora calcolando il semplice modulo matematico del risultato finale, eliminando del tutto la Trasformata di Hilbert dal ciclo iterativo.

A riprova visiva di questa ottimizzazione strutturale, l'estrazione del modulo del segnale analitico sintetizzato conferma l'assenza delle rapide fluttuazioni a radiofrequenza riscontrate nel dominio 2D. Il segnale si presenta infatti come un inviluppo fluido e stabile, privo di componenti negative.

La solidità del nuovo modello computazionale è validabile analiticamente estraendo un singolo tracciato, ad esempio quello relativo alla coppia spaziale formata dalle antenne 1 e 8 per linearità con lo studio precedente. Trovandosi in posizioni periferiche sulla griglia planare, il calcolo pitagorico in tre dimensioni restituisce per entrambe una distanza radiale dal bersaglio (situato a 10 centimetri di profondità lungo l'asse verticale) pari a $d \approx 10.30$ centimetri. Il percorso totale di andata e ritorno dell'onda ammonta quindi a 0.206 metri. Assumendo la propagazione nel vuoto, il ritardo temporale τ associato a questa specifica traiettoria diagonale risulta pari a:

$$\tau = \frac{2d}{c_0} = \frac{0.206}{3 \times 10^8} \approx 6.85 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Come si evince chiaramente dal grafico riportato, il picco di massima energia dell'inviluppo si allinea in modo impeccabile a questa coordinata temporale. Questa perfetta coincidenza geometrica e numerica garantisce la totale affidabilità del motore di calcolo prima di procedere alla successiva ricostruzione volumetrica (Figura 3.6).

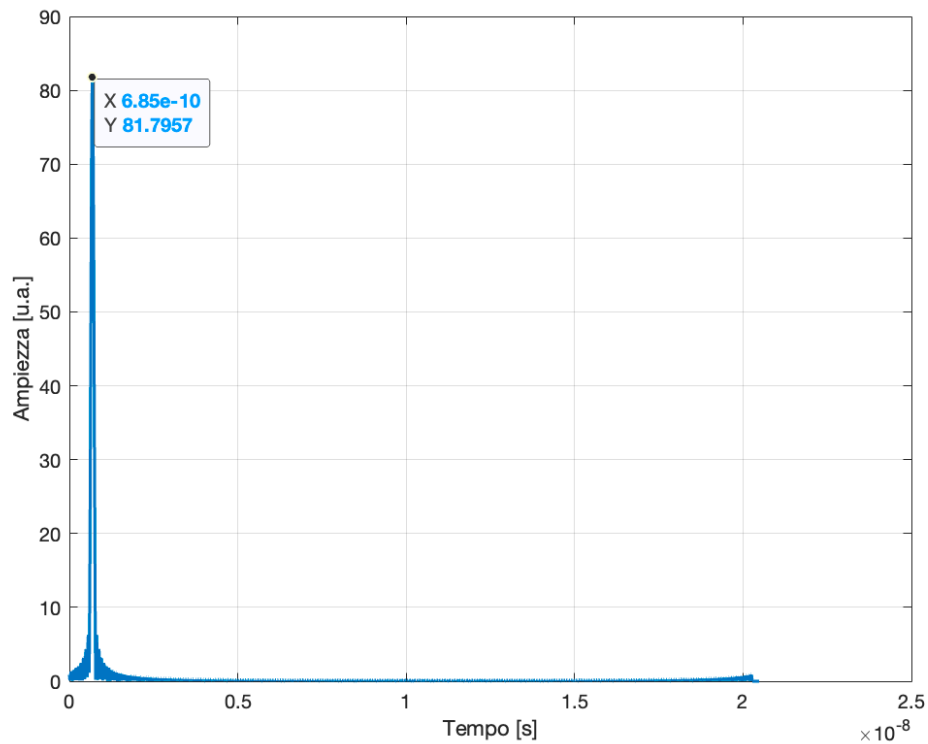


Figura 3.6: Modulo del segnale analitico temporale (inviluppo) simulato per la coppia di antenne 1-8 nello scenario 3D. L'estrazione del modulo elimina le oscillazioni della portante, restituendo un picco fluido e stabile a 6.85×10^{-10} s, ottimizzando così la precisione del successivo processo di beamforming.

3.3.2 Estensione Volumetrica dell'Algoritmo DAS

Dal punto di vista geometrico, si è resa necessaria un'importante giustificazione metodologica. Il dominio di indagine è stato ridefinito come un prisma volumetrico centrato dinamicamente attorno alle coordinate note del bersaglio. In questa fase di validazione, infatti, l'obiettivo non è la ricerca esplorativa (alla cieca) di una lesione su vasta scala, ma lo studio accurato della *Point Spread Function* (PSF) del sistema radiante, ovvero la sua capacità intrinseca di mettere a fuoco il bersaglio [5]. Per questo motivo il dominio è stato configurato come una *Region of Interest* (ROI) ad altissima densità di voxel.

Per un generico voxel posizionato alle coordinate spaziali $r_p = (x_p, y_p, z_p)$, l'algoritmo calcola la distanza euclidea 3D che lo separa dalle antenne trasmettenti e riceventi, ricavando il tempo di volo teorico tridimensionale [5]:

$$\tau_{ij}(r_p) = \frac{\sqrt{(x_p - x_{Tx,i})^2 + (y_p - y_{Tx,i})^2 + (z_p - z_{Tx,i})^2} + \sqrt{(x_p - x_{Rx,j})^2 + (y_p - y_{Rx,j})^2 + (z_p - z_{Rx,j})^2}}{c_0}$$

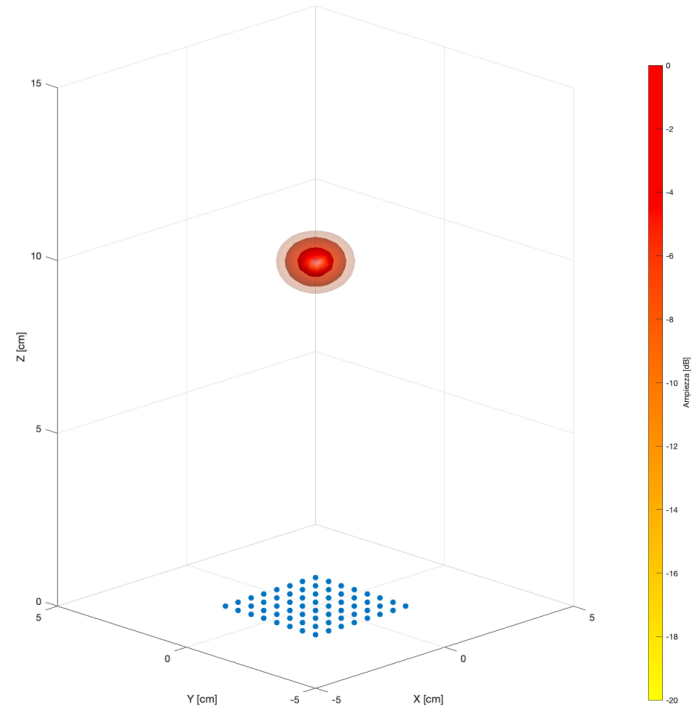
Anche la logica di accumulo della sommatoria coerente è stata profondamente rivista. Per evitare la saturazione della memoria RAM del sistema, causata dall'allocazione di una matrice tridimensionale destinata a immagazzinare simultaneamente i singoli contributi di tutte le 4096 possibili coppie di antenne per ogni punto dello spazio, il codice esegue un accumulo iterativo in tempo reale. Il valore di intensità del voxel viene aggiornato progressivamente a ogni iterazione del ciclo di *beamforming* secondo l'espressione:

$$I(r_p) = \left| \sum_{i=1}^{N_{ant}} \sum_{j=1}^{N_{ant}} p_{ij}(\tau_{ij}(r_p)) \right|$$

La matrice tridimensionale risultante viene infine convertita in scala logaritmica ed esplorata visivamente tramite due approcci grafici complementari. Il primo sfrutta le tecniche di *rendering* a isosuperfici. Analogamente alle curve di livello su una mappa topografica, un'isosuperficie collega nello spazio 3D tutti i voxel caratterizzati dal medesimo livello di energia (ad esempio, l'isovolume a -3 dB definisce il nucleo focale a metà potenza). La sovrapposizione di gusci concentrici con soglie di trasparenza calibrate permette di delineare in modo inequivocabile i contorni e la morfologia tridimensionale del volume focale. Il secondo approccio, essenziale per indagare la bontà della ricostruzione nelle aree a bassa energia, consiste nell'estrazione delle

sezioni ortogonali (piani cartesiani passanti esattamente per le coordinate del picco di intensità massima). Questa ispezione planare in profondità permette di intercettare e valutare visivamente l'eventuale presenza di lobi spuri e artefatti di background che sfuggirebbero alla rappresentazione volumetrica globale. L'efficacia analitica di questa duplice rappresentazione trova immediato riscontro nell'elaborazione del target di riferimento tramite l'impiego dell'intero array radiante (Figura 3.7).

a)



b)

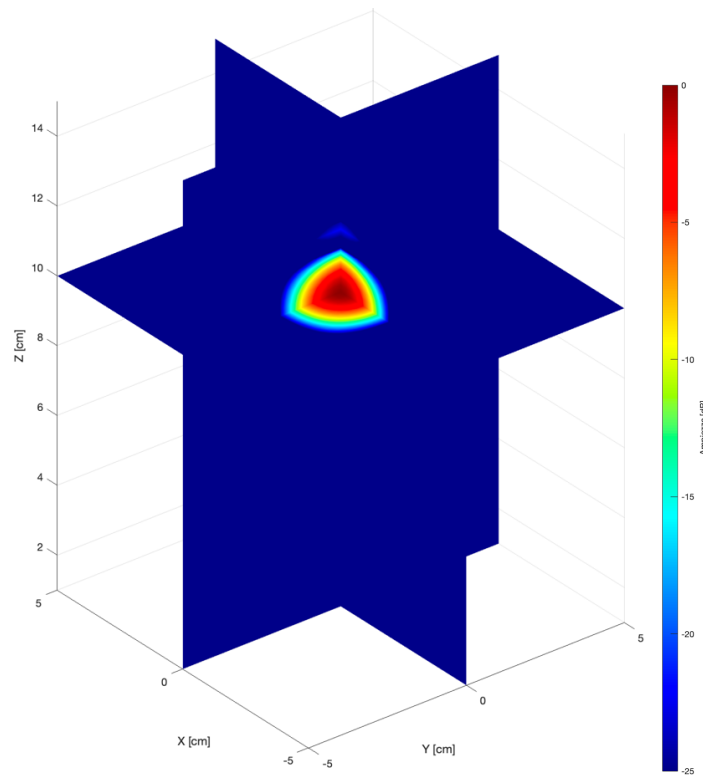


Figura 3.7: Ricostruzione spaziale con array completo (Full, 64 antenne). (a) Vista volumetrica 3D a isosuperfici del nucleo focale. (b) Sezioni ortogonali centrate sul picco, che confermano l'assenza di interferenze spurie nel background.

3.3.3 Studio Topologico e Sottocampionamento dell'Array

Una volta validato il motore di ricostruzione 3D sull'architettura planare completa (denominata configurazione *Full*, composta da tutti i 64 elementi radianti), lo studio è stato esteso alla valutazione di scenari di sottocampionamento spaziale.

Nella pratica ingegneristica reale l'impiego di un array densamente popolato comporta sfide progettuali non trascurabili. In primo luogo, l'aumento vertiginoso del costo e della complessità dei componenti a microonde. In secondo luogo, si aggrava la criticità del mutuo accoppiamento elettromagnetico (*crosstalk*) tra antenne fisicamente troppo contigue, che rischia di distorcere i segnali ricevuti [5]. Infine, si scontra con l'ingestibilità della mole di dati generata dall'acquisizione multistatica completa. Un sistema a N antenne genera, infatti, N^2 combinazioni di segnali [6]. Per questo motivo, l'algoritmo è stato dotato di un sistema di mascheramento logico capace di "spegnere" selettivamente specifiche antenne, isolando diverse configurazioni topologiche.

Sono state simulate e analizzate configurazioni ad alta e bassa densità. L'obiettivo di questa analisi comparativa è determinare quale di questi arrangiamenti geometrici riesca a garantire prestazioni di focalizzazione paragonabili a quelle dell'array completo, valutando il *trade-off* tra la riduzione della complessità hardware e l'inevitabile degrado dell'immagine governato dalle leggi dell'ottica fisica e dell'elettromagnetismo.

Il primo scenario analizzato prevede un sottocampionamento spaziale uniforme, disattivando alternatamente gli elementi radianti per formare un pattern a *Scacchiera*. Questa architettura dimezza esattamente la

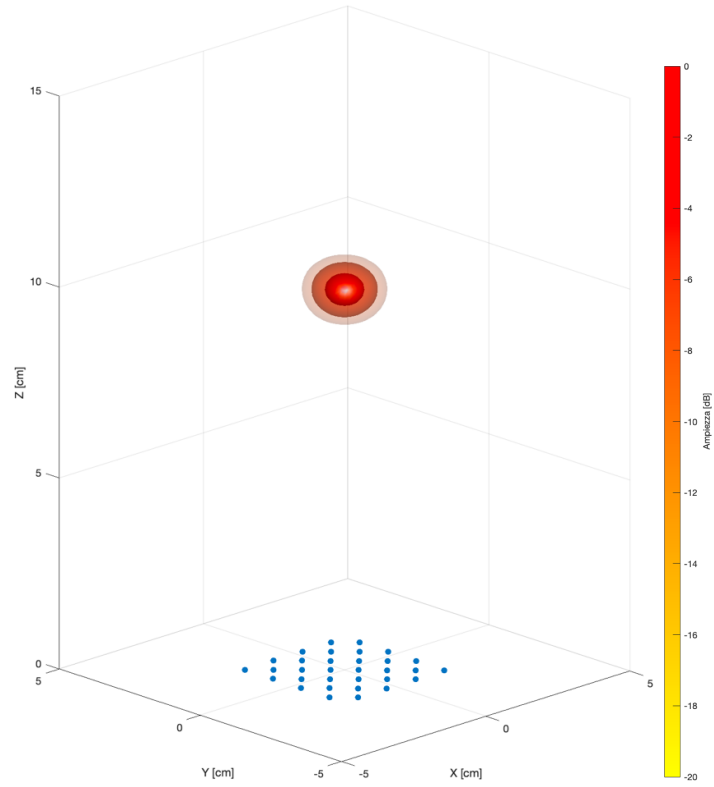
complessità hardware del sistema, passando da 64 a 32 antenne attive. Dal punto di vista computazionale e di elaborazione del segnale, questo si traduce in un abbattimento drastico delle coppie multistatiche da calcolare, che crollano dalle 4096 della configurazione *Full* a sole 1024, con una riduzione del 75% del carico di memoria e dei tempi di esecuzione del *beamforming*.

L'analisi delle sezioni ortogonali dimostra che questa configurazione rappresenta l'ottimo ingegneristico (Figura 3.8). La teoria del *beamforming* stabilisce infatti che la risoluzione spaziale Δ_{xy} (o di cross-range) di un array è inversamente proporzionale alla sua massima estensione geometrica D dell'array stesso, nota come apertura sintetica, secondo la relazione [5], [6]:

$$\Delta_{xy} \propto \frac{\lambda R}{2D}$$

dove λ è la lunghezza d'onda operativa e R la distanza dal bersaglio. Poiché la scacchiera preserva gli ingombri massimi dell'array originale, l'apertura D rimane inalterata, restituendo un nucleo focale quasi indistinguibile dalla configurazione *Full* e un background che si mantiene estremamente pulito nonostante il teorico innalzamento dei lobi laterali, tipico degli array sottocampionati. L'unica minima differenza si rileva in una lievissima deviazione nella stima della profondità del bersaglio. Il picco di massima intensità subisce uno *shift* assiale microscopico, passando dai 10.00 cm teorici (centrati perfettamente dalla configurazione *Full*) a 9.96 cm. Un errore di localizzazione di soli 0.4 millimetri risulta ampiamente tollerabile e influente ai fini diagnostici, confermando la configurazione a *Scacchiera* come un compromesso architetturale eccellente per ottimizzare l'infrastruttura di calcolo senza penalizzare la qualità dell'immagine.

a)



b)

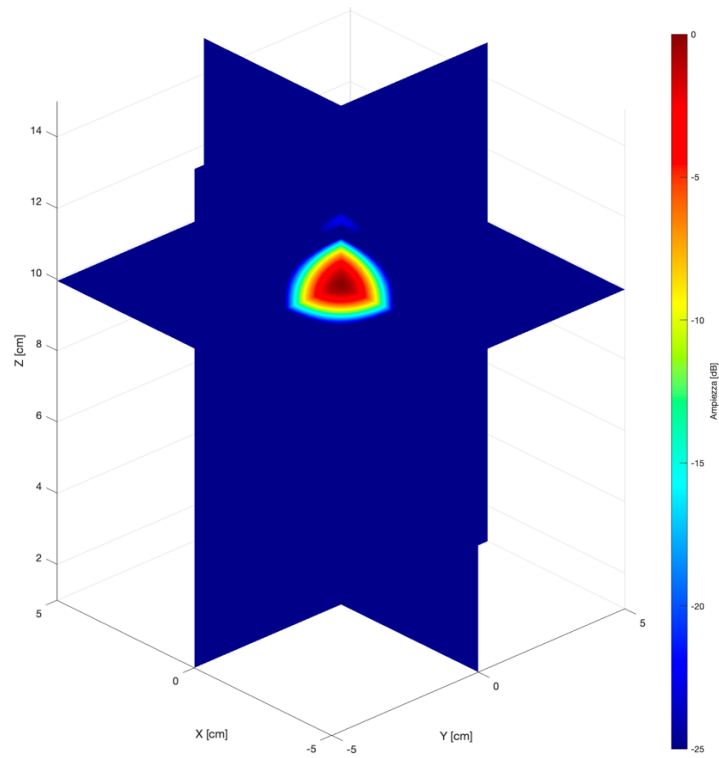


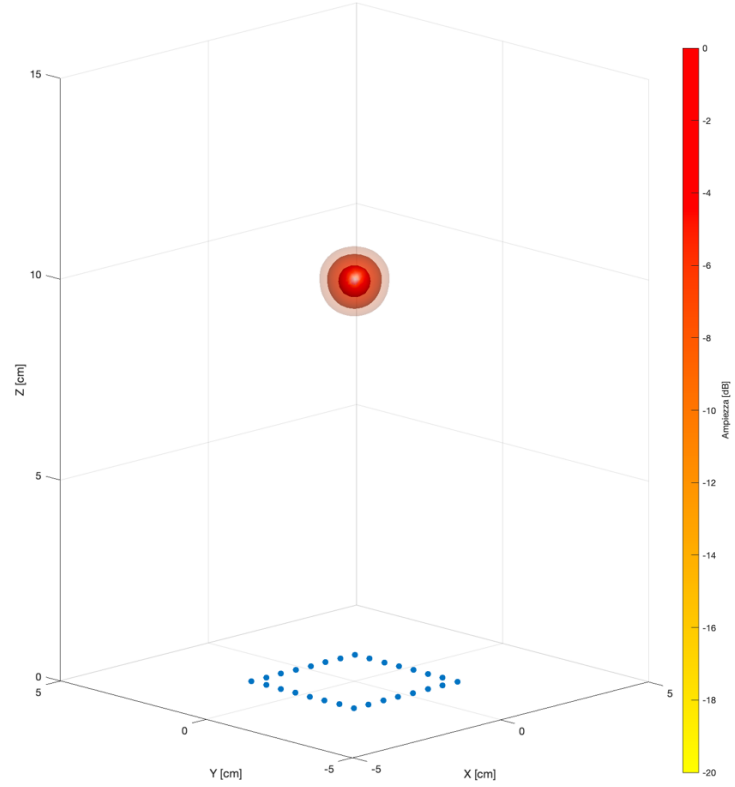
Figura 3.8: Array con sottocampionamento spaziale uniforme (Scacchiera, 32 antenne). (a) Vista volumetrica 3D. (b) Sezioni ortogonali. L'apertura sintetica inalterata garantisce prestazioni focali equivalenti alla configurazione completa.

Un confronto di particolare rilevanza scientifica emerge analizzando due topologie che impiegano il medesimo numero di elementi radianti (28 antenne), ma distribuiti secondo logiche spaziali diametralmente opposte, la *Cornice* e la *Croce* (quest'ultima implementata attivando le due righe e le due colonne centrali dell'array). Questo confronto mette in luce il dualismo intrinseco tra risoluzione spaziale e lobi spuri.

Nella configurazione a *Cornice*, lo svuotamento della porzione centrale dell'array mantiene intatta la massima apertura sintetica perimetrale D . Come previsto dall'equazione precedente, il lobo principale del target mantiene un'eccellente risoluzione spaziale (bersaglio stretto e a fuoco). Tuttavia, si incorre in una severa violazione del teorema del campionamento spaziale di Nyquist. Avendo un vuoto centrale, la distanza Δd tra i centri di fase opposti risulta molto maggiore della semi-lunghezza d'onda ($\Delta d \gg \lambda/2$). Questa condizione genera marcate interferenze costruttive in direzioni indesiderate, chiaramente visibili sotto forma di *grating lobes* (macchie ad alta intensità) nelle aree periferiche del dominio di indagine (Figura 3.9).

L'ispezione visiva dei piani di taglio ortogonali permette di cogliere la natura geometrica di tali artefatti. Sul piano orizzontale, attorno al nucleo focale, emergono chiaramente due dei quattro lobi spuri attesi, la cui disposizione simmetrica è una diretta ripercussione della geometria quadrata della cornice radiante. Inoltre, coerentemente con quanto osservato nella configurazione a *Scacchiera*, la severa decurtazione hardware (36 elementi "spenti" rispetto al caso *Full*) induce la medesima, trascurabile deviazione nella stima della profondità, collocando il picco di massima intensità a 9.96 cm.

a)



b)

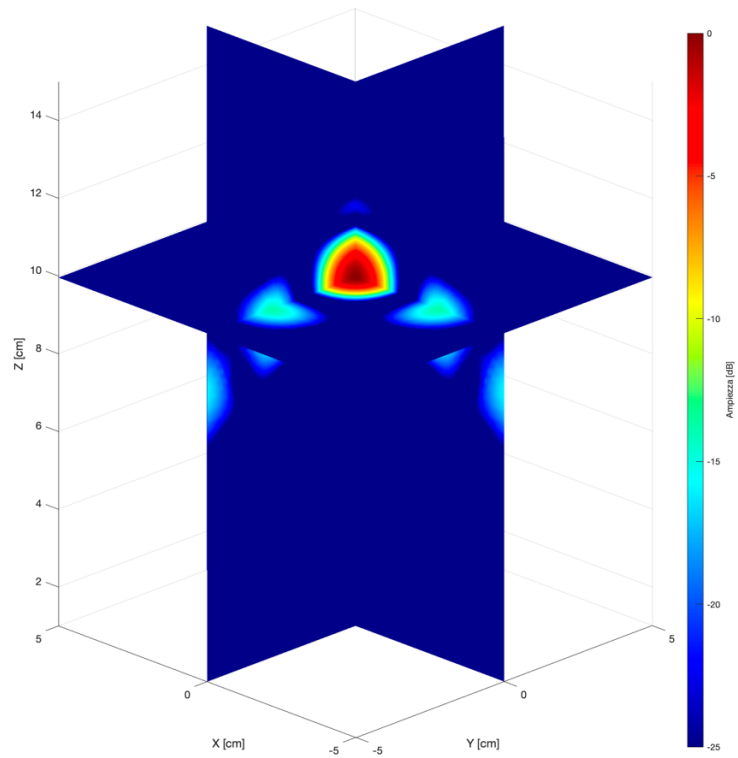


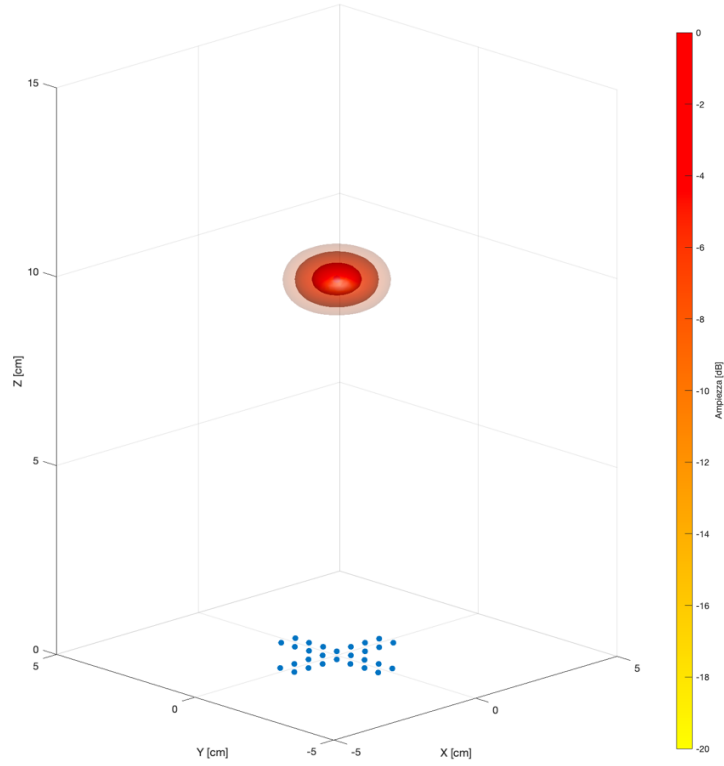
Figura 3.9: Svuotamento centrale dell'array (Cornice, 28 antenne). (a) Vista 3D del bersaglio, che mantiene un'elevata risoluzione spaziale. (b) Sezioni ortogonali, in cui è evidente la formazione di grating lobes periferici (in azzurro).

La configurazione a *Croce*, per contro, offre un comportamento spaziale duale. Concentrando gli elementi radianti sugli assi centrali (righe e colonne mediane dell'array), il campionamento spaziale risulta localmente denso ($\Delta d \leq \lambda/2$). Come evidenziato dall'ispezione delle sezioni ortogonali (Figura 3.10), tale densità sopprime drasticamente la genesi dei *grating lobes*, restituendo un dominio di background notevolmente più pulito e privo dei vistosi artefatti periferici che affliggevano la configurazione a cornice.

Il prezzo da pagare per questa pulizia spettrale è la drammatica riduzione dell'apertura sintetica effettiva D lungo le direttrici diagonali, svuotate dalla mancanza dei vertici dell'array. La diminuzione del denominatore nella formula della risoluzione spaziale si traduce inevitabilmente in un allargamento fisiologico del lobo principale. Il bersaglio ricostruito perde la sua netta sfericità per assumere contorni più sfocati e dilatati, manifestando una minore capacità di confinamento dell'energia rispetto alla configurazione *Full*. Da un punto di vista quantitativo, tuttavia, la decurtazione hardware complessiva (che ammonta a 36 antenne, in modo del tutto equivalente alla configurazione a cornice) restituisce la medesima, lieve, alterazione della focalizzazione assiale, attestando il picco di massima intensità alla profondità di 9.96 cm.

Questa evidente dilatazione volumetrica, ben apprezzabile osservando l'allargamento della traccia focale sul piano di taglio orizzontale, denota un innegabile degrado del potere risolutivo. Ciononostante, in uno scenario diagnostico reale, la totale pulizia del background rende questo compromesso spesso preferibile rispetto alla topologia a cornice, minimizzando il rischio diagnostico di scambiare intensi artefatti periferici per falsi positivi tumorali [17].

a)



b)

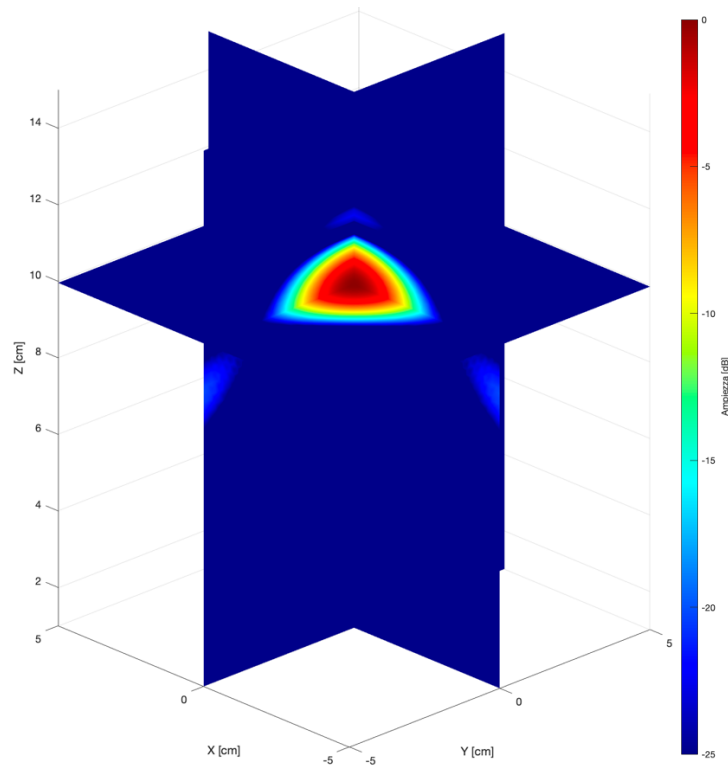
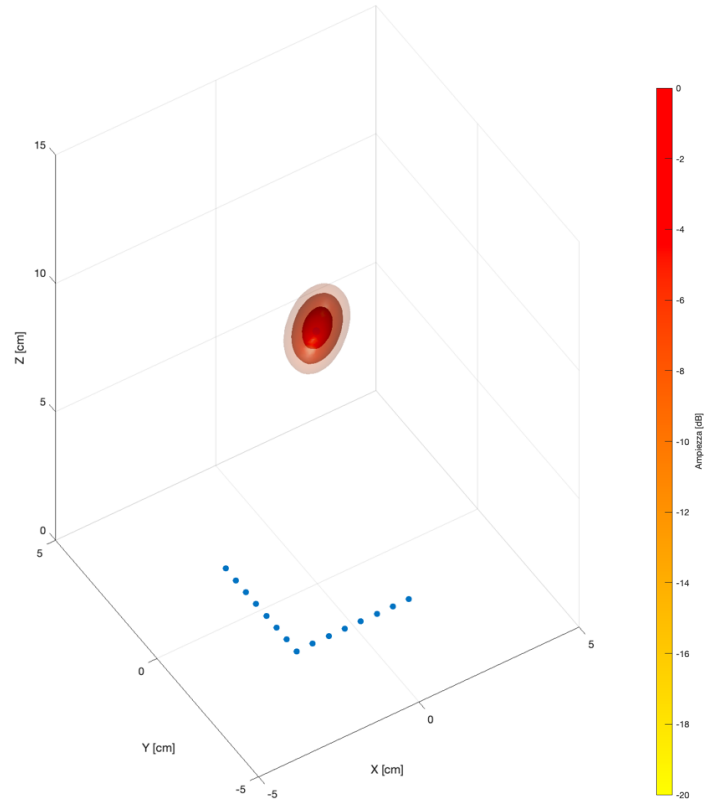


Figura 3.10: Concentrazione assiale degli elementi radianti (Croce, 28 antenne). (a) Vista 3D con fisiologico allargamento del bersaglio per riduzione dell'apertura. (b) Sezioni ortogonali, caratterizzate da una netta soppressione dei lobi spuri rispetto alla topologia a cornice.

A chiusura dello studio topologico è stata testata una configurazione ad asimmetria estrema, denominata *L-Shape*, attivando esclusivamente le antenne disposte lungo due lati adiacenti del perimetro (15 elementi). I risultati volumetrici e planari (Figura 3.11) evidenziano un totale collasso delle prestazioni focali. La *Point Spread Function* (PSF) del sistema subisce una profonda alterazione geometrica. Infatti, la mancanza di contributi elettromagnetici provenienti dai quadranti opposti impedisce all'algoritmo di bilanciare le fasi e chiudere correttamente il dominio delle frequenze spaziali. Come ben visibile nelle sezioni ortogonali, l'energia non viene più confinata in un nucleo compatto, generando una severa distorsione ("smearing") che spalma la firma del bersaglio lungo la direttrice diagonale priva di sensori, creando vistose scie di interferenza verso il fondo del dominio.

Un dato numerico apparentemente controintuitivo emerge dall'analisi quantitativa, che colloca il picco di massima intensità alla profondità di 9.98 cm. Sebbene tale valore risulti matematicamente più prossimo al target teorico (10.00 cm) rispetto alle configurazioni simmetriche a 28 elementi (9.96 cm), esso non costituisce un indice di maggiore accuratezza. Al contrario, è il risultato diretto del severo degrado del potere risolutivo. Il bersaglio, infatti, ha perso la sua focalizzazione "puntiforme" per trasformarsi in un vasto isovolume energetico piatto e dilatato. All'interno di questa nube sfocata, la localizzazione del massimo matematico è soggetta a fluttuazioni di calcolo che smarriscono ogni validità diagnostica. Questo scenario dimostra in modo inequivocabile che la simmetria geometrica bidimensionale dell'array è un requisito fisico non negoziabile per garantire un corretto confinamento spaziale [6].

a)



b)

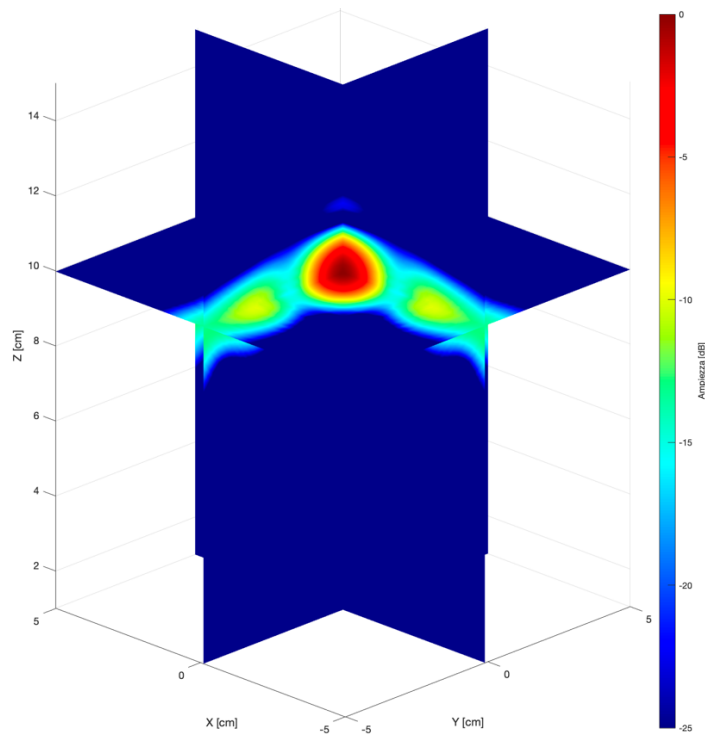


Figura 3.11: Asimmetria geometrica estrema (L-Shape, 15 antenne). (a) Vista 3D con severa distorsione spaziale. (b) Sezioni ortogonali che evidenziano il fenomeno di dispersione dell'energia (smearing) lungo la direttrice diagonale vuota.

3.3.4 Considerazioni Conclusive

L'analisi topologica appena conclusa ha permesso di validare la robustezza del motore di ricostruzione DAS tridimensionale, dimostrando come l'impiego del segnale analitico garantisca una focalizzazione stabile e immune da artefatti di discretizzazione. Il confronto tra le diverse architetture ha inoltre definito i limiti fisici del sottocampionamento spaziale. Se un'asimmetria severa compromette irrimediabilmente l'immagine, un diradamento uniforme si è rivelato un eccellente compromesso ingegneristico capace di abbattere il carico computazionale preservando la qualità diagnostica. Pur riconoscendo le potenzialità applicative di queste configurazioni ridotte per eventuali implementazioni real-time, la prosecuzione dello studio numerico farà programmaticamente affidamento sull'architettura radiante completa. L'impiego esclusivo della topologia Full massimizza infatti la densità dell'informazione spaziale raccolta, rivelandosi una scelta strategica indispensabile per affrontare le imminenti indagini su geometrie estese. Avendo consolidato le prestazioni del beamforming su un target elementare nello spazio libero, il modello computazionale è ora pronto per transitare verso le reali e complesse condizioni operative dell'imaging a microonde.

3.4 Estensione a Scenari Operativi Realistici

Nella successiva fase di studio, l'indagine viene estesa seguendo tre direttrici fondamentali. In primo luogo, la morfologia del bersaglio viene evoluta da un singolo centro di *scattering* a geometrie estese (nuvole di punti), per simulare lesioni tumorali realistiche. In secondo luogo, il vuoto viene sostituito da un mezzo di propagazione omogeneo caratterizzato dalle proprietà dielettriche del tessuto adiposo (grasso). Infine, lo scenario viene degradato introducendo rumore gaussiano, al fine di quantificare il

Rapporto Segnale-Rumore (SNR) e valutare la robustezza dell'algoritmo. Sebbene l'architettura finale del codice sorgente sia stata implementata per gestire simultaneamente queste tre variabili all'interno della matrice di *scattering*, l'analisi dei risultati verrà qui presentata seguendo un approccio incrementale. Tale scelta metodologica si rende necessaria per isolare fisicamente l'impatto visivo e quantitativo di ciascun fenomeno, validando gradualmente il motore di *beamforming* prima di approdare allo scenario diagnostico completo.

3.4.1 Ricostruzione di Geometrie Estese: Limiti di Risoluzione e Upgrade del Sistema

Prima di procedere con l'analisi dei risultati visivi, è doveroso fare una premessa metodologica sull'architettura software impiegata per questa nuova fase di test. Mentre l'algoritmo di focalizzazione radar (il motore di ricostruzione DAS tridimensionale validato nel Paragrafo 3.3) rimane matematicamente e strutturalmente inalterato, il modello fisico diretto (*Forward Model*), adibito alla generazione sintetica della matrice di *scattering* $[S]$, è stato profondamente evoluto per consentire la transizione da una modellazione a singolo centro di scattering puntiforme a una rappresentazione discreta di bersagli estesi a morfologia complessa. Questo aggiornamento ha comportato, di riflesso, la riconfigurazione della banda di frequenza operativa e l'adeguamento della geometria dell'array di antenne.

Per simulare l'eco radar di geometrie complesse, il nuovo script implementa il Principio di Sovrapposizione degli effetti. Il bersaglio non è più trattato come una singola entità puntiforme macroscopica, bensì discretizzato in una nuvola di N centri di *scattering* indipendenti [8]. Per ogni singola frequenza spettrale e per ogni coppia di antenne (trasmittente e ricevente), il codice calcola le singole risposte elettromagnetiche di

ciascun punto e le somma coerentemente (in modulo e fase) per ottenere il segnale multistatico composito totale. Questa riprogettazione ha permesso non solo di studiare forme morfologicamente arbitrarie, ma ha anche predisposto l'infrastruttura di calcolo per la successiva implementazione dell'attenuazione dielettrica del mezzo e del rumore termico.

Il primo passo verso l'ispezione di scenari operativi realistici consiste dunque nel valutare la risposta del sistema di *beamforming* di fronte a tali geometrie estese. Al fine di condurre una valutazione rigorosa della risoluzione spaziale e della capacità dell'algoritmo di ricostruire dettagli ad alto gradiente morfologico (come i vertici acuminati della geometria a stella), è stato modellato un bersaglio a forma di "Stella" a 5 punte, situato a 4 cm di profondità. Ai singoli N punti costituenti la geometria spaziale è stata assegnata una Radar Cross Section (RCS) omogenea e unitaria pari a 10^{-4} m^2 . Questo valore parametrico è stato selezionato per garantire un'adeguata dinamica del segnale simulato, rappresentando un centro di *scattering* virtuale con un forte contrasto dielettrico rispetto al mezzo circostante. Tale impostazione, associata a una realistica potenza di trasmissione di 0 dBm (1 mW), tipica impostazione di *default* per gli stadi di uscita degli analizzatori di rete vettoriali (VNA) senza amplificazione esterna [5], permette di spingere l'algoritmo al suo limite risolutivo, valutando fino a che punto il sistema sia in grado di mappare i dettagli morfologici del bersaglio (come i vertici acuminati della geometria a stella) prima di incorrere nei limiti di diffrazione.

Eseguendo una prima ricostruzione volumetrica, mantenendo i parametri di sistema impiegati nello studio topologico precedente, ovvero l'array 8x8 con spaziatura di 0.5 cm e banda operativa 26.5 - 40 GHz, i risultati visivi hanno evidenziato una marcata criticità fisica (Figura 3.12 e Figura 3.13). L'analisi tridimensionale e la scomposizione sui piani

ortogonali rivelano una netta discrepanza tra il potere risolutivo trasversale e quello assiale:

- Lungo l'asse di propagazione verticale (Z), emerge una severa criticità fisica. Come visibile nell'intersezione dei piani verticali (Figura 3.13a), il bersaglio appare fortemente estruso e dilatato. La limitata estensione della banda passante originaria non riesce a comprimere a sufficienza l'impulso temporale portando la lesione a perdere la propria fedeltà volumetrica tridimensionale per assumere una geometria marcatamente ovoidale.
- Sul piano trasversale orizzontale (XY), invece, l'algoritmo si dimostra ampiamente all'altezza del compito. L'ispezione della sezione piana estrapolata alla quota nominale di 4 centimetri (Figura 3.13b) mostra come l'energia riflessa tracci fedelmente il perimetro del bersaglio delineando in modo netto la conformazione a stella e risolvendo correttamente i dettagli geometrici ad alta frequenza spaziale.

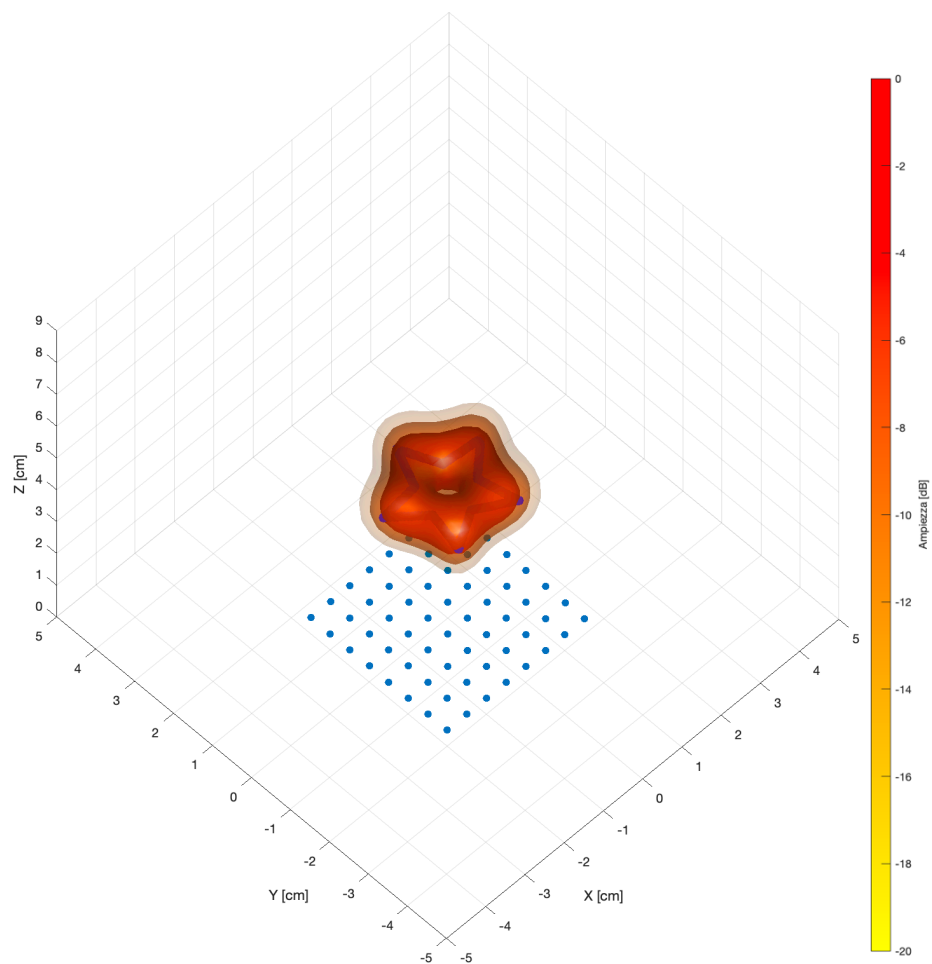


Figura 3.12: Ricostruzione volumetrica 3D iniziale di una geometria estesa (Stella) con array 8 x 8 e banda 26.5 - 40 GHz. I veri scatterer (punti blu) risultano annegati nell'isovolume ricostruito.

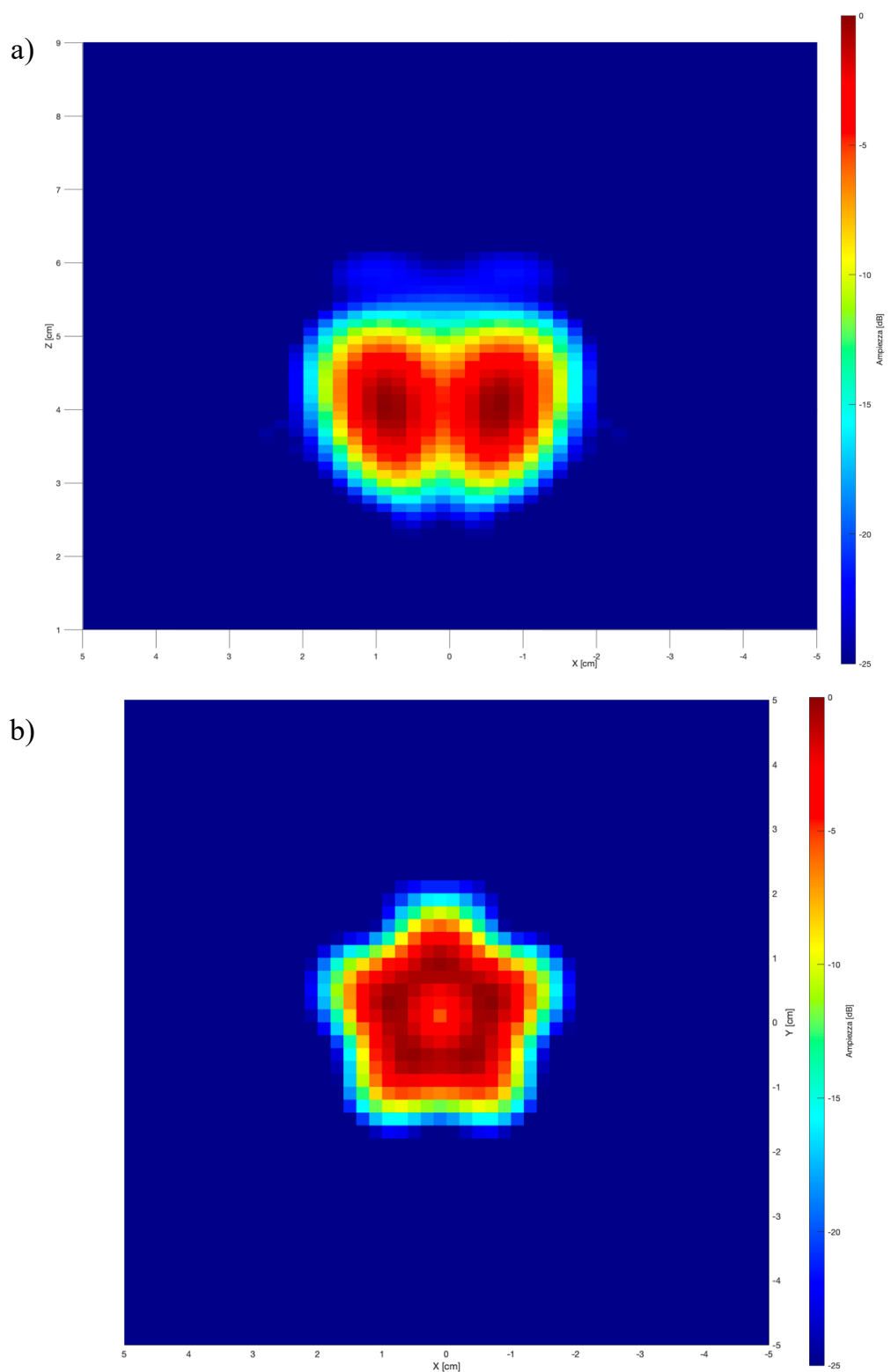


Figura 3.13: Sezioni ortogonali della ricostruzione iniziale. (a) Intersezione dei piani verticali che evidenzia la severa dilatazione (sfocatura) lungo l'asse Z. (b) Sezione trasversale XY che attesta la capacità del sistema di risolvere i vertici della geometria.

Questa aberrazione visiva lungo l'asse verticale non è imputabile a un errore computazionale dell'algoritmo, bensì ai limiti imposti dall'ottica fisica. In un sistema radar, la risoluzione assiale Δz è inversamente proporzionale alla banda passante B del segnale impiegato secondo la relazione [5]:

$$\Delta z = \frac{c_0}{2B}$$

Per superare questa severa limitazione e garantire una ricostruzione volumetrica fedele si è reso necessario un primo step di ottimizzazione hardware riguardante l'estensione dello spettro operativo. Mantenendo inalterata la griglia spaziale 8x8 la frequenza minima di indagine è stata abbassata da 26.5 GHz a 18 GHz incrementando la banda passante complessiva a 22 GHz (banda 18 - 40 GHz) [5]. Conseguentemente per mantenere un adeguato passo di campionamento in frequenza e prevenire fenomeni di *aliasing* nel dominio del tempo il numero di campioni spettrali è stato innalzato proporzionalmente da 271 a 551 punti. L'obiettivo primario di questo allargamento di banda era comprimere l'impulso sintetizzato incrementando il denominatore della formula risolutiva per correggere lo stiramento verticale.

Applicando questa nuova configurazione spettrale l'analisi visiva conferma un drastico miglioramento lungo l'asse di propagazione (Figura 3.14 e Figura 3.15a). Il notevole aumento della banda ha fisiologicamente compresso l'impulso multistatico sopprimendo l'artefatto ovoidale e restituendo un nucleo confinato con estrema precisione attorno alla profondità di 4 centimetri. Tuttavia, l'ispezione sul piano trasversale (Figura 3.15b) rivela un inaspettato degrado del potere risolutivo orizzontale. Il bersaglio perde i propri contorni netti presentandosi come un isovolume smussato in cui le punte acuminate della stella risultano parzialmente fuse.

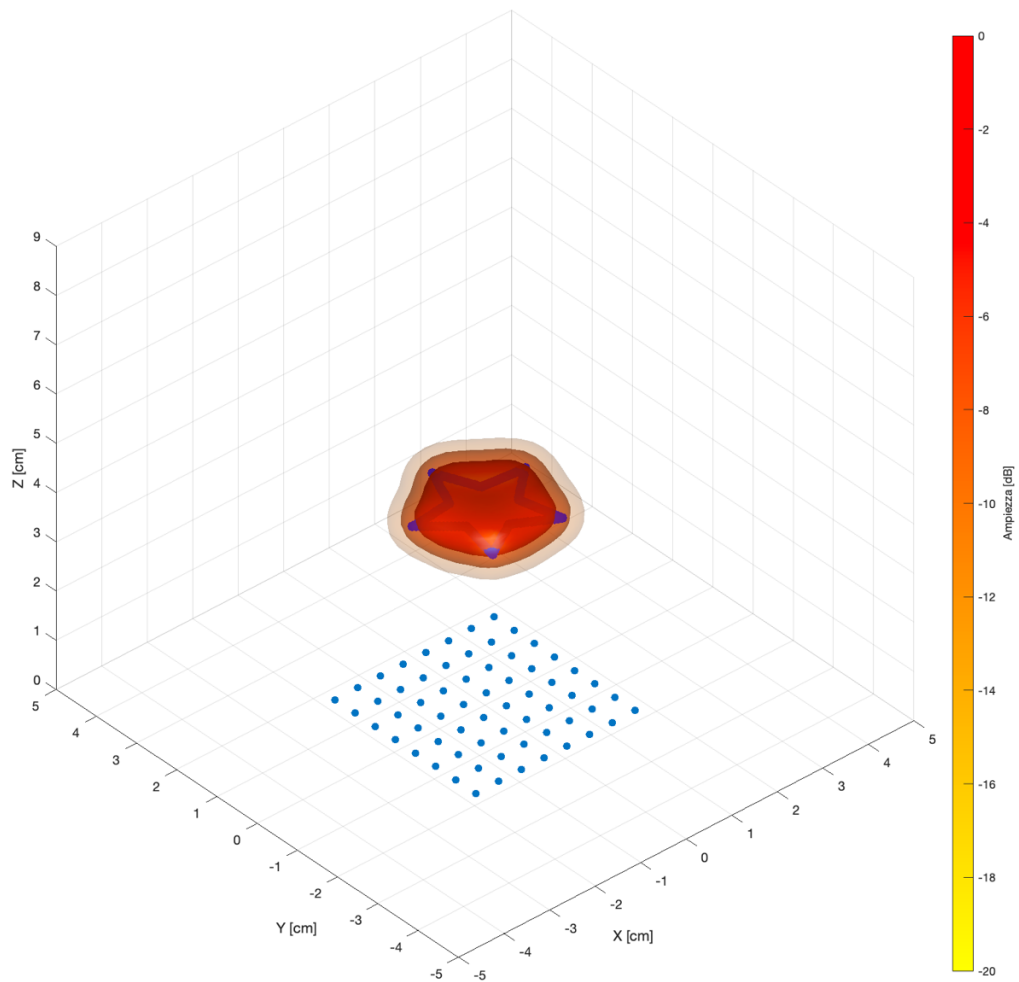


Figura 3.14: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a stella ottenuta con array sintetico 8x8 e banda estesa 18-40 GHz. L'immagine mostra l'efficacia del raggruppamento energetico attorno alla posizione nominale del target, evidenziando però una parziale perdita di definizione dei vertici geometrici a causa della maggiore lunghezza d'onda media introdotta nello spettro.

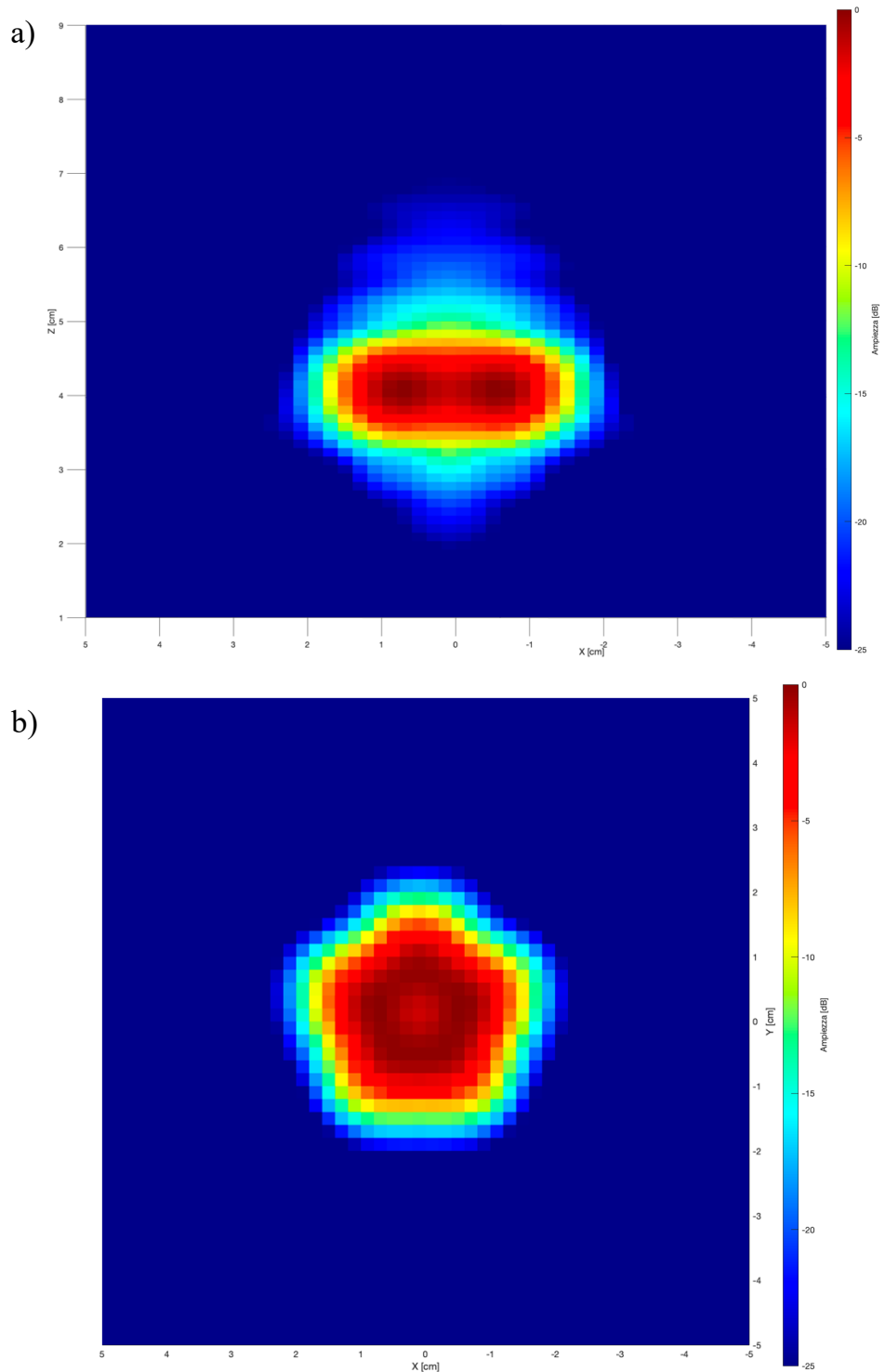


Figura 3.15: Sezioni ortogonali della ricostruzione con array 8x8 e banda estesa. (a) La sezione verticale ZX documenta la corretta compressione dell'impulso e il ripristino della risoluzione assiale. (b) La sezione orizzontale XY mostra lo smussamento dei contorni e la fusione delle punte della stella.

Questo nuovo limite morfologico è spiegabile introducendo l'equazione della risoluzione trasversale Δxy (o di cross-range) la quale a parità di profondità nominale Z è governata dal rapporto tra la lunghezza d'onda operativa λ e la massima apertura sintetica dell'array D , secondo la relazione [6]:

$$\Delta xy = \frac{\lambda \cdot Z}{2 \cdot D}$$

L'introduzione delle basse frequenze (fino a 18 GHz) nel primo step di ottimizzazione ha comportato un innalzamento della lunghezza d'onda media operativa λ . A parità di apertura fisica questo incremento al numeratore ha inevitabilmente ridotto la capacità del sistema di risolvere i dettagli spaziali più fini smussando i vertici della geometria.

Per recuperare la fedeltà orizzontale compromessa da questo effetto collaterale si è proceduto a una seconda e definitiva ottimizzazione hardware mirata ad ampliare l'apertura sintetica. La griglia planare è stata estesa a una topologia 10x10 costituita da 100 antenne mantenendo inalterato il passo spaziale di 0.5 centimetri. Questa configurazione espande l'apertura fisica complessiva incrementando il denominatore D (da 3.5 cm a 4.5 cm), per bilanciare matematicamente l'aumento della lunghezza d'onda e ripristinare il potere risolutivo originario.

Applicando i parametri di questa architettura definitiva la ricostruzione della medesima geometria a stella (Figura 3.16) sancisce il raggiungimento del setup ideale. Sul piano trasversale (Figura 3.17b) l'incremento dell'apertura ripristina la qualità dell'immagine delineando nuovamente le punte in modo distinto e definito. Al contempo la risoluzione assiale si mantiene eccellente (Figura 3.17a) garantendo un'impronta volumetrica complessivamente perfetta e aderente al target reale.

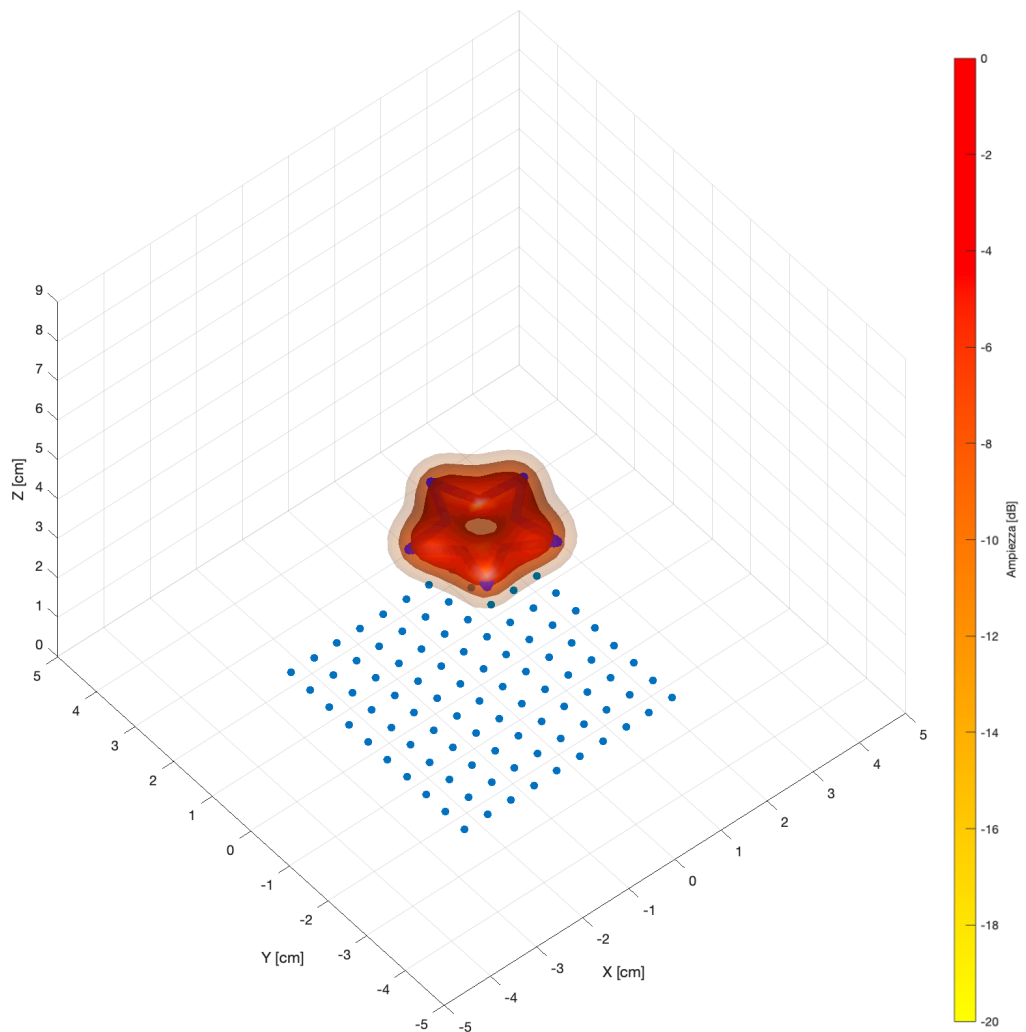


Figura 3.16: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio tramite l'architettura hardware ottimizzata (array 10x10, banda 18-40 GHz). L'incremento dell'apertura sintetica permette di recuperare il potere risolutivo trasversale necessario per mappare i dettagli morfologici complessi, mantenendo al contempo l'elevata precisione di localizzazione in profondità.

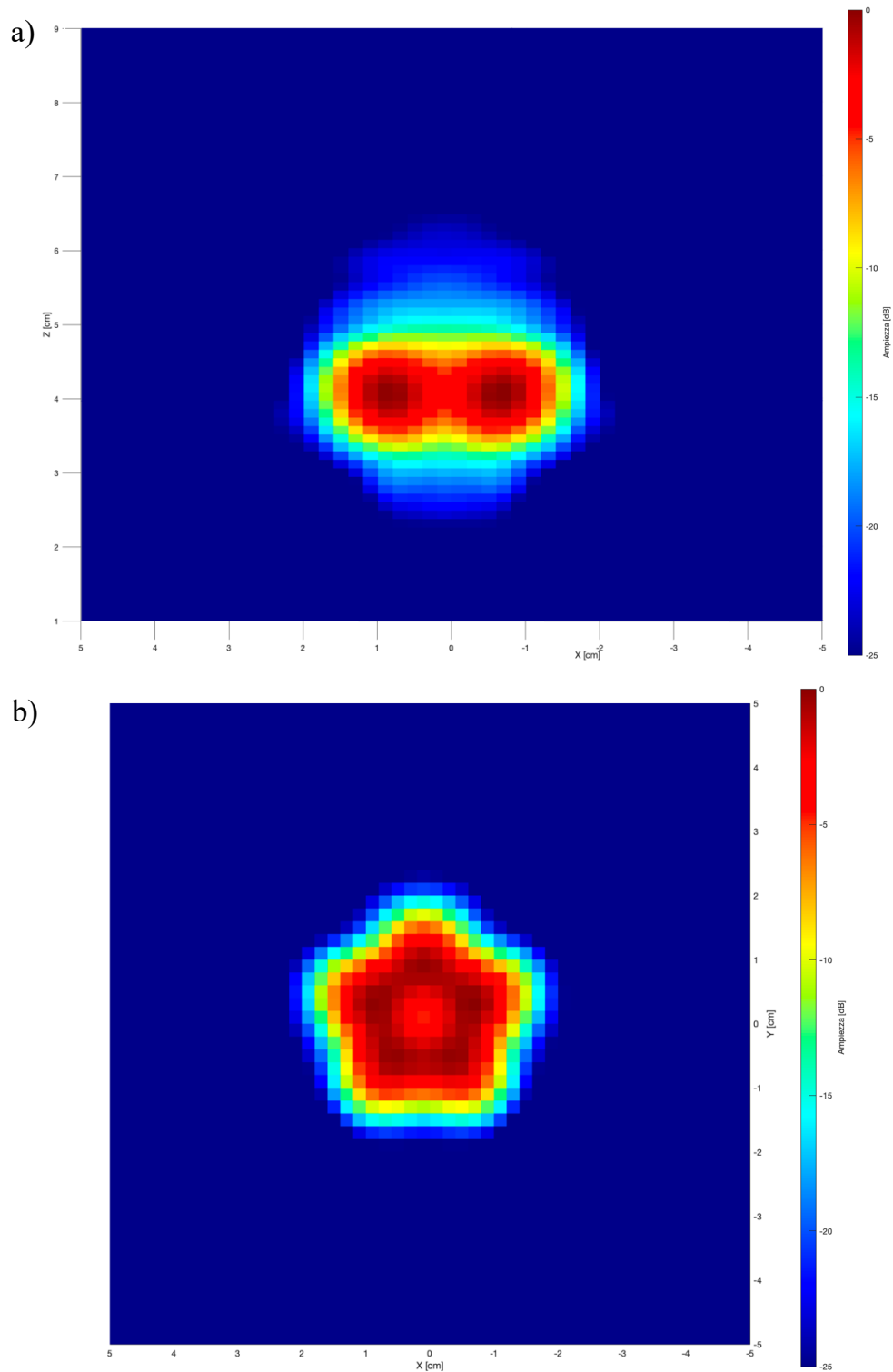


*Figura 3.17: Sezioni ortogonali della ricostruzione ottimizzata definitiva.
 (a) Mantenimento della risoluzione assiale millimetrica lungo l'asse Z. (b)
 Ripristino della fedeltà morfologica sul piano XY con chiara distinzione
 delle estremità del bersaglio.*

Un ulteriore ingrandimento della griglia radiante verso topologie 16x16 o superiori permetterebbe teoricamente di forzare ancora di più il limite risolutivo trasversale. Tale strada è stata tuttavia ingegneristicamente scartata poiché comporterebbe un insostenibile degrado della fattibilità hardware. Un sistema multistatico a N elementi richiede l'acquisizione simultanea di un numero di combinazioni pari al quadrato delle antenne (N^2) [6]. Superare i 100 elementi radianti significherebbe gestire oltre diecimila canali radio saturando la capacità di calcolo in tempo reale ed esasperando i tempi di acquisizione strumentale con perdite di inserzione insormontabili a livello di reti di commutazione a microonde [5]. La configurazione 10x10 operante tra 18 e 40 GHz si attesta pertanto come l'ottimo progettuale definitivo garantendo il perfetto equilibrio tra l'accuratezza diagnostica ottenibile e la realizzabilità fisica del prototipo.

I risultati morfologici ottenuti con questo setup rappresentano il limite superiore del potere risolutivo del sistema in spazio libero. Alla luce delle eccellenti prestazioni dimostrate l'architettura espansa viene elevata a standard metodologico e mantenuta rigorosamente invariata per tutte le successive analisi numeriche. Con la stabilità spaziale dell'algoritmo di focalizzazione ormai accertata il percorso di validazione si conclude in condizioni ideali e si predispone ad affrontare le severe complessità ambientali tipiche dell'imaging a microonde.

3.4.2 Transizione allo Scenario Operativo: Il Tessuto Adiposo e l'Equazione Radar

Come anticipato, l'avvicinamento allo scenario operativo impone l'abbandono del vuoto in favore di un mezzo di propagazione realistico. Il seno umano è prevalentemente composto da tessuto adiposo, un mezzo dielettrico dissipativo che interagisce con il campo elettromagnetico

riducendone la velocità di propagazione e attenuandone esponenzialmente l'energia.

Per simulare fedelmente questa dinamica, l'architettura del modello numerico diretto è stata arricchita integrando il calcolo rigoroso dell'Equazione Radar all'interno di un mezzo con perdite [8]. In primo luogo, sono state definite le proprietà elettromagnetiche complesse del tessuto. Assumendo i tessuti biologici come materiali amagnetici, la permeabilità magnetica è stata posta pari a quella del vuoto ($\mu = \mu_0$), mentre la permittività dielettrica complessa è stata espressa come:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')$$

Dove la parte reale ε' rappresenta la capacità del mezzo di immagazzinare energia attraverso meccanismi di polarizzazione, determinando il conseguente rallentamento della velocità di fase dell'onda. La parte immaginaria ε'' , legata alla conducibilità elettrica dalla relazione $\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$, quantifica invece le perdite energetiche di natura dissipativa all'interno del mezzo. A partire dal prodotto complesso $me = \mu * \varepsilon$, l'algoritmo calcola ad ogni pulsazione $\omega = 2\pi f$ le costanti fondamentali di propagazione, separando la costante di fase β [rad/m] e la costante di attenuazione α [Np/m] secondo le relazioni esatte per i mezzi dissipativi [25]:

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{|me| + \Re(me)}{2}} \quad \alpha = \omega \sqrt{\frac{|me| - \Re(me)}{2}}$$

Noto l'ambiente di propagazione, il codice calcola il segnale retrodiffuso per ogni generica coppia di antenne (trasmittente e ricevente) sfruttando l'Equazione Radar. Per ciascuno degli N centri di *scattering* (indicizzati

con p) che compongono la geometria estesa, la potenza ricevuta $P_{r,p}$ viene valutata come:

$$P_{r,p} = \frac{P_t G_{tx} G_{rx} \sigma_p \lambda_{mezzo}^2}{(4\pi)^3 (R_{tx,p} \cdot R_{rx,p})^2}$$

dove P_t è la potenza trasmessa fissata a un valore realistico di 0 dBm (pari a 1 mW), G_{tx} e G_{rx} sono i guadagni delle antenne assunti unitari per isotropia, σ_p è la Radar Cross Section del singolo punto e $\lambda_{mezzo} = 2\pi/\beta$ è la lunghezza d'onda locale nel mezzo. Estratta la radice quadrata della potenza per ottenere l'ampiezza del segnale, vi si applica il decadimento esponenziale governato da α e lo sfasamento governato da β lungo il tragitto bistatico totale $R_{sum,p} = R_{tx,p} + R_{rx,p}$. Il contributo complesso del singolo *scatterer* risulta quindi:

$$S_p = \sqrt{P_{r,p}} \cdot e^{-\alpha R_{sum,p}} \cdot e^{-j\beta R_{sum,p}}$$

In ossequio al Principio di Sovrapposizione, il valore finale del parametro di *scattering* $S_{ij}(f)$ per la specifica coppia di antenne alla frequenza f è dato dalla sommatoria coerente di tutti gli N contributi simulati S_p .

Parallelamente, l'introduzione del mezzo dispersivo impone un adeguamento anche nell'algoritmo di focalizzazione DAS (*Delay-and-Sum*). L'onda elettromagnetica non viaggia più alla velocità della luce nel vuoto (c_0), ma subisce un rallentamento determinato dalla parte reale della permittività relativa del mezzo (ϵ'), secondo la relazione $v_{mezzo} = c_0/\sqrt{\epsilon'}$. Poiché nei tessuti biologici la permittività è una grandezza dipendente dalla frequenza, la velocità di propagazione varia lungo l'intero spettro operativo. Per garantire una focalizzazione stabile, lo script estrae la velocità di propagazione calcolata esattamente alla frequenza centrale

di banda ($f_c=29\text{GHz}$), fornendo all'algoritmo DAS il parametro nominale corretto per il calcolo dei ritardi temporali.

Per garantire una rigorosa coerenza metodologica e permettere un confronto diretto con i risultati ottenuti in spazio libero, l'indagine morfologica è stata condotta mantenendo il bersaglio alla medesima profondità nominale di 4 centimetri. Questa scelta permette di isolare l'impatto esclusivo del mezzo sulle prestazioni del sistema. Il dominio volumetrico è stato popolato simulando un mezzo omogeneo con proprietà dielettriche tipiche del tessuto adiposo alle frequenze millimetriche, in accordo con i dati sperimentali presenti in letteratura [5], [14], [22], [23], assumendo una permittività relativa reale $\varepsilon'=3$ e una componente immaginaria $\varepsilon''=0.3$.

Come si evince dall'analisi visiva delle ricostruzioni (Figura 3.18 e Figura 3.19), la transizione da un mezzo ideale a un mezzo dissipativo non compromette le capacità di focalizzazione spaziale dell'algoritmo DAS. L'isovolume ricostruito mantiene, infatti, un eccellente confinamento assiale (Figura 3.19a), posizionando il baricentro energetico della massa anomala con assoluta esattezza alla quota di 4 centimetri. Tale risultato convalida matematicamente l'efficacia della compensazione cinematica a frequenza centrale scongiurando qualsiasi errore di stima della profondità.

Sul piano trasversale XY (Figura 3.19b), un'osservazione analitica rivela un parziale ma sensibile miglioramento della definizione geometrica del bersaglio rispetto all'equivalente ricostruzione in aria (Figura 3.17b). Questo fenomeno trova una rigorosa giustificazione fisica nell'equazione della risoluzione trasversale precedentemente discussa. All'interno di un mezzo dielettrico ad alta permittività, la lunghezza d'onda del segnale si contrae di un fattore proporzionale a $1/\sqrt{\varepsilon'}$. Questo accorciamento fisico dell'onda incidente ($\lambda_{mezzo} < \lambda_{aria}$), a parità di apertura sintetica e

profondità, si traduce in un restringimento dell'impronta focale Δxy [6]. La severità del limite di diffrazione spaziale risulta pertanto mitigata dal mezzo stesso, consentendo al sistema di delineare l'involuppo periferico della stella in modo ancora più netto e definito rispetto allo scenario in spazio libero.

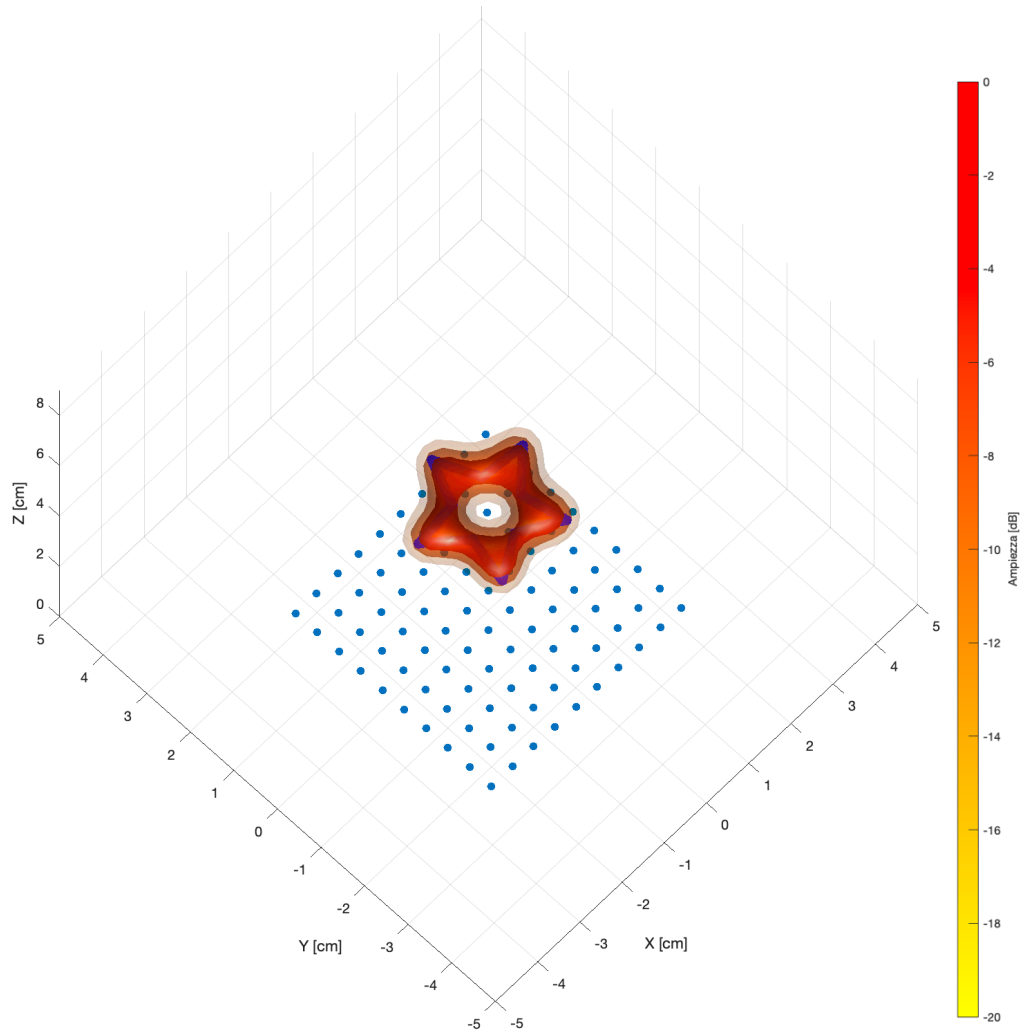


Figura 3.18: Ricostruzione volumetrica 3D della geometria a stella situata a 4cm di profondità all'interno del mezzo dissipativo equivalente al tessuto adiposo ($\epsilon'=3$, $\epsilon''=0.3$).

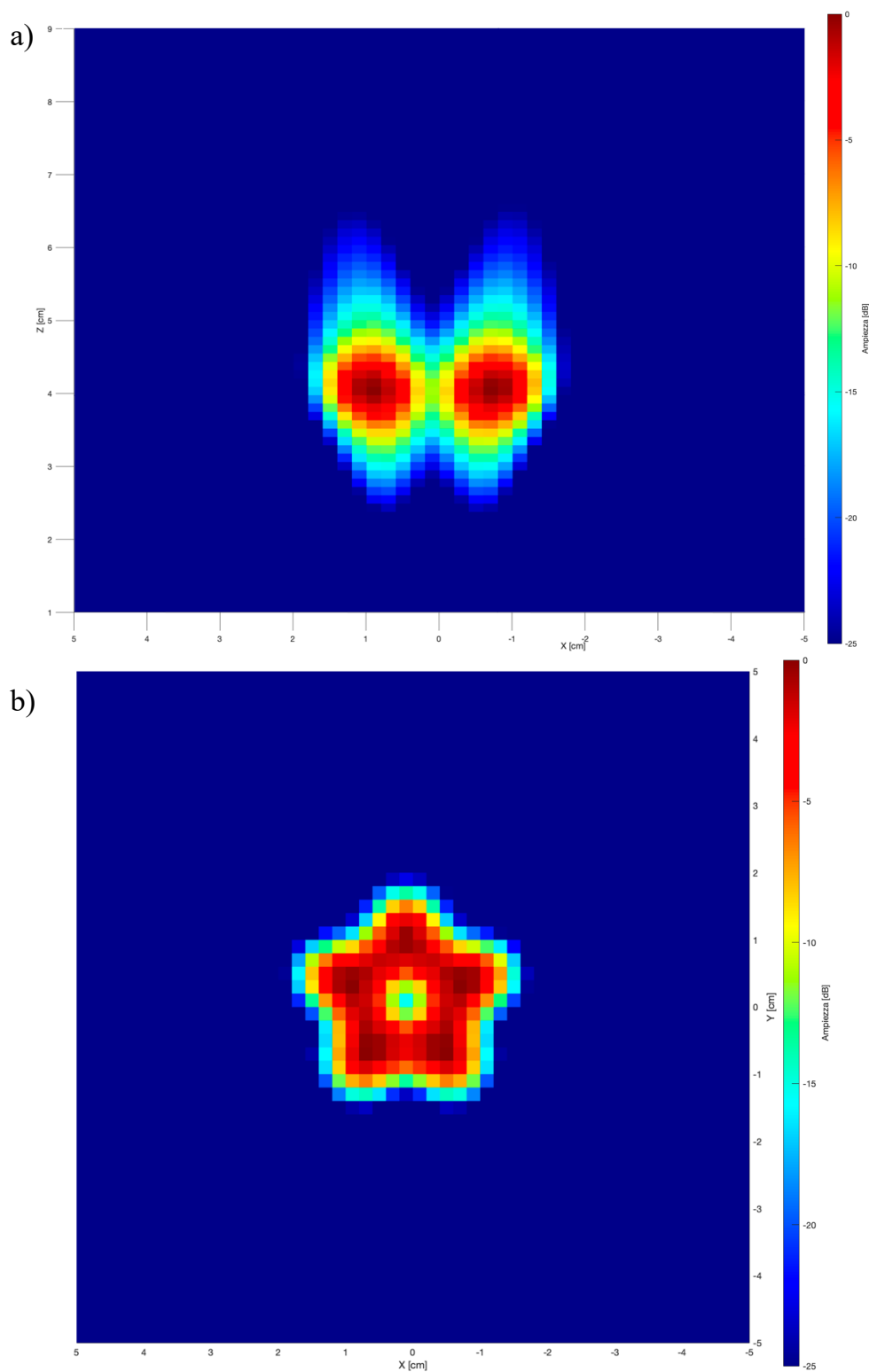


Figura 3.19: Sezioni ortogonali della ricostruzione in mezzo dissipativo. (a) Corretta focalizzazione in profondità a 4 cm. (b) Risoluzione trasversale ottimizzata dall'accorciamento fisico della lunghezza d'onda.

È tuttavia fondamentale interpretare questi eccellenti risultati visivi alla luce delle dinamiche di elaborazione del segnale. La nitidezza morfologica riscontrata nei profili ortogonali non deve infatti trarre in inganno rispetto alle reali sfide fisiche del mezzo biologico. In questo ambiente di simulazione idealmente privo di rumore la severa attenuazione esponenziale introdotta dalla costante α del tessuto adiposo riduce drasticamente la potenza assoluta dell'eco retrodiffusa ma non ne altera le rigorose relazioni di fase relative tra le antenne. Poiché il processo di *beamforming* normalizza intrinsecamente la mappa di intensità tridimensionale rispetto al proprio picco energetico l'immagine risultante appare paradossalmente perfetta.

Questo scenario idealizzato, pur essendo essenziale per validare la compensazione cinematica e l'Equazione Radar, omette la principale criticità strumentale dell'imaging a microonde, quale la competizione tra il segnale utile e il rumore termico del ricevitore radar (*noise floor*). Nella realtà strumentale, la debolissima eco riflessa dalla lesione profonda rischia di avvicinarsi pericolosamente alla soglia del rumore. Per validare in modo definitivo e realistico le capacità di rilevamento del sistema risulta pertanto imperativo abbandonare l'assunzione di un canale trasmissivo ideale. L'indagine proseguirà introducendo il rumore strumentale per transitare da una valutazione puramente morfologica a un'analisi quantitativa, con l'obiettivo di testare la solidità dell'algoritmo di focalizzazione spaziale e dimostrare la robustezza garantita dal guadagno di integrazione (*Processing Gain*) della matrice 10x10 [6].

3.4.3 Il Limite Strumentale: Rumore Termico e Rapporto Segnale-Rumore (SNR)

Come già evidenziato, l'attenuazione dielettrica del tessuto biologico comprime drasticamente l'ampiezza dell'eco radar retro-diffusa. In un

ambiente di calcolo ideale, tale degrado energetico risulterebbe ininfluenza ai fini della focalizzazione. Tuttavia, in qualsiasi sistema elettronico reale, l'identificazione di un segnale è intrinsecamente vincolata dal rumore di fondo (*noise floor*) della strumentazione.

La principale fonte di degrado in un ricevitore a microonde è il rumore termico, generato dall'agitazione termica degli elettroni nei conduttori e negli stadi di amplificazione. Per replicare fedelmente questo vincolo fisico all'interno del simulatore e valutare la reale resilienza dell'algoritmo DAS, il modello diretto è stato integrato con un generatore di rumore gaussiano bianco additivo (AWGN).

Il primo passo dell'implementazione prevede il calcolo analitico della potenza del rumore termico P_{noise} all'ingresso del ricevitore, definita dalla relazione fondamentale:

$$P_{noise} = k_B T B$$

dove k_B è la costante di Boltzmann (1.380649×10^{-23} J/K), T è la temperatura fisica di rumore del sistema (fissata a un valore standard ambientale di 300 K) e B rappresenta la banda passante complessiva del sistema radar pari a 22 GHz per l'architettura ottimizzata in esame.

Nota la soglia di potenza del rumore, il codice genera una matrice di perturbazione complessa delle medesime dimensioni della matrice di *scattering* originale. Poiché il segnale radar elaborato è espresso in rappresentazione complessa in banda base (I/Q), il rumore termico del ricevitore viene rigorosamente modellato come *Additive White Gaussian Noise* (AWGN) complesso. Secondo la teoria dei segnali, la potenza totale del rumore termico (P_{noise}) coincide con la varianza del processo stocastico complesso. Essendo le componenti in fase (reale) e in quadratura (immaginaria) del ricevitore statisticamente indipendenti e ortogonali, la

potenza totale del rumore si distribuisce in modo simmetrico su di esse. Pertanto, la matrice di rumore viene popolata campionando una distribuzione normale standard $\mathcal{N}(0,1)$ per ciascun asse e scalando la varianza di ciascuna componente esattamente per la metà della potenza totale [24]:

$$S_{rumore} = (\mathcal{N}(0,1) + j\mathcal{N}(0,1)) \cdot \sqrt{\frac{P_{noise}}{2}}$$

Questa matrice stocastica viene infine sommata linearmente ai dati sintetizzati, simulando fisicamente l'effetto additivo del rumore di ricezione sull'informazione utile e corrompendone modulo e fase:

$$S_{ricevuto} = S_{ideale} + S_{rumore}$$

Al fine di quantificare la gravità del degrado e oggettivare i risultati della ricostruzione è stata introdotta la metrica fondamentale del Rapporto Segnale-Rumore (SNR, *Signal-to-Noise Ratio*). Quest'ultimo viene calcolato confrontando la potenza media del segnale utile ricevuto (estratta dalla matrice S_{ideale} prima dell'iniezione del rumore) per singola antenna con la potenza del rumore termico P_{noise} :

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{media_segnale}}{P_{noise}} \right)$$

L'introduzione di questo parametro segna un punto di svolta metodologico. L'analisi dell'algoritmo DAS passa, infatti, da una valutazione puramente qualitativa (la fedeltà morfologica dei margini) a uno studio di fattibilità quantitativo. Il sistema si trova ora a dover estrarre l'eco coerente del bersaglio da un tappeto di fluttuazioni aleatorie che rischiano di possedere un'energia paragonabile o addirittura superiore a quella del segnale retro-diffuso. È tuttavia fondamentale precisare una

dinamica cruciale dei sistemi radar ad apertura sintetica. Il valore di SNR calcolato dalla precedente equazione rappresenta il rapporto di potenza grezzo (Raw SNR) all'ingresso del singolo canale ricevente. Nello specifico l'elaborazione multistatica di 100 elementi radianti comporta la sommatoria coerente di quasi 10.000 tracce radar indipendenti da parte dell'algoritmo DAS. Sebbene il rumore termico complessivo aumenti linearmente con il numero dei canali la potenza del segnale utile in fase cresce in modo quadratico garantendo un Guadagno di Elaborazione (Processing Gain) teorico di 40 dB [6]. Questo meccanismo fisico spiega la straordinaria capacità del sistema di produrre ricostruzioni affidabili anche operando in regimi di Raw SNR fortemente negativi dove il segnale della singola antenna risulta matematicamente sommerso dal rumore.

Al fine di esplorare i limiti operativi dell'architettura proposta stressando le capacità di questo guadagno di elaborazione, l'analisi è stata condotta seguendo tre direttrici di indagine indipendenti: la tolleranza al degrado hardware, il limite di rilevamento diagnostico in profondità e la robustezza dielettrica a fronte dell'eterogeneità del tessuto adiposo.

Test 1: Validazione Architetture e Caratterizzazione Morfologica

Il primo scenario di test mira a valutare la robustezza dell'algoritmo di *beamforming* a fronte dell'impiego di componentistica ricevente via via meno performante. Mantenendo inalterata la geometria del bersaglio e la sua posizione nominale a 4 cm di profondità, è stata simulata l'acquisizione con tre differenti livelli di Temperatura di Rumore (T): 300 K, 600 K e 900 K.

Questo parametro termodinamico modella analiticamente la Figura di Rumore (*Noise Figure*) degli stadi di amplificazione del ricevitore radar (ad esempio i *front-end* di un VNA commerciale) [5]. Passando da un

ricevitore ideale (300 K) a strumentazioni via via più economiche e rumorose (600 K e 900 K), la potenza del rumore di fondo si innalza proporzionalmente. I risultati delle simulazioni hanno restituito i seguenti valori di SNR calcolati all'ingresso del singolo canale ricevente:

- A T = 300K: SNR = 9.85 dB
- A T = 600K: SNR = 6.84 dB
- A T = 900K: SNR = 5.08 dB

Come si evince dall'analisi visiva delle ricostruzioni, la morfologia del bersaglio e la sua localizzazione spaziale rimangono pressoché inalterate al variare della temperatura di rumore. A titolo esemplificativo, si riporta la ricostruzione nel caso di massimo degrado a 900 K (Figura 3.20 e Figura 3.21), la quale risulta visivamente indistinguibile dallo scenario ideale privo di rumore precedentemente analizzato (Figura 3.19).

Nonostante il sensibile e progressivo calo del Rapporto Segnale-Rumore all'ingresso del ricevitore, l'algoritmo DAS riesce a focalizzare perfettamente l'isovolume a stella mantenendo un contrasto d'immagine eccellente. Questo risultato rappresenta la dimostrazione pratica dell'impatto del *Processing Gain*.

L'algoritmo di focalizzazione DAS esegue una sommatoria coerente di un numero massivo di segnali spaziali e campioni spettrali. Mentre i contributi del segnale utile, allineati dai corretti ritardi temporali, si sommano in fase (costruttivamente), i campioni di rumore termico essendo stocastici, non correlati e a media nulla si sommano in modo incoerente. Questo processo di integrazione abbatte drasticamente la varianza del rumore nell'immagine finale, permettendo al sistema di assorbire il degrado hardware senza manifestare alcuna compromissione diagnostica apprezzabile [6].

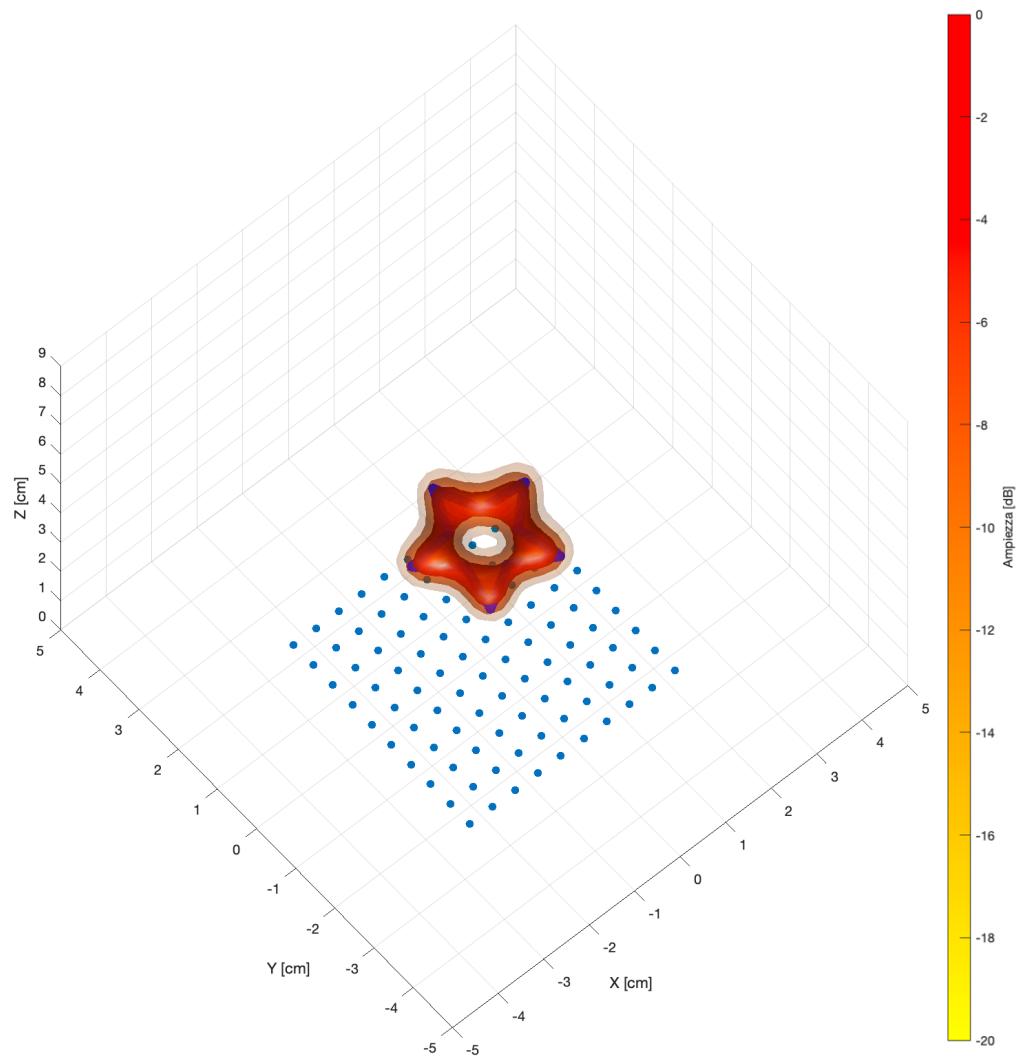


Figura 3.20: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a stella a 4 cm di profondità in presenza di rumore termico (caso critico a 900 K). L'immagine evidenzia la stabilità del motore di ricostruzione, capace di preservare l'integrità morfologica del target nonostante l'incremento del noise floor strumentale.

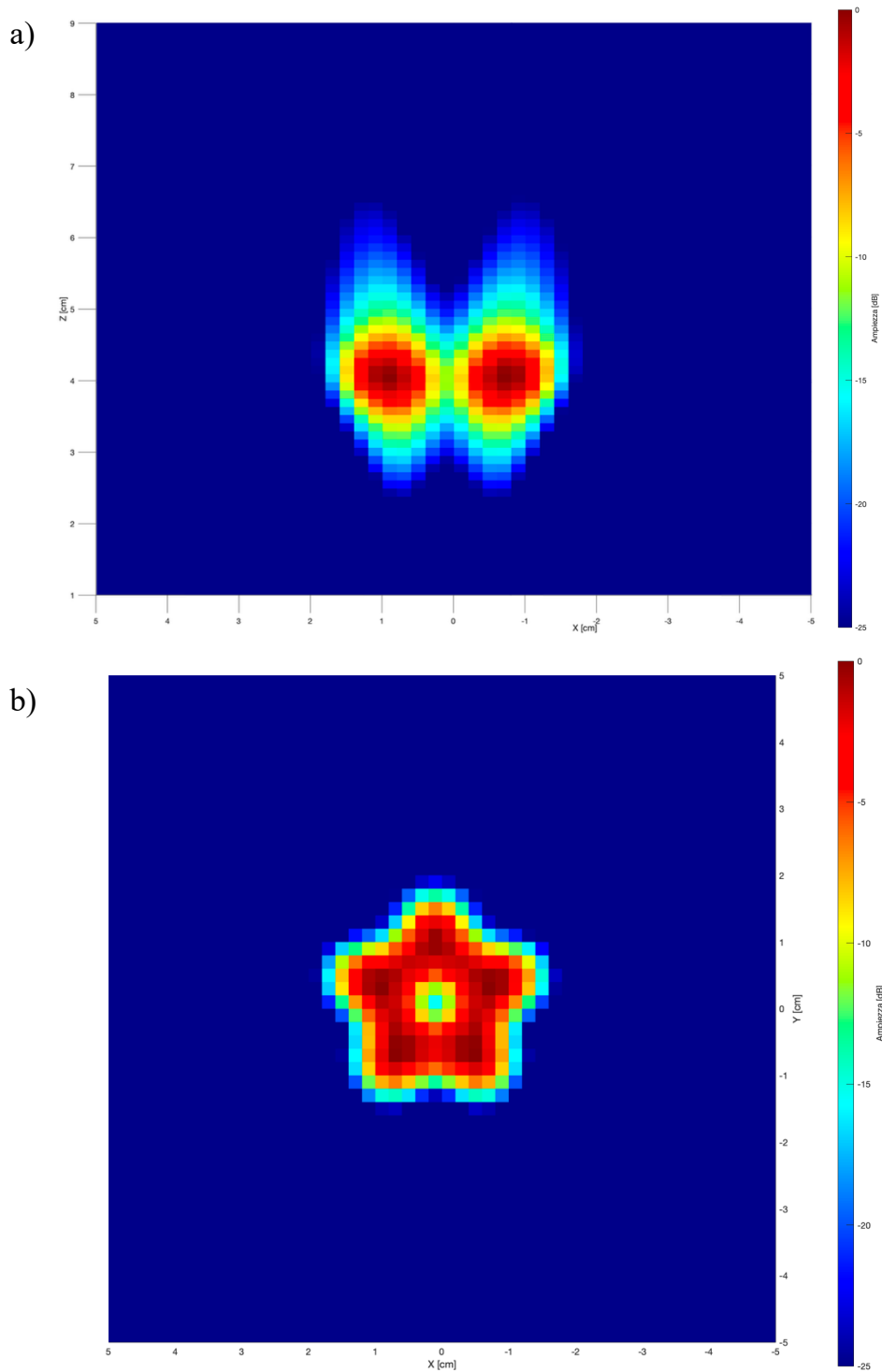


Figura 3.21: Sezioni ortogonali della ricostruzione con rumore termico a 900 K. (a) La sezione verticale ZX conferma la precisione della localizzazione assiale alla quota nominale di 4 cm. (b) La sezione orizzontale XY dimostra la resilienza del potere risolutivo trasversale, mantenendo i dettagli della geometria nitidi e distinti dal fondo.

Test 2: Profondità di Penetrazione e Limiti di Rilevamento Diagnostico

Fissando le prestazioni del ricevitore al valore standard ambientale ($T=300K$), il secondo scenario di test indaga il vero collo di bottiglia dell'imaging a microonde, quale la profondità di penetrazione. Al fine di tracciare la progressiva degradazione del segnale utile, il bersaglio a stella è stato traslato lungo l'asse di propagazione verticale all'interno del mezzo dissipativo, valutando le quote operative di 5, 6, 7 e 8 centimetri.

Alla quota di 5 cm, l'attenuazione introdotta dal tessuto adiposo riduce l'SNR in ingresso a 1.52 dB, un valore di guardia in cui l'energia dell'eco retrodiffusa approssima ormai quella del *noise floor*. Spingendo il bersaglio a 6 cm, la soglia critica viene infranta e l'SNR precipita a -6.45 dB. Nonostante in quest'ultimo scenario il segnale nativo della singola antenna risulti fisicamente e matematicamente sommerso dal rumore termico, l'algoritmo compensa pienamente il divario energetico capitalizzando il Guadagno di Elaborazione dell'array. La ricostruzione dell'isovolume (Figura 3.22 e Figura 3.23) si mantiene eccezionalmente stabile, preservando intatta la complessa geometria a stella. In questo range operativo il sistema garantisce non solo la localizzazione, ma un'eccellente caratterizzazione morfologica della lesione, requisito clinico fondamentale per tentare una discriminazione non invasiva tra masse benigne e maligne.

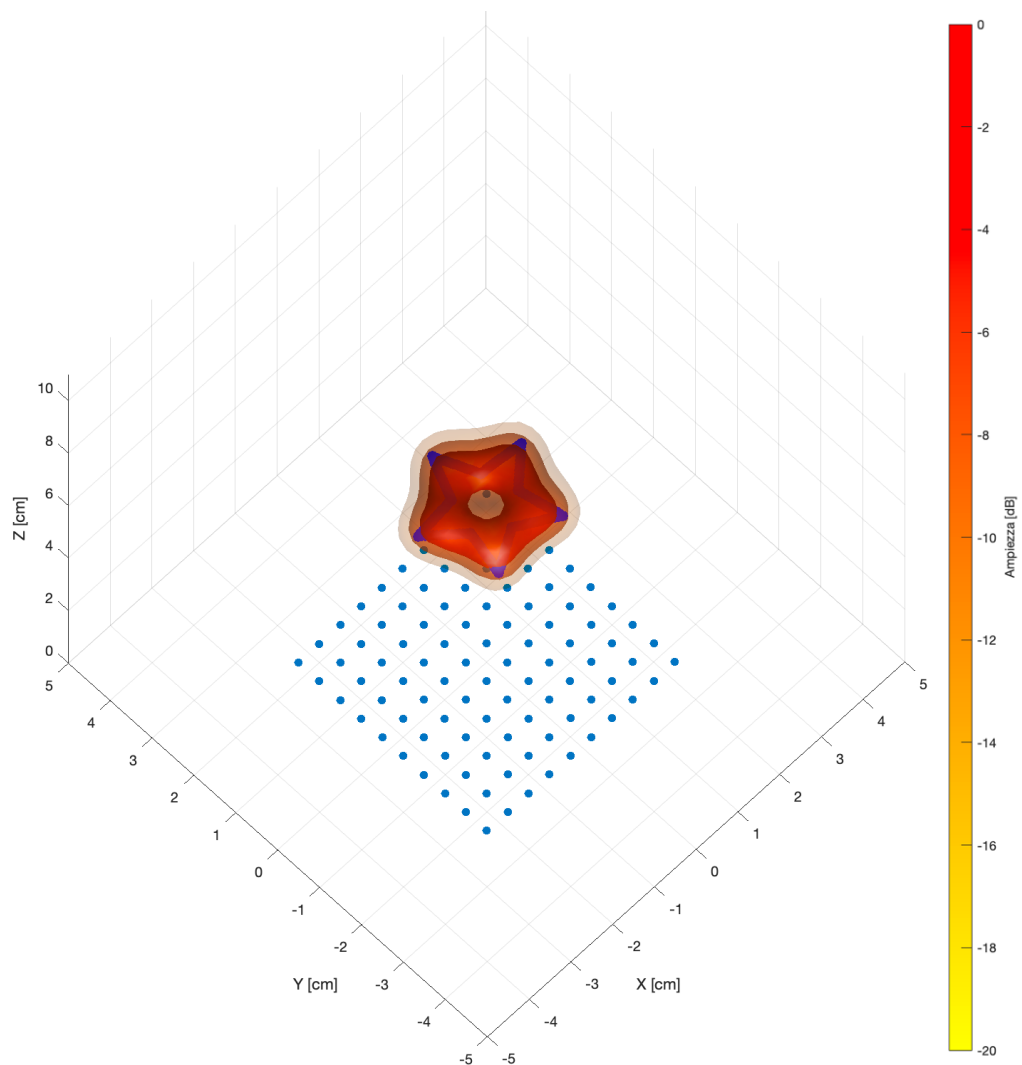


Figura 3.22: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a 6 cm di profondità. Il sistema compensa il basso SNR in ingresso garantendo un'eccellente caratterizzazione morfologica della massa anomala.

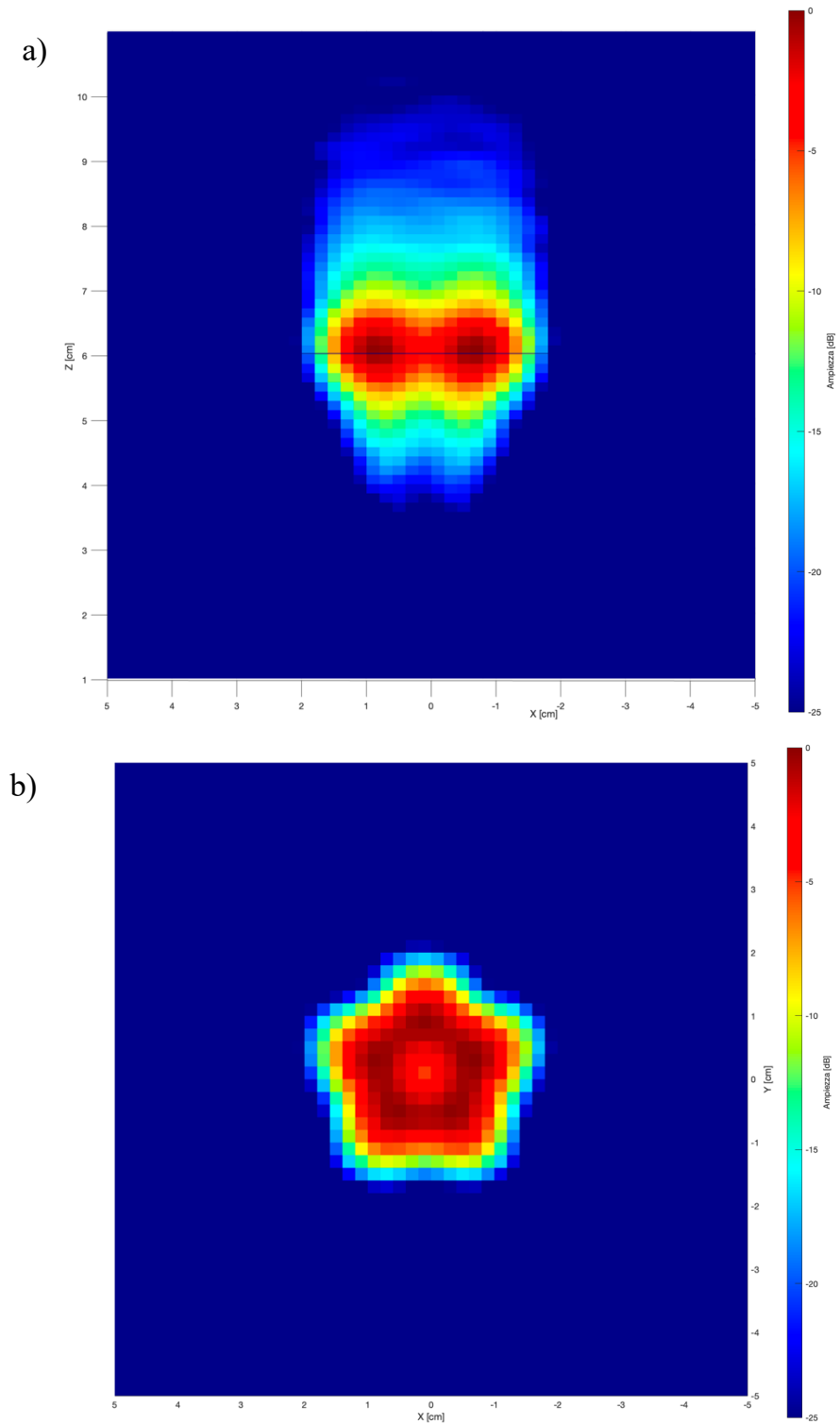


Figura 3.23: Sezioni ortogonali a 6 cm di profondità. (a) La sezione verticale ZX conferma l'esatta localizzazione in quota. (b) La sezione trasversale XY definisce nitidamente le punte della stella, dimostrando l'efficacia del Guadagno di Elaborazione.

Aumentando la profondità a 7 cm ($\text{SNR} = -14.10 \text{ dB}$), l'immagine inizia a mostrare i primi segni di cedimento spaziale (Figura 3.24 e Figura 3.25). I contorni si smussano pur mantenendo un'impronta poligonale, segnando l'ingresso in una zona di transizione diagnostica dovuta al drastico assorbimento delle componenti spettrali a più alta frequenza, essenziali per la risoluzione spaziale dei vertici [6].

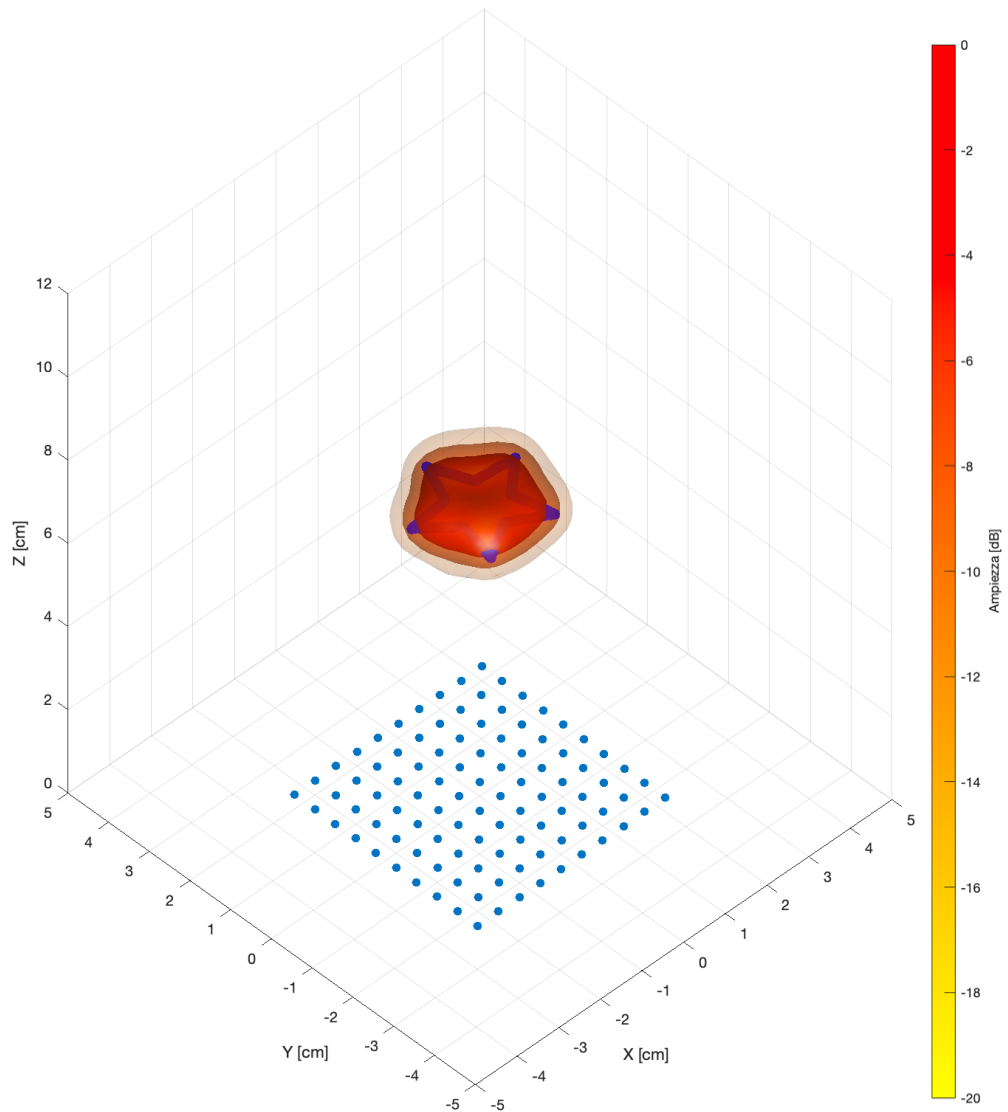


Figura 3.24: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a 7 cm di profondità. Sono mostrati i primi segni di cedimento spaziale.

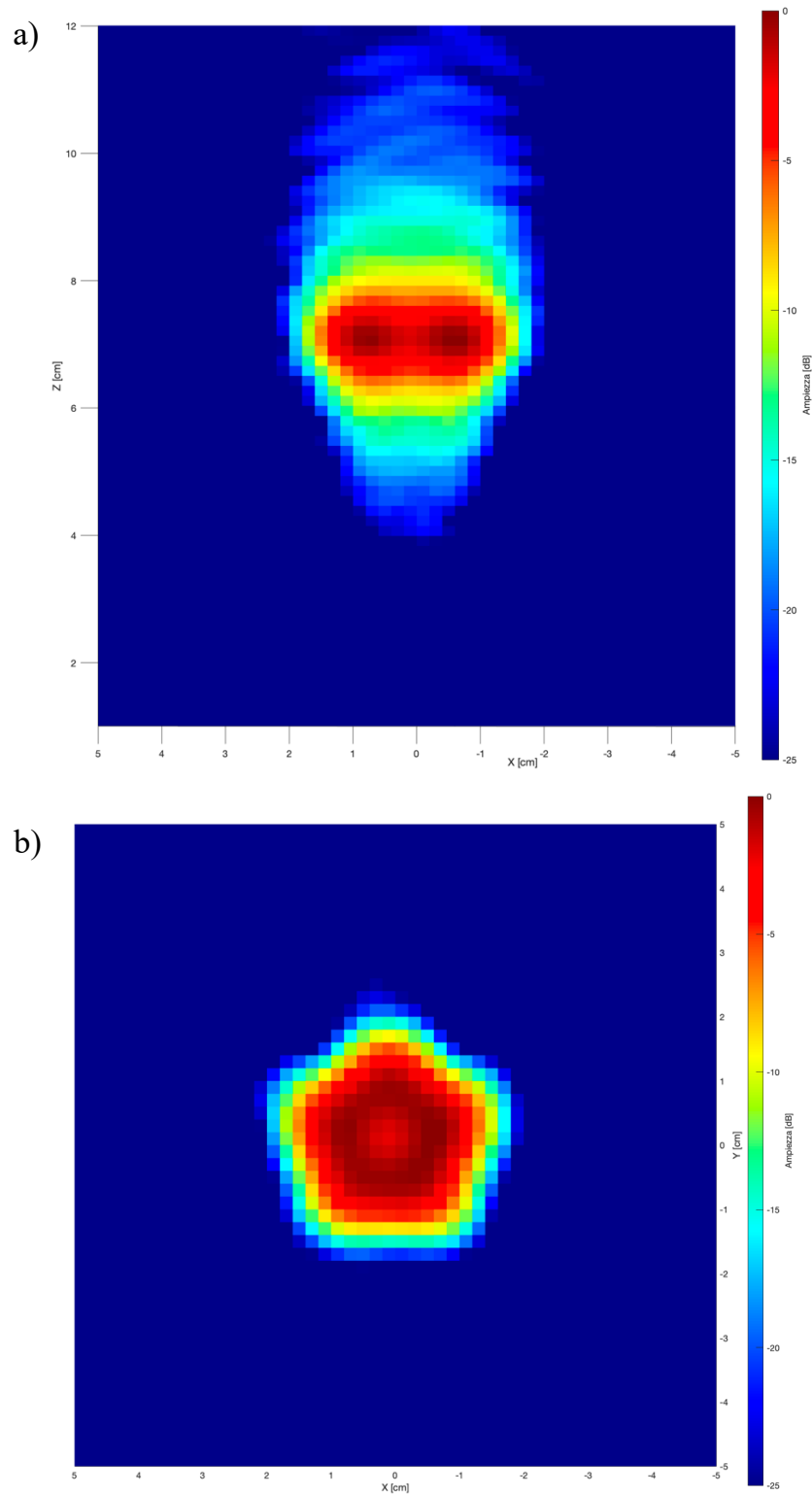


Figura 3.25: Sezioni ortogonali a 7 cm di profondità. (a) La sezione verticale ZX conferma l'esatta localizzazione in quota. (b) Alla sezione trasversale XY si osserva lo smussamento dei vertici e la perdita delle alte frequenze spaziali.

Il limite architetturale utile si manifesta alla quota di 8 cm ($\text{SNR} = -21.50$ dB). A questa severa profondità, l'energia retrodiffusa è talmente debole da portare il bersaglio a collassare visivamente in una macchia focale sferoidale (Figura 3.26 e Figura 3.27), perdendo definitivamente la risoluzione trasversale. Tuttavia, l'algoritmo conserva un'energia coerente sufficiente per localizzare il baricentro della lesione all'esatta profondità nominale sull'asse Z. L'indagine transita dunque dal dominio dell'imaging ad alta risoluzione a quello della pura *detection* (rilevamento volumetrico).

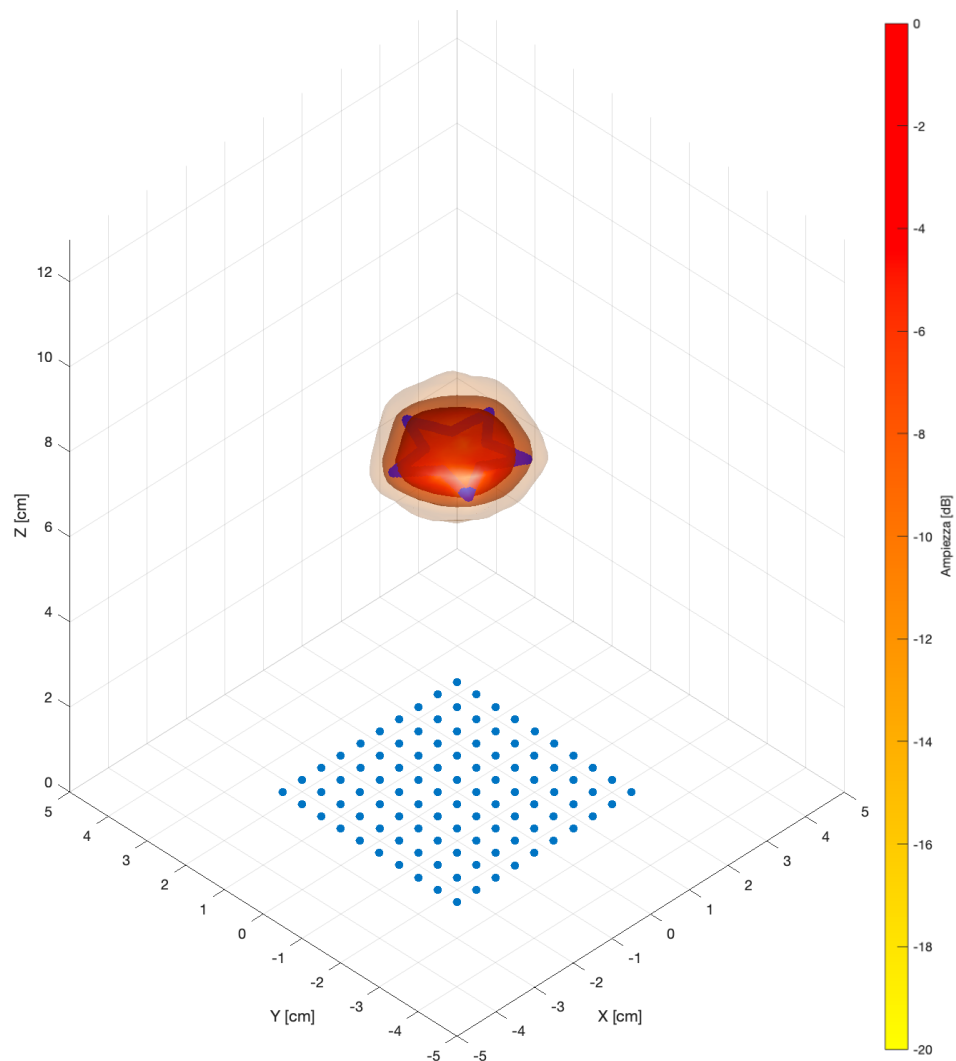


Figura 3.26: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a 8 cm di profondità. Si passa alla pura detection.

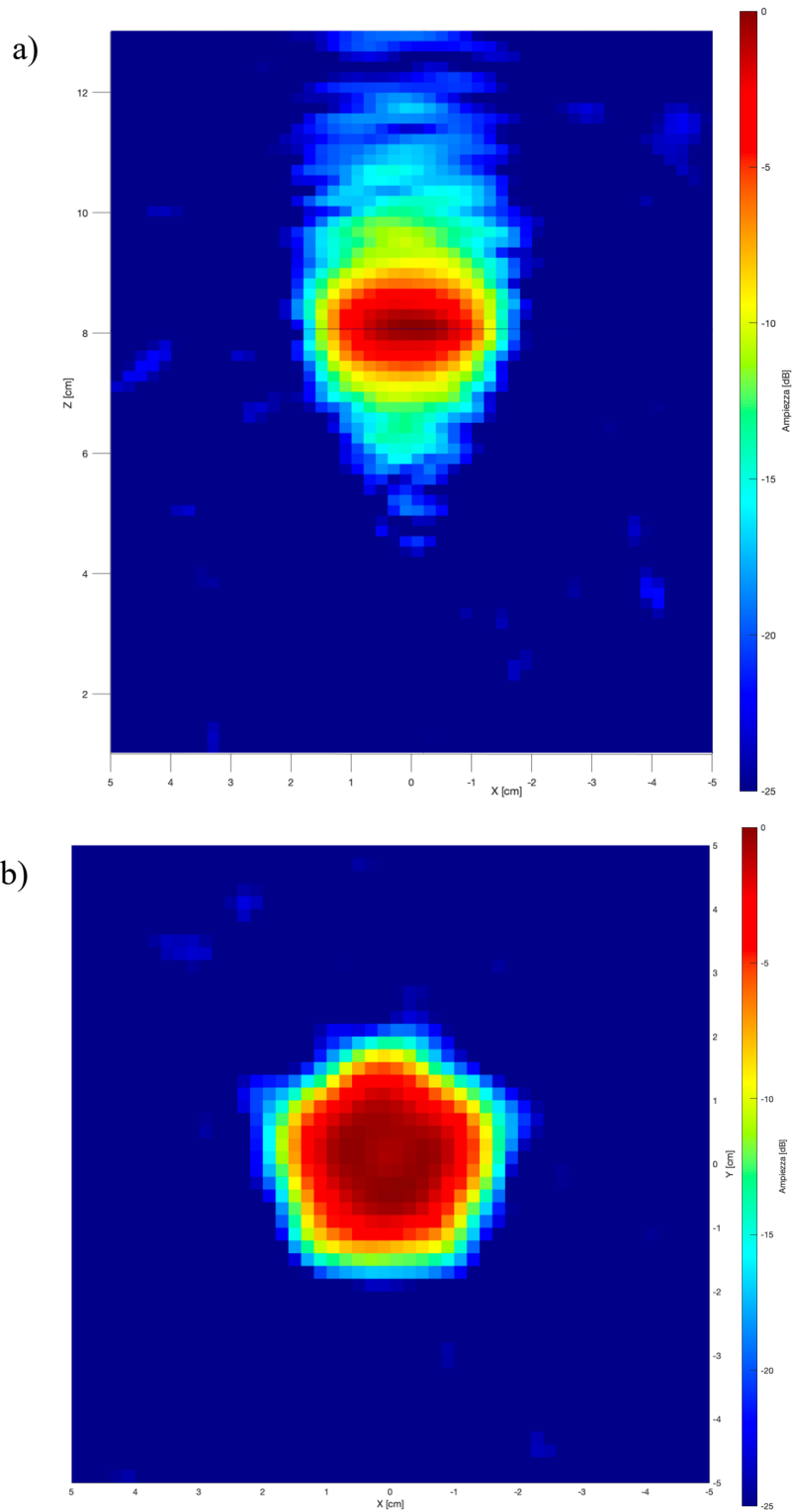


Figura 3.27: Sezioni ortogonali a 8 cm di profondità. (a) La sezione verticale ZX conferma l'esatta localizzazione in quota. (b) Alla sezione trasversale XY si perde la morfologia fine ma si mantiene una robusta detection volumetrica della massa anomala.

In un contesto diagnostico reale, questa prestazione rappresenta comunque un esito di primaria importanza. Rilevare in modo inequivocabile un'anomalia a 8 cm di profondità significa esplorare efficacemente il volume di una mammella nella sua conformazione naturale (non compressa), tipica degli innovativi *setup* strumentali per l'*imaging* a microonde in cui la paziente è disposta in posizione prona [6]. Pur sacrificando il dettaglio morfologico fine, il radar fornisce le coordinate tridimensionali esatte della lesione profonda, fornendo un'allerta tempestiva e localizzata per eventuali indagini biottiche di secondo livello.

L'efficacia del sistema di ricostruzione incontra il proprio limite fisico e computazionale alla profondità di 11 cm, dove si osserva un decadimento critico delle prestazioni. A questa distanza, infatti, l'SNR precipita al valore di -42.72 dB. L'attenuazione del segnale e la dispersione energetica all'interno del tessuto biologico diventano tali da non permettere più una focalizzazione coerente. Come mostrato nella ricostruzione volumetrica (Figura 3.28), il sistema non è più in grado di isolare il target dal rumore di fondo, fallendo nel compito di restituire una morfologia definita della lesione.

Tale limite è ulteriormente confermato dall'analisi delle sezioni ortogonali. Nella sezione ZX (Figura 3.29a), l'assenza di un picco di intensità localizzato evidenzia l'incapacità dell'algoritmo di risolvere la profondità corretta, mentre la sezione XY (Figura 3.29b) mostra una distribuzione di energia totalmente disomogenea e priva di simmetria, confermando la perdita di risoluzione spaziale.

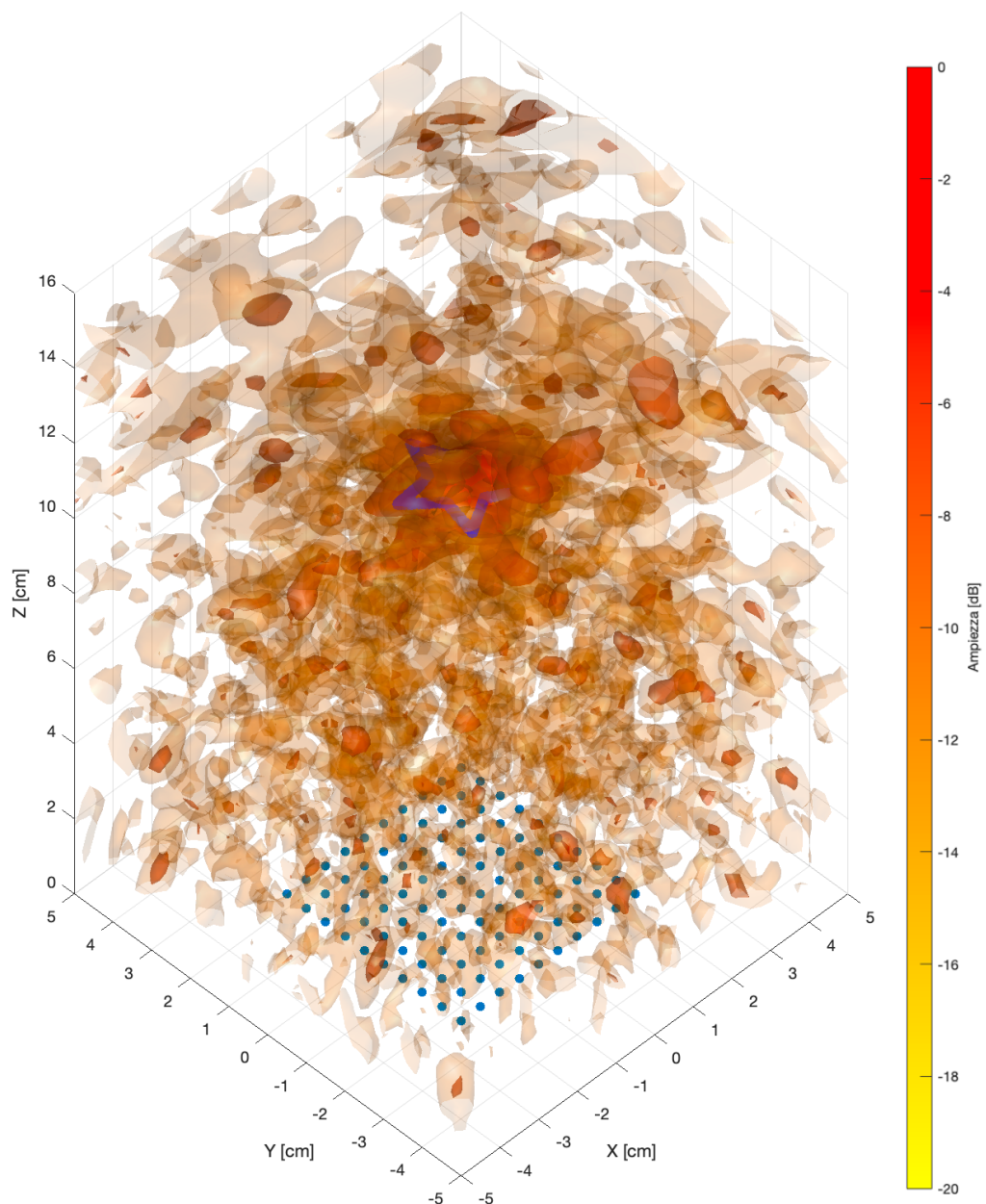


Figura 3.28: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio a 11 cm di profondità. L'immagine evidenzia il fallimento dell'algoritmo di focalizzazione: l'elevata attenuazione del segnale impedisce la discriminazione dell'anomalia dal rumore di fondo, risultando in una distribuzione di energia priva di un picco localizzato identificabile.

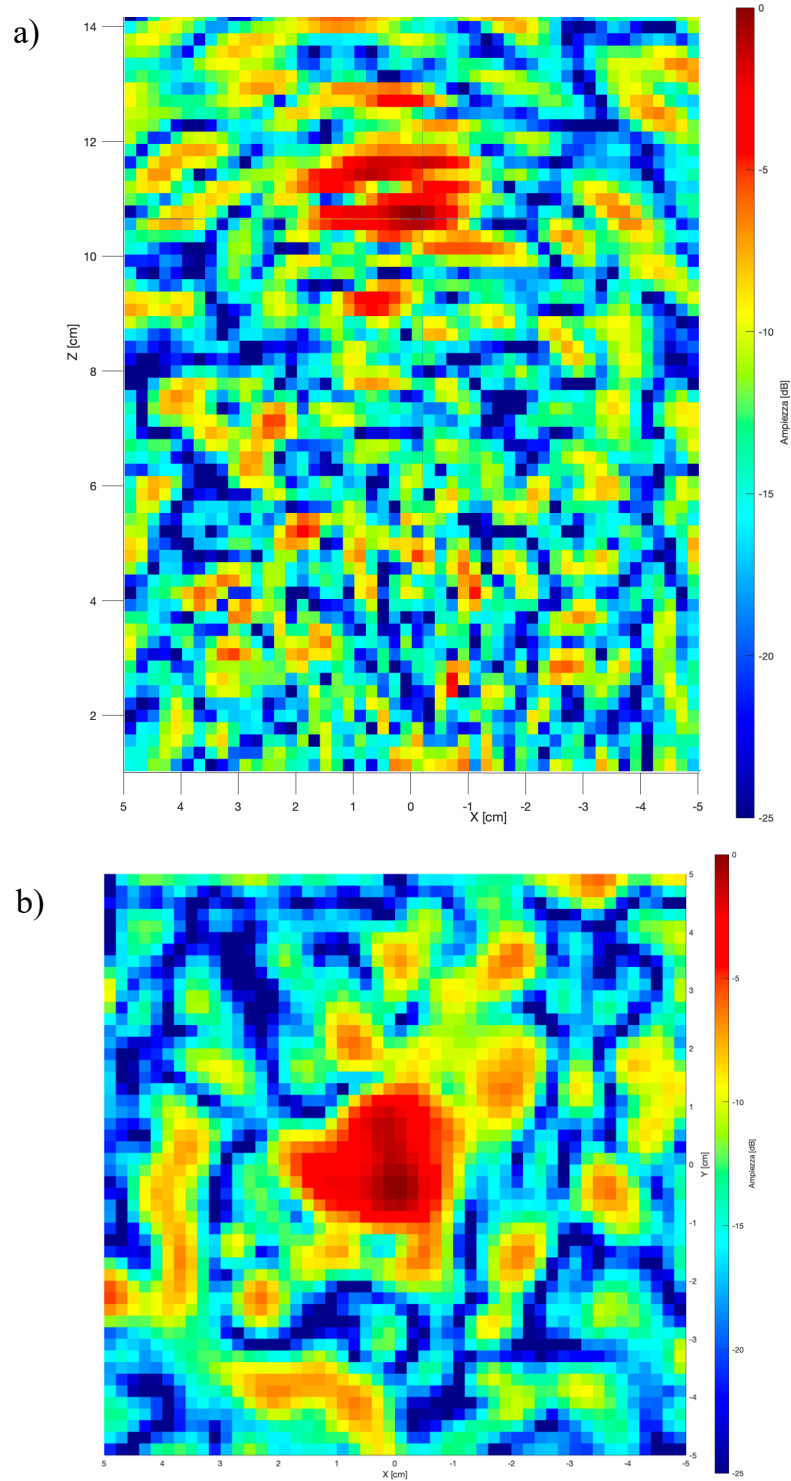


Figura 3.29: Sezioni ortogonali a 11 cm di profondità. (a) La sezione sul piano ZX mostra l'assenza di focalizzazione lungo l'asse di propagazione. (b) La sezione sul piano XY mostra una distribuzione di intensità disomogenea e la totale scomparsa della morfologia del target a causa del basso rapporto segnale-rumore.

Test 3: Impatto della Densità Mammaria e Versatilità Diagnostica

L'ultimo scenario di test indaga la versatilità e l'efficacia clinica del sistema radar proposto a fronte delle naturali variazioni anatomiche del tessuto mammario. Nella realtà senologica, la proporzione tra tessuto adiposo, ghiandolare e fibroso varia significativamente da paziente a paziente, influenzando la permittività media del mezzo di background [4], [22], [23].

Per quantificare l'impatto di questo parametro sulla risoluzione spaziale del sistema, il bersaglio a stella è stato posizionato alla profondità di controllo di 4 centimetri ($T=300$ K). Al fine di disaccoppiare i fenomeni fisici in gioco, la simulazione è stata perturbata alterando unicamente la permittività relativa reale (ϵ') e mantenendo volutamente costante la componente immaginaria (ϵ''). Avendo infatti già validato la resistenza del sistema alla severa attenuazione nel precedente *Test 2*, questa precisa scelta metodologica permette di isolare il puro effetto cinematico e risolutivo indotto dalla variazione della lunghezza d'onda nel mezzo. Sono stati pertanto analizzati due scenari volti a simulare la naturale variabilità dielettrica del tessuto adiposo mammario [4]:

- Caso A (Tessuto adiposo a bassa densità): Permittività relativa reale ridotta a $\epsilon'=2$.
- Caso B (Tessuto adiposo a maggiore densità): Permittività relativa reale aumentata a $\epsilon'=4$.

Nel Caso A (Tessuto adiposo a bassa densità, $\epsilon'=2$), l'eco utile viaggia nel mezzo a una velocità fisica superiore, determinando un'onda elettromagnetica con lunghezza d'onda (λ) maggiore. I risultati delle simulazioni (Figura 3.30 e Figura 3.31) registrano un SNR di 6.59 dB. Le sezioni ortogonali confermano una perfetta localizzazione assiale del

bersaglio all'esatta quota di 4 cm (Figura 3.31a). L'analisi trasversale XY (Figura 3.31b) mostra un rilevamento volumetrico robusto, sebbene l'impronta spaziale del bersaglio risulti visivamente più smussata, tondeggiante e dilatata rispetto allo scenario standard ($\epsilon'=3$). Questo degrado morfologico non compromette il rilevamento della massa anomala, fornendone comunque la posizione e le coordinate tridimensionali esatte.

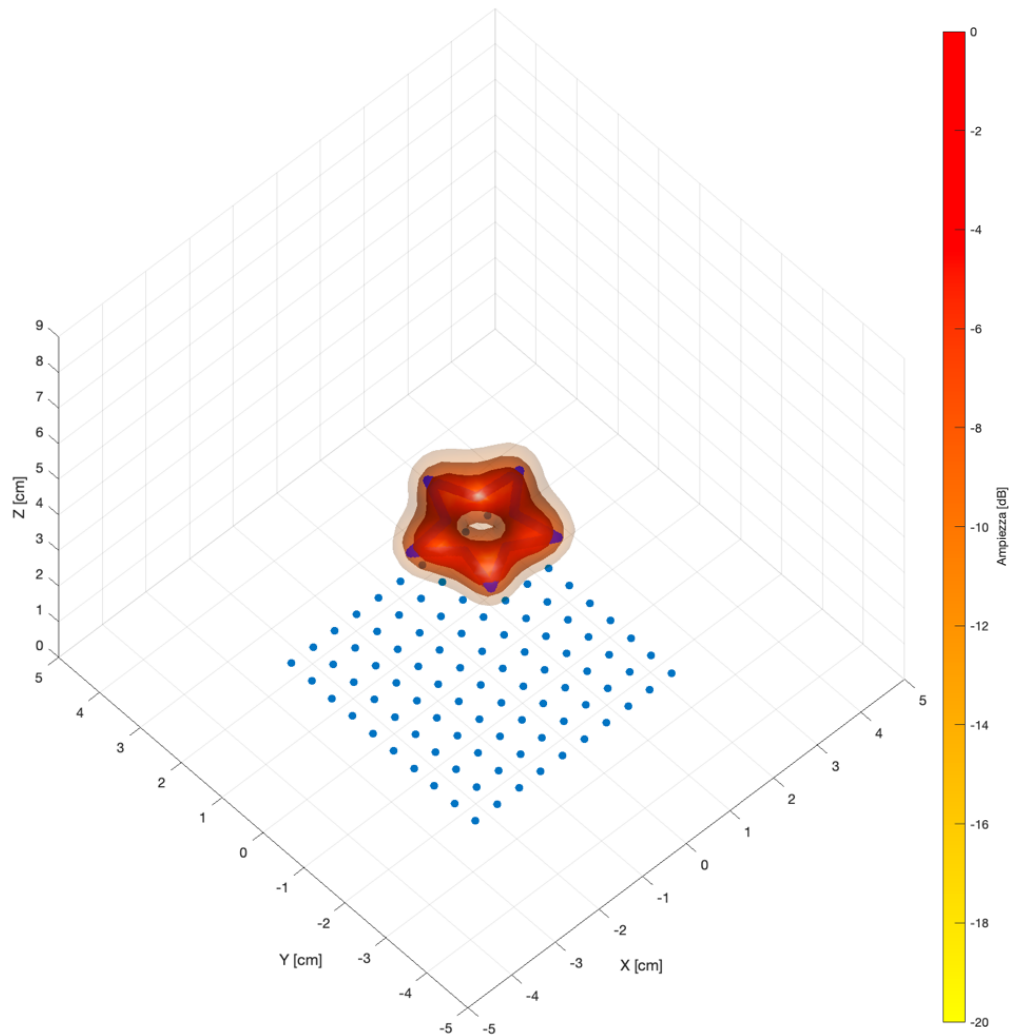


Figura 3.30: Ricostruzione volumetrica 3D in tessuto adiposo a bassa densità ($\epsilon'=2$). La maggiore lunghezza d'onda nel mezzo restituisce un isovolume rilevato con accuratezza, ma visivamente più smussato e dilatato.

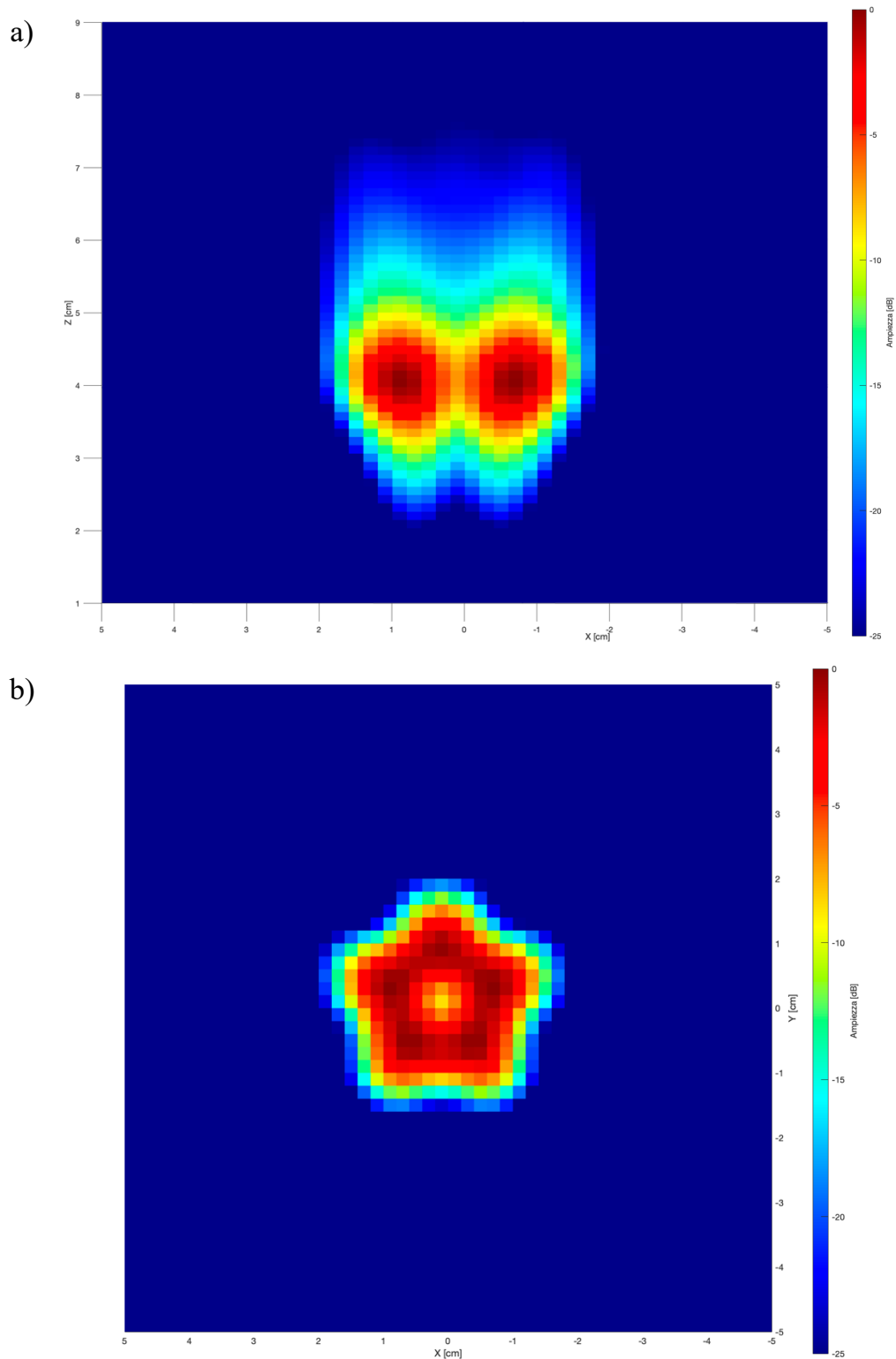


Figura 3.31: Sezioni ortogonali per il caso di tessuto adiposo a bassa densità. (a) La sezione verticale ZX documenta la perfetta localizzazione assiale a 4 cm. (b) La sezione orizzontale XY evidenzia una robusta detection, pur risentendo di un lieve defocusing morfologico.

Nel Caso B (Tessuto adiposo a maggiore densità, $\varepsilon'=4$), la dinamica fisica si inverte. L'onda viaggia nel mezzo a una velocità fisica inferiore, determinando una lunghezza d'onda (λ) significativamente più piccola, aumentando fisicamente il potere risolutivo spaziale dell'array. I risultati delle simulazioni (SNR di 11.50 dB, Figure 3.32 e 3.33) confermano non solo la perfetta localizzazione in quota a 4 cm (Figura 3.33a), ma rivelano soprattutto un'eccellente caratterizzazione morfologica sul piano trasversale XY (Figura 3.33b). I contorni della stella risultano infatti nitidissimi e i vertici ben definiti, restituendo un'immagine persino più tagliente rispetto allo scenario di controllo.

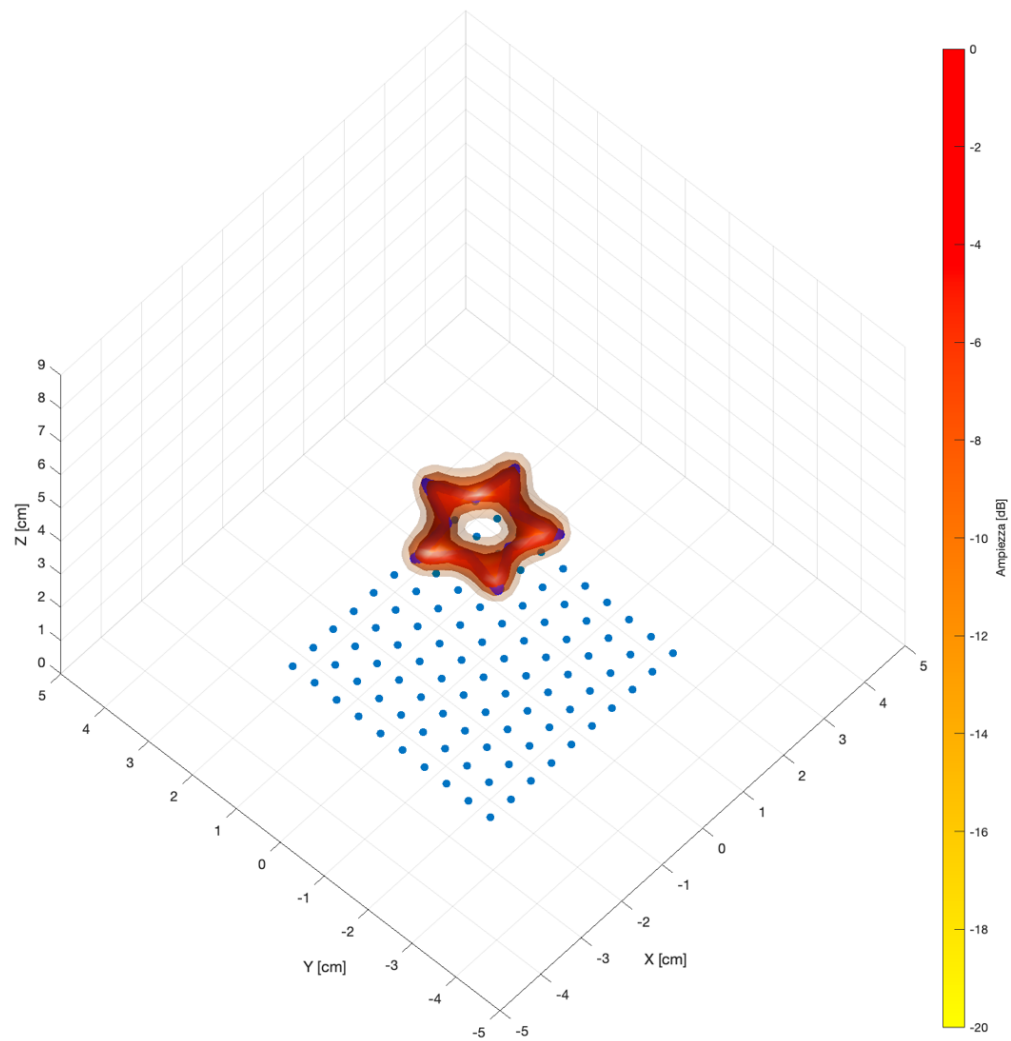


Figura 3.32: Ricostruzione volumetrica 3D in tessuto adiposo a maggiore densità ($\epsilon'=4$). La minore lunghezza d'onda elettromagnetica esalta il potere risolutivo dell'array, restituendo una geometria a stella dai contorni estremamente definiti.

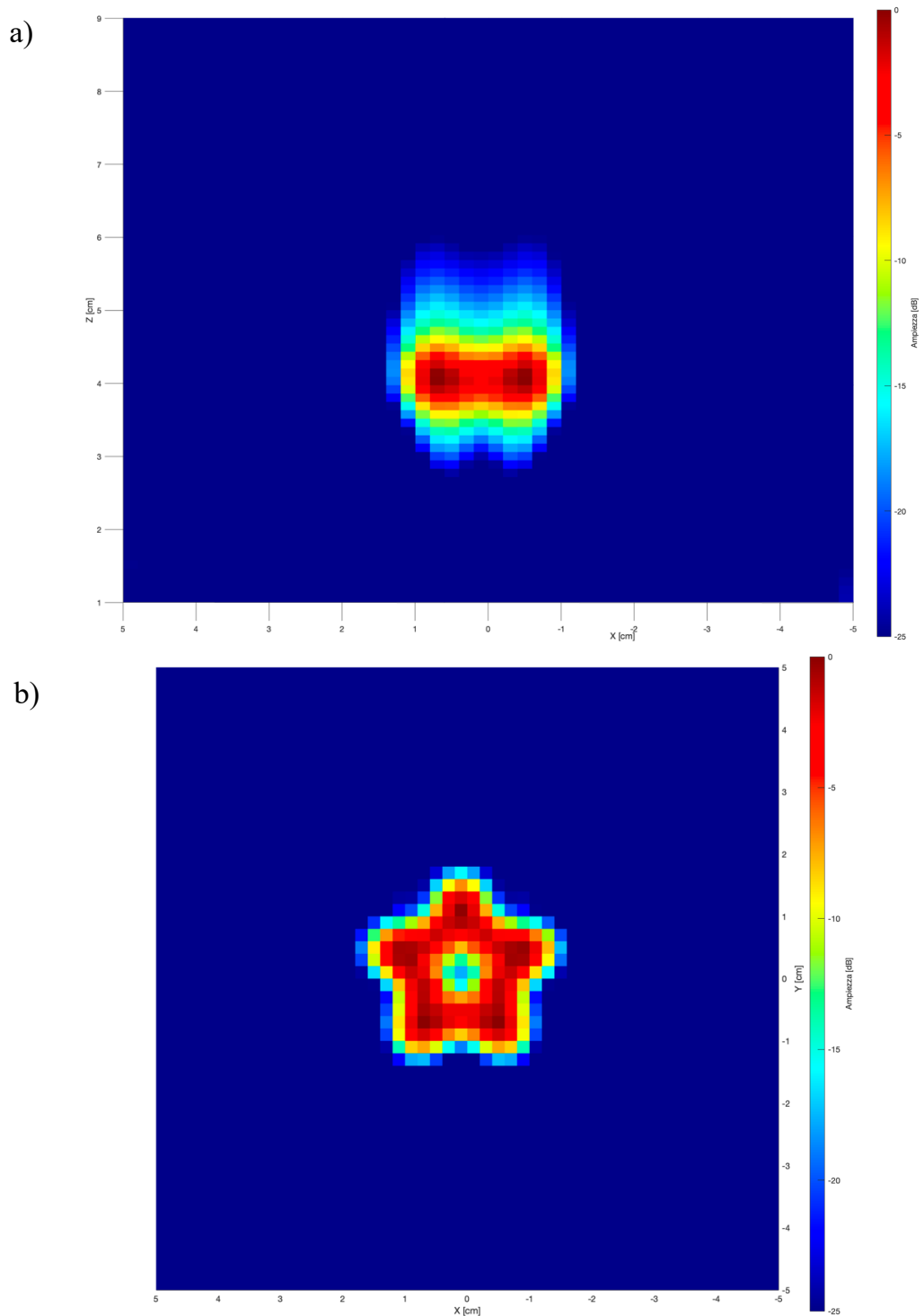


Figura 3.33: Sezioni ortogonali per il caso di tessuto adiposo a maggiore densità. (a) La localizzazione in quota a 4 cm sul piano ZX si mantiene impeccabile. (b) La sezione orizzontale XY dimostra la risoluzione spaziale superiore del sistema, i vertici acuminati della stella risultano nitidi e taglienti.

In sintesi, pur non simulando le condizioni dielettriche estreme di un seno marcatamente denso o ghiandolare, i risultati ottenuti confermano il *trend* fisico secondo cui l'aumento delle proprietà dielettriche del *background* favorisce intrinsecamente il potere risolutivo del sistema. Quest'ultimo test illustra, infatti, un principio fisico fondamentale a supporto dell'imaging a microonde. La mammografia tradizionale subisce un drastico calo di sensibilità all'aumentare della radiodensità a causa del noto effetto di mascheramento visivo [26]. L'imaging radar, operando su basi fisiche radicalmente diverse, mostra un comportamento speculare. Infatti, all'aumentare della permittività del tessuto ospitante, la lunghezza d'onda locale si riduce, affinando il potere risolutivo spaziale del sistema [27].

Sebbene nei tessuti altamente ghiandolari questo vantaggio cinematico debba inevitabilmente scontrarsi con una severa attenuazione del segnale, la dimostrata indipendenza dell'algoritmo dal mascheramento radiologico giustifica il razionale teorico che propone questa tecnologia come potenziale strumento complementare per l'ispezione di tessuti complessi [2].

Tuttavia, queste eccellenti prestazioni diagnostiche sono state finora dimostrate operando all'interno di un mezzo idealmente infinito. Per compiere il passo definitivo verso la reale validazione clinica, è ora imperativo rimuovere l'ipotesi di omogeneità e affrontare le complessità elettromagnetiche poste dal vero setup di misura.

3.5 Sviluppo del Modello a Doppio Strato (Aria-Grasso) e Compensazione dell'Interfaccia

Tutti gli scenari di test finora analizzati hanno operato in un dominio dielettricamente omogeneo. Sebbene questa approssimazione sia propedeutica per validare le capacità intrinseche dell'architettura, le

moderne configurazioni strumentali di *microwave imaging* senza mezzo di accoppiamento liquido (sistemi *air-coupled*) prevedono che le antenne operino in spazio libero, irradiando la mammella a distanza.

Per riprodurre fedelmente questo scenario, l'architettura numerica è stata espansa introducendo un'interfaccia situata a una distanza di *stand-off* di 2 cm dal piano delle antenne ($Z=2\text{cm}$). Il passaggio a un modello a doppio strato costringe il sistema ad affrontare due complessi fenomeni fisici dominanti, quali la severa attenuazione causata dal disadattamento di impedenza e la distorsione cinematica indotta dalla rifrazione. Nelle sezioni seguenti verranno dettagliati gli aggiornamenti apportati sia al modello di generazione dei dati (*Forward Model*) per simulare matematicamente tali fenomeni [8], sia all'algoritmo di ricostruzione (DAS) per compensarli attivamente.

3.5.1 Aggiornamento del Modello Diretto: Ray Tracing e Propagazione Stratificata

L'introduzione di uno spazio di *stand-off* aereo tra l'array di antenne e il tessuto mammario ha richiesto una profonda revisione del Modello Diretto (*Forward Model*) deputato alla generazione dei dati di *scattering*. Il modello numerico è stato focalizzato sulla macro-interfaccia planare diretta tra Aria ($\epsilon_1' \approx 1$) e Tessuto Adiposo ($\epsilon_2' = 3$, $\epsilon_2'' = 0.3$). La scelta metodologica di trascurare lo strato cutaneo, pur presente anatomicamente, è stata adottata per mantenere una stretta coerenza con gli studi bidimensionali precedentemente svolti, garantendo continuità metodologica e permettendo di valutare rigorosamente l'impatto della macro-rifrazione senza introdurre ulteriori discontinuità nel dominio [5]. Tale semplificazione è motivata dalla necessità di compensare il limitato bilancio di potenza della strumentazione VNA standard. L'elevata Figura di Rumore (*Noise Figure*) del sistema renderebbe infatti complessa la

rilevazione di bersagli profondi in presenza della forte attenuazione cutanea. Inoltre, l'omissione della pelle evita che la sua riflessione speculare dominante (*skin flash*) mascheri i deboli echi utili, permettendo di isolare e validare rigorosamente l'efficienza dell'algoritmo di *ray tracing* sulla sola macro-rifrazione Aria-Tessuto adiposo.

La generazione dei dati sintetici in questo scenario multi-strato parte dalla definizione della cinematica del segnale, governata dagli indici di rifrazione dei due mezzi, n_1 e n_2 . Tali parametri sono ricavati direttamente dalla parte reale della permittività relativa del materiale:

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon'_1} \approx 1 \quad n_2 = \sqrt{\varepsilon'_2} = \sqrt{3}$$

Per determinare l'esatto cammino ottico percorso dall'onda per ogni coppia antenna-scatterer, l'algoritmo deve individuare il punto esatto in cui il raggio attraversa l'interfaccia. Siano h_1 l'altezza dell'antenna rispetto all'interfaccia, h_2 la profondità del bersaglio nel tessuto e ρ la loro distanza trasversale totale proiettata sul piano orizzontale. La coordinata radiale di rifrazione r viene determinata calcolando il cammino che soddisfa rigorosamente la Legge di Snell [25]. Riscrivendo la relazione geometrica $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ in coordinate cartesiane, il problema si traduce nell'azzeramento della seguente funzione d'errore non lineare:

$$f(r) = n_1 \frac{r}{\sqrt{r^2 + h_1^2}} - n_2 \frac{\rho - r}{\sqrt{(\rho - r)^2 + h_2^2}} = 0$$

Poiché tale equazione non ammette una soluzione analitica in forma chiusa, la coordinata r viene estratta implementando un risolutore numerico di ricerca degli zeri (*Root-Finding algorithm*) [25]. L'estrazione numerica di tale radice fornisce l'esatta lunghezza del tratto percorso nel vuoto ($L_1 = \sqrt{r^2 + h_1^2}$) e di quello immerso nel mezzo dissipativo

$(L_2 = \sqrt{(\rho - r)^2 + h_2^2})$. Da queste distanze si ricavano direttamente i coseni degli angoli di incidenza (θ_i) e trasmissione (θ_t), pari rispettivamente a $\cos \theta_i = h_1/L_1$ e $\cos \theta_t = h_2/L_2$.

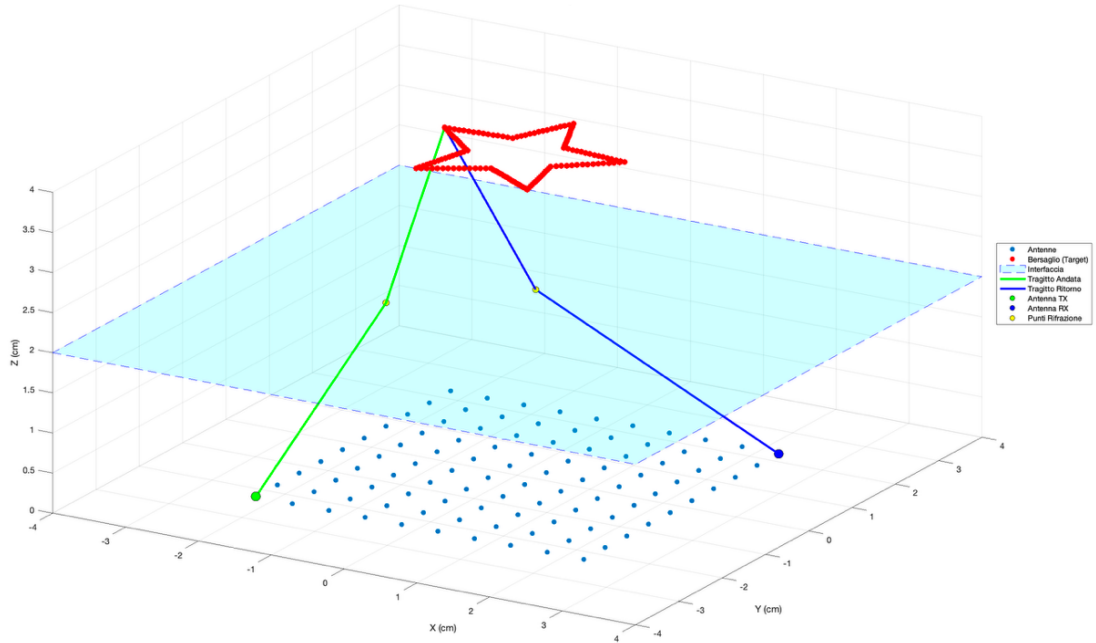


Figura 3.34: Simulazione del ray tracing geometrico in ambiente stratificato (Aria-Grasso). I percorsi di andata (verde) e ritorno (blu) per una generica coppia TX-RX evidenziano la deviazione ottica subita dal segnale all'interfaccia ($Z=2\text{cm}$), calcolata numericamente tramite la Legge di Snell.

Questi valori angolari risultano fondamentali per calcolare matematicamente i coefficienti di trasmissione in incidenza obliqua e quantificare la severa perdita di energia subita dal segnale. A tal fine vengono introdotte le impedenze caratteristiche dei mezzi η_1 e η_2 , dipendenti dalla permittività dielettrica complessa ($\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')$):

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}$$

Attraverso di esse, il coefficiente di riflessione per polarizzazione perpendicolare ($\Gamma_{\perp}$) all'interfaccia è valutato come:

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

Di conseguenza, l'energia utile che partecipa alla formazione dell'eco subisce una drastica riduzione, pesata matematicamente dai coefficienti di trasmissione per il tragitto di andata verso il target ($T_{down}=1+\Gamma_{\perp}$) e per quello di ritorno verso il ricevitore ($T_{up}=1-\Gamma_{\perp}$).

La matrice di scattering finale viene infine popolata valutando la risposta completa di andata e ritorno (*round-trip*) per ciascuna coppia trasmettente-ricevente (TX-RX) [8]. Il modello di propagazione integra il decadimento sferico complessivo e l'attenuazione esponenziale, dipendente dalla costante di propagazione complessa del mezzo $\gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon}$, che modella sia lo sfasamento (β) che le perdite volumetriche (α). Rispettando formalmente l'Equazione Radar in tensione, il campo retrodiffuso $S_{RX,TX}$ è generato come:

$$S_{RX,TX} = \sqrt{P_t} \cdot \lambda_1 \cdot \left[\frac{e^{-(\gamma_1 L_{1,tx} + \gamma_2 L_{2,tx})}}{4\pi(L_{1,tx} + L_{2,tx})} T_{down} \right] \cdot \sqrt{4\pi\sigma} \cdot \left[\frac{e^{-(\gamma_1 L_{1,rx} + \gamma_2 L_{2,rx})}}{4\pi(L_{1,rx} + L_{2,rx})} T_{up} \right]$$

Dove P_t è la potenza trasmessa, λ_1 la lunghezza d'onda nel primo mezzo e σ la *Radar Cross Section* (RCS) del bersaglio. Questo aggiornamento del Modello Diretto restituisce dati grezzi fisicamente realistici, in cui il segnale utile risulta drammaticamente penalizzato dai rimbalzi all'interfaccia e dall'assorbimento stratificato, sfidando al limite le capacità di compensazione del motore di elaborazione a valle.

3.5.2 Upgrade dell'Algoritmo DAS: Risolutore Iterativo e Compensazione del Defocusing

La deviazione ottica introdotta dall'interfaccia aria-tessuto adiposo richiede un'estensione dell'algoritmo di ricostruzione DAS rispetto alla sua formulazione convenzionale. L'assunzione di un mezzo di propagazione puramente omogeneo e il conseguente calcolo del ritardo temporale basato sulla semplice distanza euclidea porterebbero infatti a un significativo errore di localizzazione spaziale, disperdendo l'energia coerente del bersaglio e generando un *defocusing* dell'immagine. L'architettura del *beamformer* è stata pertanto adattata per operare in un dominio multi-strato, integrando una compensazione attiva della rifrazione.

Il nucleo computazionale dell'aggiornamento risiede nella necessità di calcolare, per ciascuna antenna dell'array e per ogni singolo voxel del volume tridimensionale di indagine, l'esatto punto di incidenza sull'interfaccia in cui il segnale attraversa i due mezzi. Richiamando la geometria descritta precedentemente, per un generico voxel posto a profondità h_2 nel grasso e un'antenna ad altezza h_1 nell'aria, distanti trasversalmente ρ , il calcolo del cammino ottico esatto viene ricondotto a un problema di ricerca degli zeri. È imperativo trovare la distanza orizzontale in aria r che annulli la funzione d'errore di Snell $f(r)$ già introdotta nel Modello Diretto [25].

Mentre per la generazione dei dati sintetici questo zero veniva cercato unicamente per i limitati punti appartenenti al bersaglio tramite funzioni integrate, all'interno dell'algoritmo DAS questa operazione deve essere reiterata simultaneamente per centinaia di migliaia di coordinate spaziali (l'intera griglia dei voxel). Per scongiurare un collasso dei tempi di esecuzione, il codice è stato equipaggiato con un risolutore numerico

iterativo basato sul metodo di Newton-Raphson, interamente vettorizzato [28]. Partendo da una stima iniziale pesata otticamente, il sistema valuta su tutto il dominio la funzione $f(r)$ e calcola analiticamente la sua derivata prima esatta $f'(r)$ [25]:

$$f'(r) = n_1 \frac{h_1^2}{(r^2 + h_1^2)^{3/2}} + n_2 \frac{h_2^2}{((\rho - r)^2 + h_2^2)^{3/2}}$$

L'aggiornamento della posizione radiale avviene secondo la nota legge iterativa $r_{k+1} = r_k - f(r_k)/f'(r_k)$ [28]. L'uso della derivata analitica garantisce un'elevata convergenza quadratica del metodo [28], che permette di stabilizzare il percorso ottico esatto in sole quattro iterazioni, mantenendo l'efficienza computazionale. Trovato il percorso spezzato per ogni antenna, l'algoritmo genera una mappa vettoriale dei Tempi di Volo (τ) personalizzata per il dominio eterogeneo, basandosi sulla velocità della luce nel vuoto c_0 [19]:

$$\tau = \frac{\sqrt{r^2 + h_1^2}}{c_0/n_1} + \frac{\sqrt{(\rho - r)^2 + h_2^2}}{c_0/n_2}$$

Infine, l'implementazione pratica della fase di somma coerente è stata radicalmente ottimizzata per far fronte all'esplosione della complessità in memoria RAM. Invece di allocare e mantenere attive matrici a cinque dimensioni contenenti tutti i contributi interpolati per ogni coppia di antenne, il *beamforming* è stato strutturato in logica accumulativa (*on-the-fly*). L'intensità associata a ciascun voxel del volume finale $I(x,y,z)$ è inizializzata a zero e incrementata progressivamente estraendo e sommando il valore del segnale ricevuto S_{tx,rx_2} valutato all'istante compensato t_d (pari alla somma dei τ di andata e ritorno) [5]:

$$I(x, y, z) = \sum_{tx=1}^{N_{ant}} \sum_{rx=1}^{N_{ant}} S_{tx,rx}(\tau_{tx}(x, y, z) + \tau_{rx}(x, y, z))$$

Questa riprogettazione totale garantisce che l'energia del segnale venga allineata in fase con precisione millimetrica, ripristinando le capacità di risoluzione spaziale del radar pur operando in uno scenario clinico severamente disomogeneo.

3.5.3 Validazione dell'Architettura Compensata in Ambiente Stratificato

Per dimostrare l'effettiva capacità del nuovo *beamformer* iterativo, l'architettura è stata testata riproducendo la configurazione morfologica di riferimento (bersaglio a stella a 4 cm di profondità assoluta) all'interno del dominio a doppio strato. Mantenere una rigorosa coerenza geometrica con le analisi condotte nel mezzo omogeneo permette di isolare e valutare in modo inequivocabile l'efficacia della compensazione algoritmica.

I dati grezzi generati dal Modello Diretto sono stati resi operativamente realistici corrompendo la matrice di scattering con un rumore termico additivo a 300 K. È estremamente interessante analizzare il bilancio energetico in questa configurazione. Se da un lato l'interfaccia aria-grasso causa un'inevitabile perdita di inserzione per riflessione (guidata dai coefficienti di Fresnel), dall'altro l'allontanamento delle antenne fa sì che i primi 2 cm del percorso avvengano nello spazio libero, privo di attenuazione volumetrica. Questa dinamica fisica fa sì che il sistema registri un Rapporto Segnale-Rumore (SNR) pari a 30.41 dB. Questo eccellente valore dimostra che l'architettura *air-coupled* risulta non solo fattibile, ma altamente competitiva dal punto di vista energetico rispetto alle classiche configurazioni a mezzo omogeneo, garantendo un margine dinamico ottimale per la ricostruzione [5], [6].

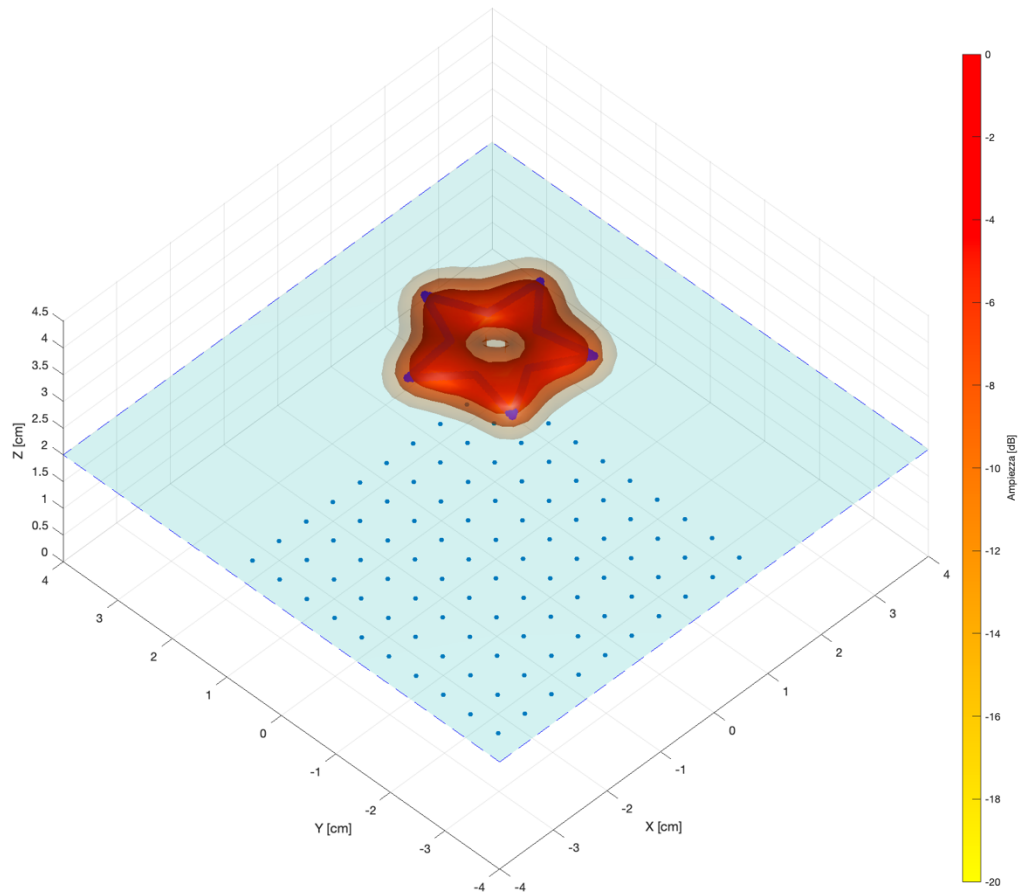


Figura 3.35: Ricostruzione volumetrica 3D del bersaglio nello scenario a doppio strato (Aria-Grasso) con interfaccia posta a $Z=2\text{cm}$.

La vera sfida dell'ambiente stratificato non risiede dunque nella perdita di potenza, ma nel grave defocusing spaziale. Tuttavia, come visibile nella ricostruzione volumetrica (Figura 3.35), l'algoritmo compensato tramite risolutore di Snell neutralizza totalmente questa dispersione. L'energia del segnale viene riallineata in fase con precisione millimetrica, permettendo di focalizzare la complessa geometria della stella mantenendone intatta l'integrità strutturale.

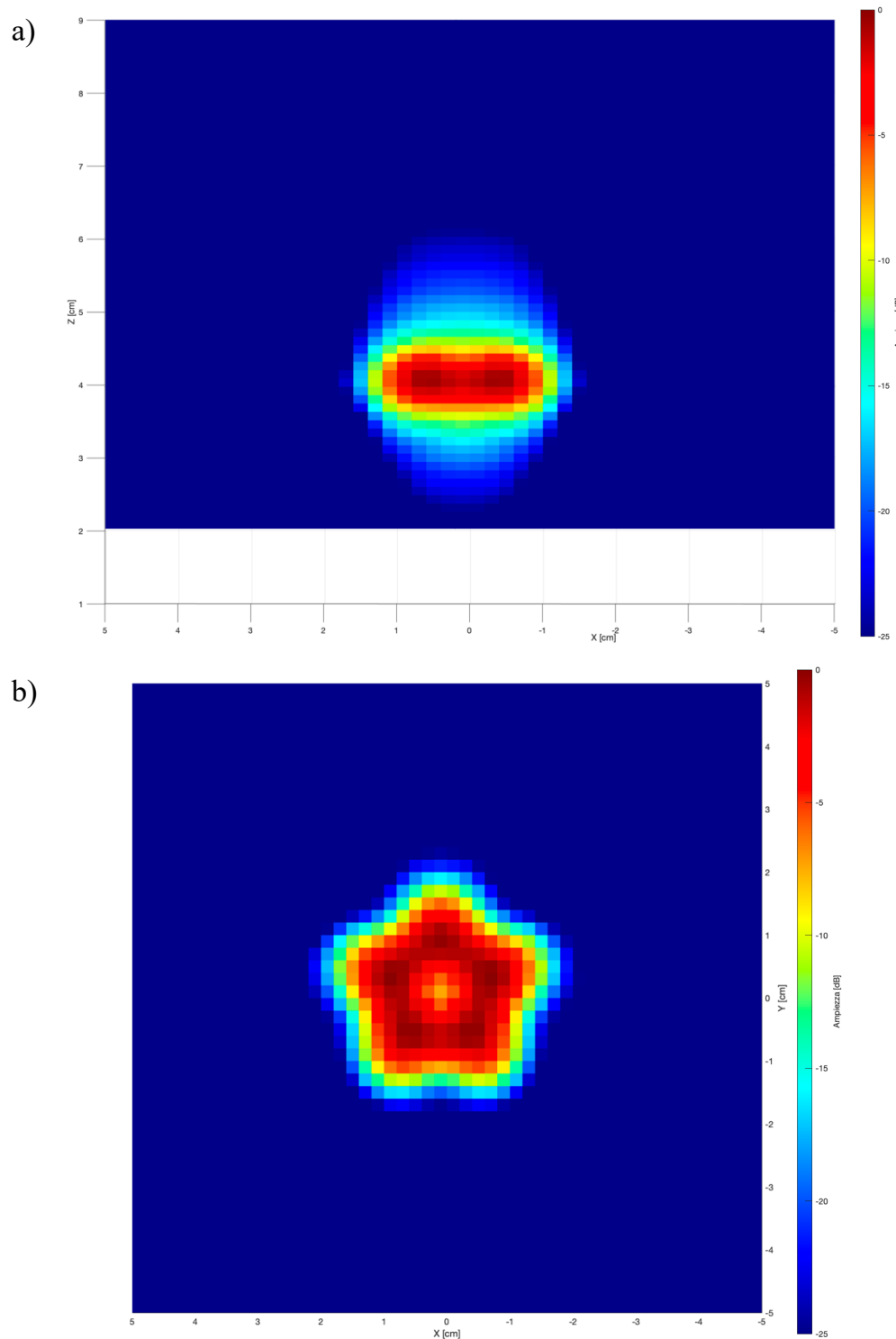


Figura 3.36: Sezioni ortogonali centrate sul picco di massima intensità. (a) La proiezione sul piano verticale ZX conferma l'esatta localizzazione in profondità del bersaglio ($Z=4\text{cm}$). (b) La sezione trasversale XY mostra l'eccellente fedeltà morfologica dei contorni ricostruiti.

L'analisi delle sezioni ortogonali (Figura 3.36) conferma il successo della compensazione. Il calcolo dinamico dei Tempi di Volo non lineari restituisce misurazioni spaziali assolutamente fedeli alla vera anatomia del modello [8]. L'algoritmo si dimostra quindi capace di ripristinare le prestazioni ideali del radar pur operando in un contesto fortemente eterogeneo.

Accertata la robustezza dell'architettura nello scenario nominale, è fondamentale indagarne i limiti estremi in vista di una reale applicazione diagnostica. Le prestazioni di un sistema *air-coupled* sono infatti dettate da due parametri geometrici critici che influenzano sia l'attenuazione che l'angolo di incidenza dei segnali: la profondità del bersaglio all'interno del tessuto e la distanza di *stand-off* delle antenne. Nelle sezioni seguenti, il sistema verrà sottoposto a due specifiche campagne di *stress test* volte a determinare, rispettivamente, la massima capacità di penetrazione nel mezzo dissipativo e la tolleranza all'allontanamento dell'array dall'interfaccia cutanea.

3.5.4 Stress Testing: Analisi dei Limiti Operativi

Il primo *stress test* è stato progettato per determinare la massima profondità diagnostica raggiungibile dall'architettura *air-coupled*. Per isolare l'effetto dell'attenuazione volumetrica, la distanza di *stand-off* in aria è stata rigorosamente bloccata al valore nominale ($Z = 2$ cm), mentre il bersaglio a stella è stato progressivamente traslato verso il basso, aumentandone lo spessore di tessuto adiposo interposto.

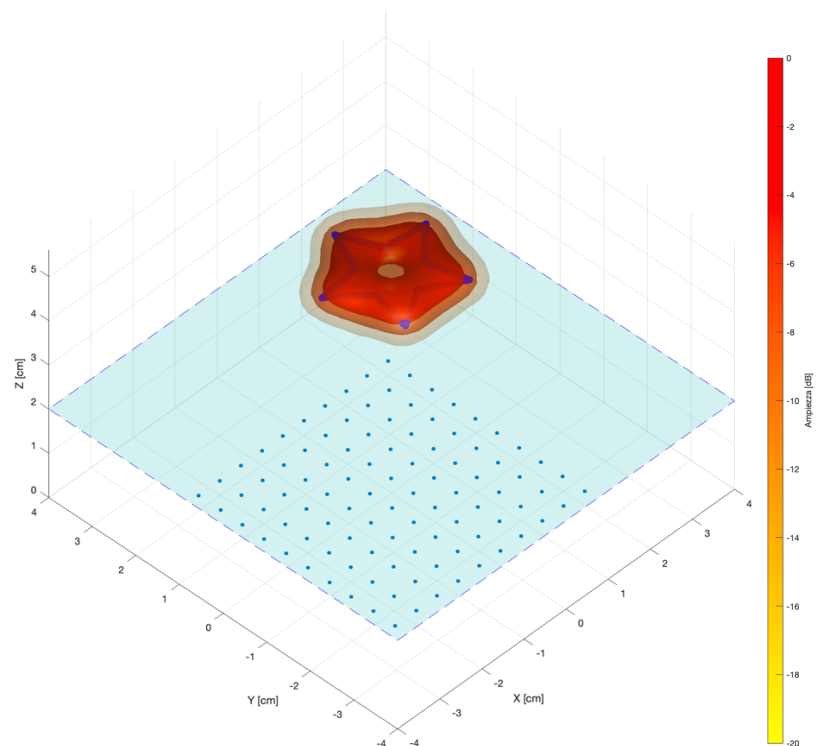
Il decadimento del Rapporto Segnale-Rumore (SNR) in funzione della profondità segue fedelmente le leggi fisiche dell'attenuazione esponenziale nei mezzi dissipativi. Rispetto al caso nominale a 2 cm di grasso (SNR di 30.41 dB), l'affondamento della stella a 3 cm di tessuto

adiposo ($Z = 5$ cm assoluti) porta l'SNR a 21.04 dB. Spingendo il bersaglio a 4 cm di grasso ($Z = 6$ cm), l'energia subisce un'ulteriore erosione (SNR = 12.40 dB), fino a ridursi a 4.27 dB a 5 cm di immersione ($Z = 7$ cm) [5], [6].

L'impatto di questo impoverimento energetico sulla qualità dell'immagine è documentato confrontando le ricostruzioni volumetriche (Figura 3.37) e le sezioni trasversali (Figura 3.38) per i due scenari più rappresentativi, quali uno stato di media penetrazione (3 cm di grasso) e il limite operativo estremo (5 cm di grasso). Sebbene le proiezioni verticali (piano XZ) siano omesse per questi specifici confronti per ragioni di sintesi visiva, è doveroso sottolineare che l'algoritmo DAS compensato garantisce una perfetta conservazione della risoluzione assiale in tutti gli scenari di test in cui il target è rilevabile. L'energia del bersaglio rimane rigorosamente concentrata alla corretta quota di profondità indagata, a conferma dell'assoluta precisione garantita dal risolutore iterativo di Snell nel calcolo dinamico dei Tempi di Volo. Tale parametro verrà ripreso esclusivamente nello scenario limite a 12 cm di grasso ($Z = 14$ cm, Figura 3.40a) per documentare, per contrasto, la definitiva perdita di focalizzazione.

Come ampiamente discusso nel paragrafo 3.4, l'architettura DAS è progettata per operare anche in condizioni di SNR critico, grazie all'elevatissimo Guadagno di Elaborazione (*Processing Gain*) garantito dall'integrazione coerente dell'intero array [6]. Il limite operativo in profondità, pertanto, non è dettato da un errore di localizzazione o dalla scomparsa totale del segnale, ma esclusivamente dalla progressiva perdita di risoluzione laterale indotta dal mezzo. L'analisi visiva conferma questa dinamica.

a)



b)

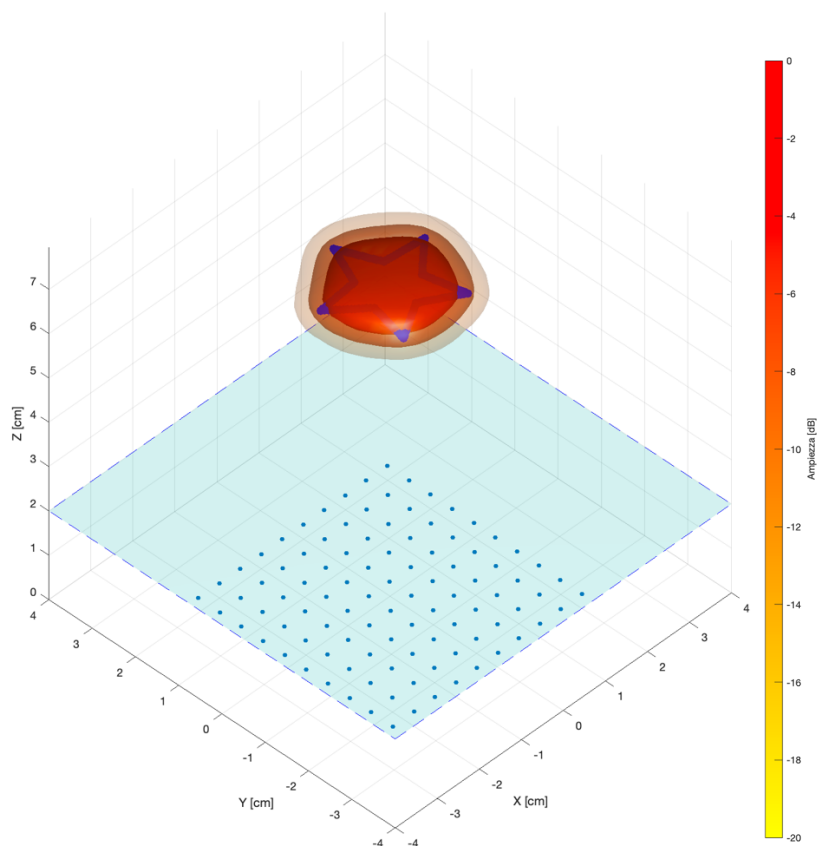


Figura 3.37: Confronto della ricostruzione volumetrica per diversi spessori di tessuto adiposo interposto. (a) scenario di media penetrazione (3 cm), (b) limite operativo di rilevamento (5 cm).

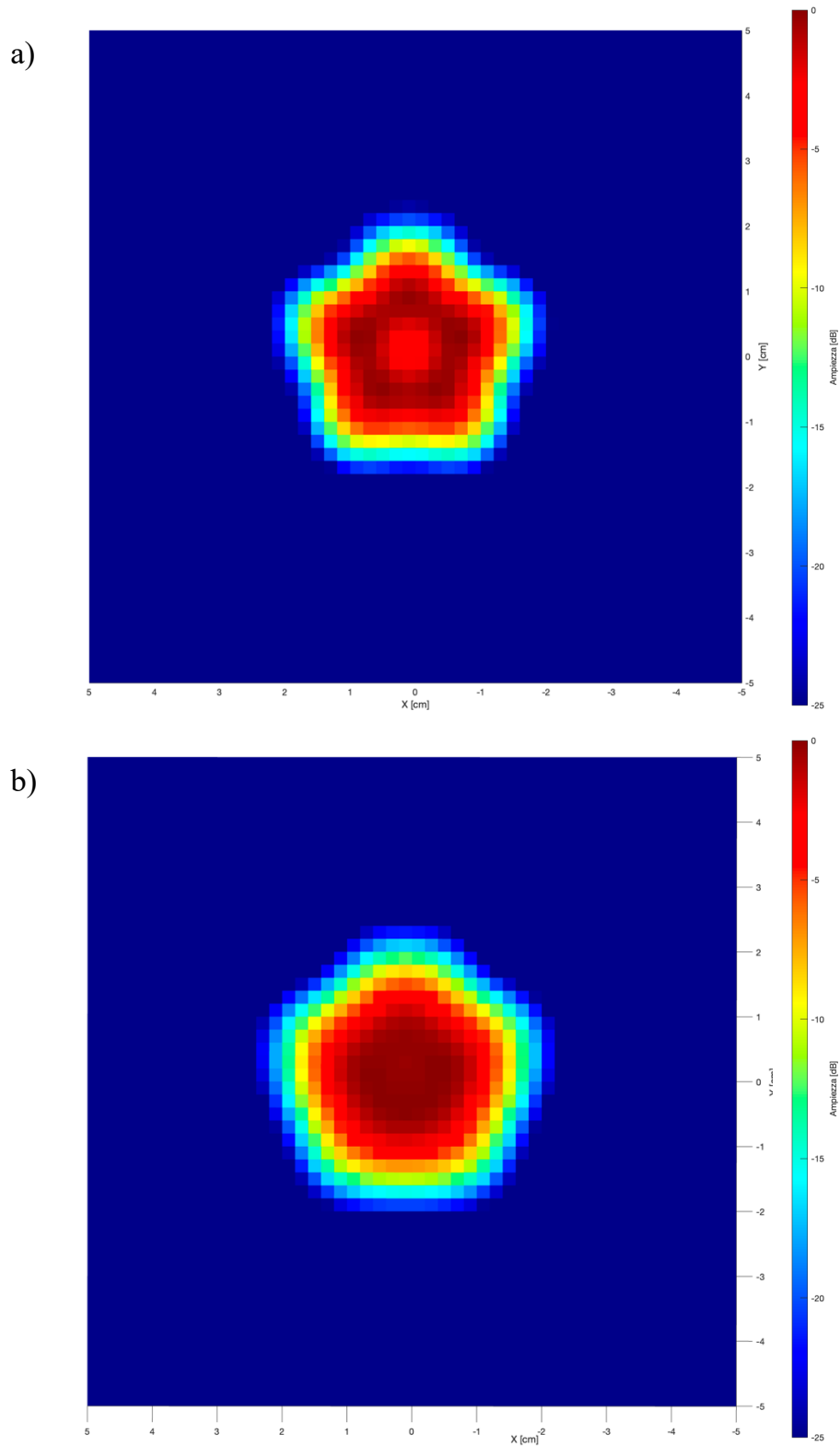


Figura 3.38: Sezioni trasversali XY corrispondenti. Si noti il mantenimento dell'integrità geometrica a 3 cm di profondità (a) e il progressivo degrado della risoluzione laterale a 5 cm (b).

Nello scenario a 3 cm di grasso ($\text{SNR} = 21.04 \text{ dB}$), il sistema sfrutta appieno il guadagno di integrazione per preservare un'elevata fedeltà geometrica, mantenendo le cinque punte distinguibili. Il target conserva contorni abbastanza netti anche attraversando lo step intermedio a 4 cm di grasso (non mostrato in figura), dimostrando una rassicurante stabilità diagnostica. Al raggiungimento dei 5 cm di grasso ($\text{SNR} = 4.27 \text{ dB}$), inizia invece a manifestarsi un tangibile degrado sul piano XY. L'impronta trasversale, infatti, si allarga e i vertici si smussano, segnando l'inizio della dispersione morfologica indotta dal rumore di fondo che inizia a intaccare i lobi della *Point Spread Function* [5].

La dimostrazione definitiva di questo fenomeno fisico si osserva forzando numericamente il test fino a 6 cm di immersione nel tessuto adiposo ($Z = 8 \text{ cm}$). In questo scenario limite, l'estrema attenuazione spinge l' SNR in campo negativo (-3.50 dB). Coerentemente con le capacità del *beamformer*, l'algoritmo riesce comunque a rilevare la presenza dell'anomalia estraendo l'eco dal rumore termico [6]. Tuttavia, a questa profondità, il mezzo disperdente agisce come un severo filtro spaziale passa-basso. Le componenti ad alta frequenza del segnale (indispensabili per il mantenimento dei dettagli trasversali netti) vengono totalmente dissipate dall'assorbimento volumetrico. Di conseguenza, l'immagine collassa in un artefatto sferico, dimostrando che il limite clinico del sistema non è la mancata rilevazione del bersaglio, bensì l'impossibilità fisica di preservarne una forma complessa oltre i 5 cm di penetrazione netta.

Tuttavia, esiste un punto di rottura definitivo oltre il quale anche la semplice rilevazione della presenza del target viene meno. Questo limite è stato individuato forzando la simulazione fino a una profondità di 12 cm di grasso ($Z = 14 \text{ cm}$ assoluti). In questo scenario di stress estremo, l'attenuazione raggiunge livelli tali da far precipitare il Rapporto Segnale-

Rumore al valore critico di -46.43 dB. A questo punto, l'energia riflessa è talmente esigua da essere completamente sommersa dal rumore di fondo, rendendo l'integrazione coerente del DAS inefficace. Come visibile nella ricostruzione (Figura 3.39 e Figura 3.40), non è più possibile identificare alcuna struttura o alone riconducibile al target.

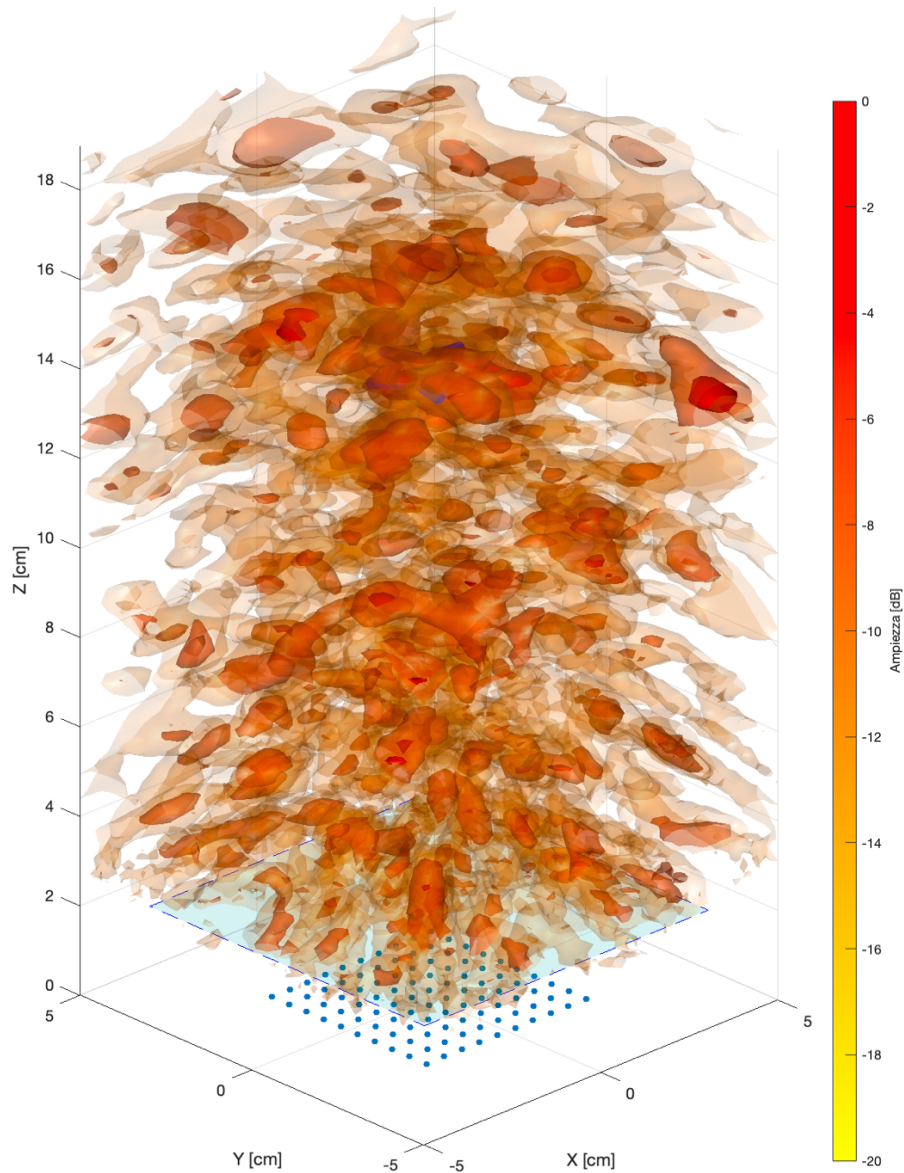


Figura 3.39: Ricostruzione volumetrica 3D in scenario di fallimento critico ($Z = 14$ cm, 12 cm di tessuto adiposo interposto). L'estremo valore di SNR (-46.43 dB) impedisce all'algoritmo di discriminare il target, risultando in un volume dominato esclusivamente da rumore e artefatti.

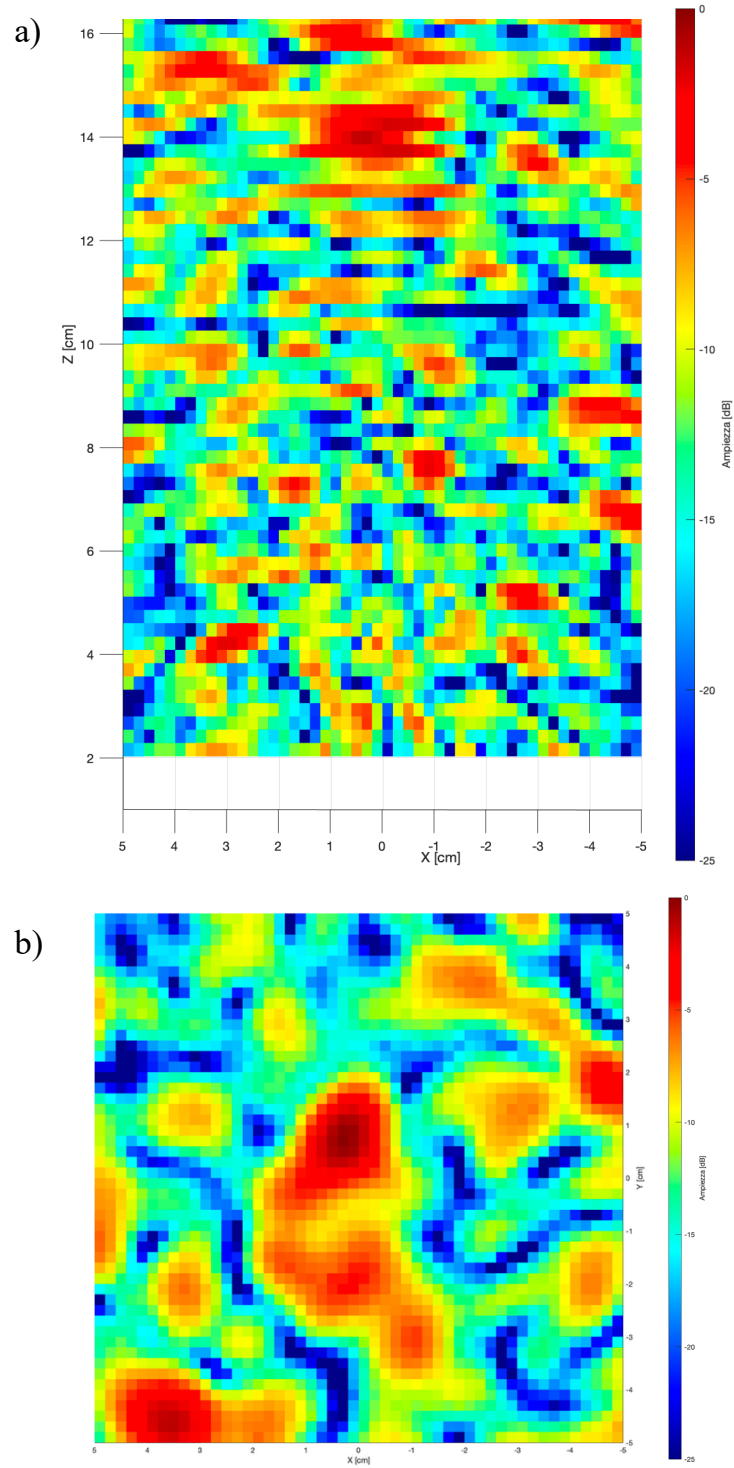


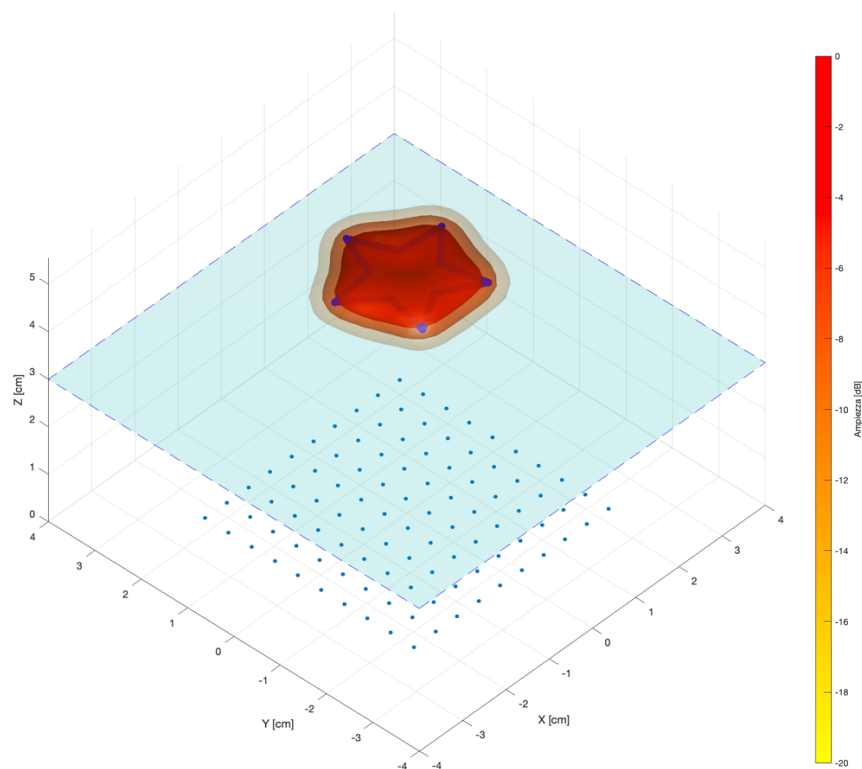
Figura 3.40: Sezioni ortogonali della ricostruzione limite a 14 cm. (a) La sezione sul piano ZX mostra una distribuzione di energia caotica priva di un picco di focalizzazione. (b) La sezione sul piano XY, dove la totale assenza di una distribuzione energetica coerente conferma l'impossibilità di rilevamento.

Completata l'indagine sull'attenuazione volumetrica, la seconda fase dello *stress testing* si è concentrata sulla flessibilità operativa del sistema *air-coupled* valutandone la sensibilità alla distanza di *stand-off*. In uno scenario diagnostico reale il corretto posizionamento della paziente rispetto all'array è soggetto a tolleranze e variabilità anatomiche. Per quantificare la robustezza dell'architettura a tale allontanamento è stata condotta una campagna di simulazioni mantenendo rigorosamente costante la profondità di immersione del bersaglio nel tessuto adiposo pari a 2 cm. Contemporaneamente è stata incrementata progressivamente la quota dell'interfaccia aria-grasso rispetto al piano delle antenne [8].

I risultati quantitativi del bilancio energetico mostrano una dinamica apparentemente rassicurante. Partendo dallo scenario nominale con 2 cm di aria e un SNR di 30.41 dB, l'incremento dello *stand-off* a 3 cm produce una lieve flessione a 28.62 dB. L'erosione prosegue a 27.04 dB per 4 cm di aria fino a raggiungere i 25.64 dB per l'allontanamento a 5 cm. Il confronto con il test di penetrazione precedente risulta estremamente indicativo. L'aggiunta di un singolo centimetro di tessuto adiposo causava crolli di oltre 9 dB, mentre la distanza in aria penalizza l'energia totale in modo molto contenuto trattandosi di un mezzo privo di assorbimento volumetrico.

Tuttavia, l'analisi visiva delle ricostruzioni svela un fenomeno fisico profondamente complesso e dimostra che la conservazione dell'energia globale non garantisce il mantenimento della risoluzione spaziale. Confrontando lo scenario a 3 cm con quello a 5 cm di *stand-off* riportati in Figura 3.41 e Figura 3.42, emerge un drastico degrado morfologico sul piano trasversale. Questo effetto è equiparabile a quello generato dall'estrema profondità nel grasso ma è causato da un principio fisico diametralmente opposto.

a)



b)

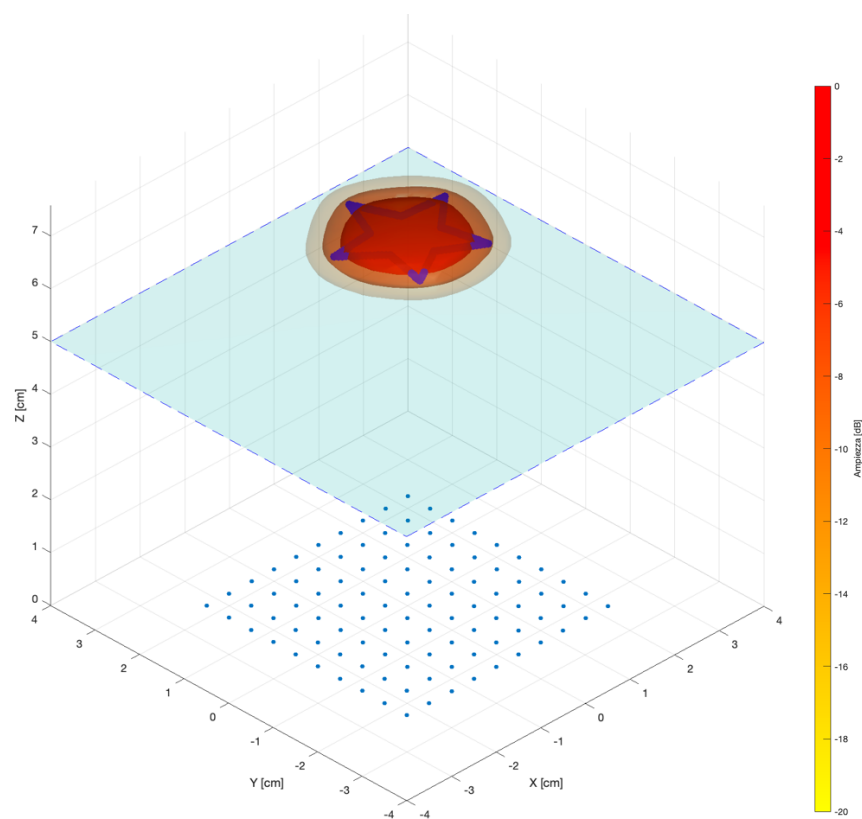


Figura 3.41: Confronto della ricostruzione volumetrica all'aumentare dello stand-off aereo a parità di immersione tissutale. (a) Allontanamento a 3 cm e (b) caso limite a 5 cm.

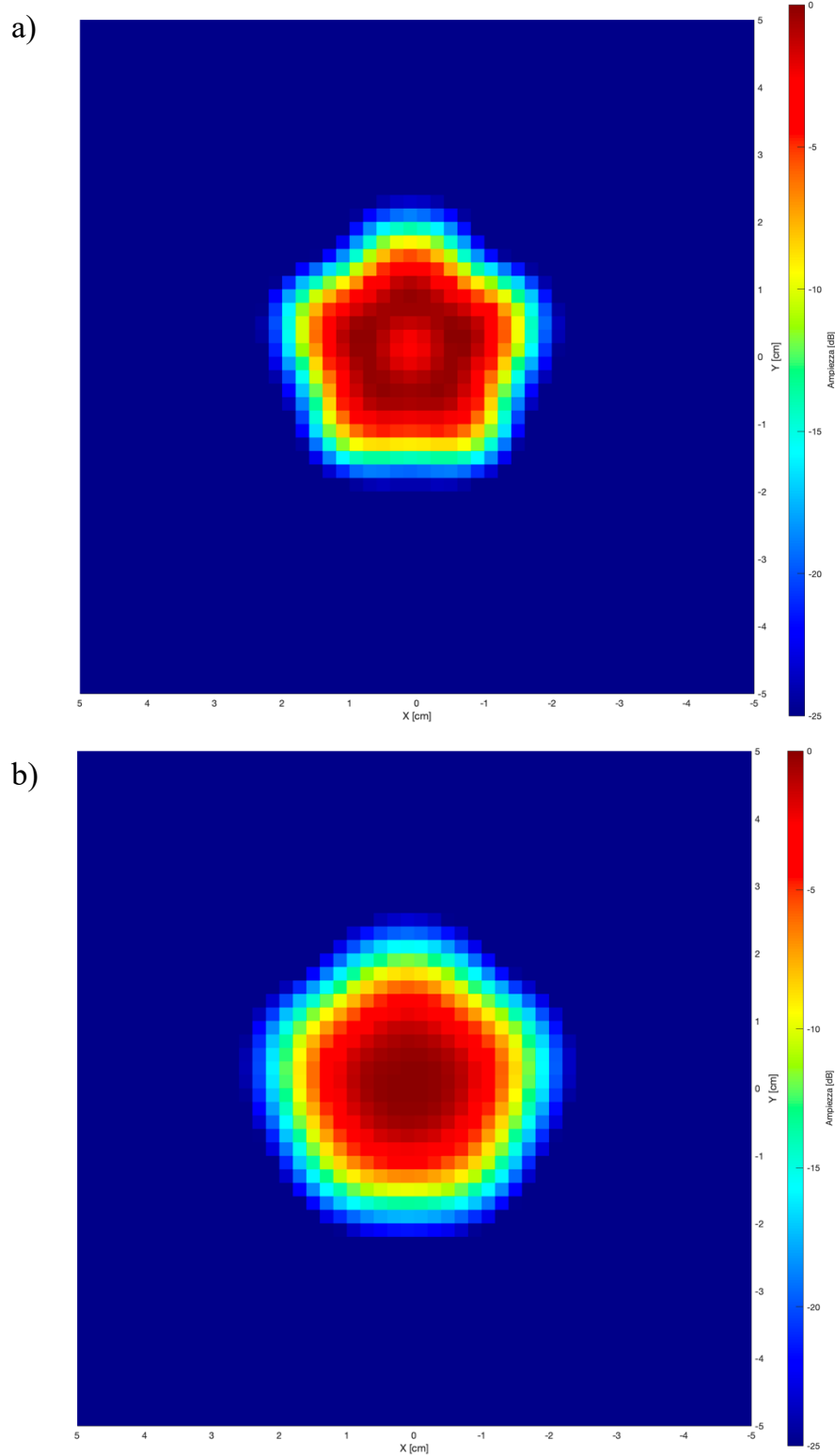


Figura 3.42: Sezioni trasversali XY corrispondenti. Si noti il mantenimento dell'integrità geometrica a 3 cm di aria (a) e il progressivo degrado della risoluzione laterale a 5 cm di aria, dove il bersaglio collassa in un'impronta circolare (b).

A 3 cm di aria l'algoritmo DAS riesce ancora a delineare discretamente i contorni complessi del bersaglio. Superata questa soglia l'immagine collassa rapidamente in un artefatto circolare. Questa severa perdita di risoluzione laterale è causata dalla riflessione angolare all'interfaccia tra l'aria e il tessuto adiposo. Allontanando l'array i segnali scambiati dalle antenne centrali mantengono incidenze quasi normali, penetrando nel mezzo e garantendo un SNR elevato. Al contrario i segnali delle antenne periferiche incidono sull'interfaccia con angoli sempre più radenti.

Secondo le leggi di Fresnel questi contributi angolari estremi vengono quasi totalmente riflessi all'esterno del dominio d'indagine [6], [8]. Tali segnali costituiscono le componenti spaziali ad alta frequenza indispensabili all'algoritmo DAS per ricostruire dettagli trasversali netti. La loro assenza impedisce di delineare le punte della stella, facendo agire l'interfaccia come un severo diaframma ottico in grado di ridurre l'apertura numerica efficace del radar.

L'esito congiunto delle due campagne di *stress testing* fornisce una mappatura completa dei limiti operativi dell'architettura *air-coupled* [6]. È stato ampiamente dimostrato che il degrado della fedeltà morfologica può scaturire da due cause distinte. La prima è l'assorbimento volumetrico che si comporta come un filtro passa-basso limitando la penetrazione nel tessuto. La seconda è la riflessione di Fresnel che causa una riduzione dell'apertura numerica vincolando l'allontanamento dall'interfaccia. Il rispetto di questi parametri operativi garantisce la massima efficacia del risolutore iterativo di Snell e valida definitivamente il potenziale diagnostico del sistema.

3.6 Sintesi del Capitolo

In questo capitolo è stata presentata l'architettura matematica e l'implementazione software del modello numerico. Il percorso di validazione ha seguito una rigorosa progressione incrementale progettata per definire la configurazione ottimale del setup radar e valutarne il reale potenziale diagnostico.

Le prime fasi dell'indagine hanno riguardato la validazione del problema diretto e inverso in spazio libero, transitando dal dominio bidimensionale alla completa ricostruzione volumetrica. Questa prima evoluzione ha consentito di studiare diverse topologie radianti per ottimizzare l'apertura sintetica dell'array e di consolidare l'accuratezza del motore di focalizzazione spaziale su bersagli elementari [6].

Successivamente, il modello è stato calato in uno scenario operativo realistico introducendo bersagli a geometria estesa e mezzi dielettrici dissipativi. Per quantificare la robustezza dell'algoritmo, il sistema è stato sottoposto al degrado indotto dal rumore termico strumentale e alle severe distorsioni causate dall'interfaccia tra l'aria e il tessuto adiposo. L'implementazione di un risolutore iterativo basato sulla Legge di Snell per la compensazione della rifrazione ha permesso di preservare l'integrità dell'immagine, garantendo un riallineamento rigoroso delle tracce radar [8].

Le conclusive campagne di indagine sui limiti operativi hanno infine delineato i confini fisici dell'architettura, misurandone la massima profondità di rilevamento diagnostico e la tolleranza al posizionamento in aria. La definizione di questi parametri chiude l'indagine numerica e fornisce le basi ingegneristiche necessarie per la realizzazione del sistema reale.

Capitolo 4.

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha portato allo sviluppo e alla validazione di un avanzato modello numerico in ambiente MATLAB per la generazione di matrici di scattering sintetiche tramite array planari, ponendo solide basi metodologiche per l'imaging radar 3D a onde millimetriche. La transizione verso lo spettro delle alte frequenze (18-40 GHz) si è confermata la chiave per superare i limiti risolutivi dei sistemi a microonde convenzionali, consentendo una definizione morfologica di bersagli anomali altrimenti impossibile da ottenere.

Il valore centrale dell'elaborato risiede nell'aver costruito un'infrastruttura software predittiva e rigorosa. In particolare, l'ottimizzazione dell'architettura dell'array planare su una configurazione 10x10 si è dimostrata in grado di bilanciare efficacemente la necessità di una risoluzione assiale millimetrica con la precisione della focalizzazione trasversale. Inoltre, per gestire le complessità operative dei setup reali, è stato integrato un risolutore numerico iterativo basato sulla Legge di Snell, fondamentale per compensare la deviazione ottica all'interfaccia aria-tessuto adiposo. Questa implementazione garantisce al sistema di elaborare i tempi di volo esatti e di mantenere a fuoco l'immagine del bersaglio anche in scenari severamente disomogenei, validando di fatto l'impiego della configurazione *Air-Coupled*. Infine, le simulazioni condotte in scenari clinici realistici in presenza di rumore termico hanno tracciato i confini operativi del sistema, confermando una rilevante capacità di *detection* fino a profondità di indagine significative, pur a fronte dell'elevata attenuazione che caratterizza la propagazione a queste lunghezze d'onda.

Il modello numerico qui validato si configura dunque come uno strumento versatile e pronto per il passaggio al dominio fisico. Come naturale prosecuzione di questo lavoro, gli sviluppi futuri si concentreranno sulla validazione sperimentale in laboratorio. Il passo successivo prevederà la trasposizione dell'architettura simulata in un vero setup di misura, operando nello spettro delle frequenze millimetriche tramite l'utilizzo di un analizzatore di reti vettoriale (VNA). Le prime campagne di test saranno condotte su target metallici di riferimento, un passaggio fondamentale per calibrare il sistema e validare l'accuratezza spaziale del rilevamento nel dominio reale.

Successivamente, si procederà con le misurazioni su fantocci mammari (*phantoms*) equivalenti ai tessuti biologici, al fine di confrontare direttamente le matrici di scattering acquisite fisicamente con i dati sintetici generati dal simulatore. Il consolidamento di questa fase permetterà di estendere l'analisi a modelli caratterizzati da una maggiore variabilità anatomica e dielettrica, compiendo così il passo definitivo verso lo sviluppo di un futuro sistema di screening clinico ad alta risoluzione, sicuro e non invasivo.

Bibliografia

- [1] R. Benny, T. A. Anjit, and P. Mythili, ‘An overview of microwave imaging for breast tumor detection’, *Prog. Electromagn. Res. B*, vol. 87, pp. 61–91, 2020, doi: 10.2528/PIERB20012402.
- [2] E. C. Fear, S. C. Hagness, P. M. Meaney, M. Okoniewski, and M. A. Stuchly, ‘Enhancing breast tumor detection with near-field imaging’, *IEEE Microw. Mag.*, vol. 3, no. 1, pp. 48–56, Mar. 2002, doi: 10.1109/6668.990683.
- [3] K. D. Paulsen, S. P. Poplack, Dun Li, M. W. Fanning, and P. M. Meaney, ‘A clinical prototype for active microwave imaging of the breast’, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 48, no. 11, pp. 1841–1853, Nov. 2000, doi: 10.1109/22.883861.
- [4] M. Lazebnik *et al.*, ‘A large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal, benign and malignant breast tissues obtained from cancer surgeries’, *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 20, pp. 6093–6115, Oct. 2007, doi: 10.1088/0031-9155/52/20/002.
- [5] S. Di Meo, G. Matrone, and M. Pasian, ‘Experimental Validation on Tissue-Mimicking Phantoms of Millimeter-Wave Imaging for Breast Cancer Detection’, *Appl. Sci.*, vol. 11, no. 1, p. 432, Jan. 2021, doi: 10.3390/app11010432.
- [6] S. Di Meo *et al.*, ‘On the Feasibility of Breast Cancer Imaging Systems at Millimeter-Waves Frequencies’, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 65, no. 5, pp. 1795–1806, May 2017, doi: 10.1109/TMTT.2017.2672938.
- [7] S. Di Meo, ‘On the development of an innovative mm-wave imaging system for breast cancer detection’, Università degli studi di Pavia, 2016.

- [8] S. Di Meo, G. Bertuzzi, G. Matrone, G. Magenes, and M. Pasian, ‘Millimeter-Waves Imaging for Breast Cancer Detection: Development of Analytical Models for Scattering Matrices Computation’, *Atti Congr. Grup. Naz. Bioingegneria*, Jun. 2023.
- [9] E. J. Bond, Xu Li, S. C. Hagness, and B. D. Van Veen, ‘Microwave imaging via space-time beamforming for early detection of breast cancer’, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 8, pp. 1690–1705, Aug. 2003, doi: 10.1109/TAP.2003.815446.
- [10] M. A. Elahi *et al.*, ‘Evaluation of Image Reconstruction Algorithms for Confocal Microwave Imaging: Application to Patient Data’, *Sensors*, vol. 18, no. 6, p. 1678, May 2018, doi: 10.3390/s18061678.
- [11] A. Baran, D. J. Kurrant, A. Zakaria, E. C. Fear, and J. LoVetri, ‘Breast imaging using microwave tomography with radar-based tissue-regions estimation’, *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 149, pp. 161–171, 2014, doi: 10.2528/PIER14080606.
- [12] S. Gabriel, R. W. Lau, and C. Gabriel, ‘The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz’, *Phys. Med. Biol.*, vol. 41, no. 11, pp. 2251–2269, Nov. 1996, doi: 10.1088/0031-9155/41/11/002.
- [13] S. Gabriel, R. W. Lau, and C. Gabriel, ‘The dielectric properties of biological tissues: III. Parametric models for the dielectric spectrum of tissues’, *Phys. Med. Biol.*, vol. 41, no. 11, pp. 2271–2293, Nov. 1996, doi: 10.1088/0031-9155/41/11/003.
- [14] M. T. Bevacqua, S. Di Meo, L. Crocco, T. Isernia, and M. Pasian, ‘Millimeter-Waves Breast Cancer Imaging via Inverse Scattering Techniques’, *IEEE J. Electromagn. RF Microw. Med. Biol.*, vol. 5, no. 3, pp. 246–253, Sep. 2021, doi: 10.1109/JERM.2021.3052096.
- [15] P. M. Meaney *et al.*, ‘Initial Clinical Experience with Microwave Breast Imaging in Women with Normal Mammography’, *Acad.*

- Radiol.*, vol. 14, no. 2, pp. 207–218, Feb. 2007, doi: 10.1016/j.acra.2006.10.016.
- [16] Y. Suzuki and S. Kidera, ‘Resolution Enhanced Distorted Born Iterative Method Using ROI Limiting Scheme for Microwave Breast Imaging’, *IEEE J. Electromagn. RF Microw. Med. Biol.*, vol. 5, no. 4, pp. 379–385, Dec. 2021, doi: 10.1109/JERM.2021.3121962.
- [17] H. Been Lim, N. Thi Tuyet Nhung, E.-P. Li, and N. Duc Thang, ‘Confocal Microwave Imaging for Breast Cancer Detection: Delay-Multiply-and-Sum Image Reconstruction Algorithm’, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 55, no. 6, pp. 1697–1704, Jun. 2008, doi: 10.1109/TBME.2008.919716.
- [18] E. Porter, M. Coates, and M. Popovic, ‘An Early Clinical Study of Time-Domain Microwave Radar for Breast Health Monitoring’, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 63, no. 3, pp. 530–539, Mar. 2016, doi: 10.1109/TBME.2015.2465867.
- [19] E. C. Fear, J. Bourqui, C. Curtis, D. Mew, B. Docktor, and C. Romano, ‘Microwave Breast Imaging With a Monostatic Radar-Based System: A Study of Application to Patients’, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 61, no. 5, pp. 2119–2128, May 2013, doi: 10.1109/TMTT.2013.2255884.
- [20] M. Klemm, I. J. Craddock, J. A. Leendertz, A. Preece, and R. Benjamin, ‘Radar-Based Breast Cancer Detection Using a Hemispherical Antenna Array—Experimental Results’, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 6, pp. 1692–1704, Jun. 2009, doi: 10.1109/TAP.2009.2019856.
- [21] M. Lazebnik *et al.*, ‘A large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal breast tissue obtained from reduction surgeries’, *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 10, pp. 2637–2656, May 2007, doi: 10.1088/0031-9155/52/10/001.

- [22] A. Martellosio *et al.*, ‘Dielectric Properties Characterization From 0.5 to 50 GHz of Breast Cancer Tissues’, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 65, no. 3, pp. 998–1011, Mar. 2017, doi: 10.1109/TMTT.2016.2631162.
- [23] S. Di Meo *et al.*, ‘Dielectric properties of breast tissues: experimental results up to 50 GHz’, in *12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, London, UK: Institution of Engineering and Technology, 2018, p. 572 (5 pp.)-572 (5 pp.). doi: 10.1049/cp.2018.0931.
- [24] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, *Principles of modern radar*. Raleigh (N.C.): SciTech publ, 2010.
- [25] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, 4th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- [26] M. T. Mandelson, ‘Breast Density as a Predictor of Mammographic Detection: Comparison of Interval- and Screen-Detected Cancers’, *J. Natl. Cancer Inst.*, vol. 92, no. 13, pp. 1081–1087, Jul. 2000, doi: 10.1093/jnci/92.13.1081.
- [27] N. Nikolova, ‘Microwave Imaging for Breast Cancer’, *IEEE Microw. Mag.*, vol. 12, no. 7, pp. 78–94, Dec. 2011, doi: 10.1109/MMM.2011.942702.
- [28] A. Quarteroni, F. Saleri, and P. Gervasio, *Calcolo Scientifico*. in UNITEXT. Milano: Springer Milan, 2012. doi: 10.1007/978-88-470-2745-9.

Ringraziamenti

Il primo e più sentito ringraziamento va ai miei relatori, la Prof.ssa Simona Di Meo e il Prof. Marco Pasian, per avermi guidata e supportata in questo progetto di tesi.

Alla Prof.ssa Di Meo va la mia profonda gratitudine per avermi seguita passo dopo passo. La ringrazio non solo per avermi trasmesso la passione per questo ambito di ricerca, ma soprattutto per la dedizione, la pazienza e l'incoraggiamento costante con cui mi ha affiancata, guidandomi fino alle ultime fasi del lavoro.

Un ringraziamento altrettanto sincero va al Prof. Pasian, per la fondamentale supervisione scientifica, per la disponibilità e per i preziosi consigli durante tutto il percorso, che hanno saputo dare fin da subito la giusta direzione a questo lavoro.

Desidero inoltre ringraziare il mio collega Andrea, con il quale ho condiviso ogni fase di questo progetto. Lo ringrazio per il costante confronto, per l'aiuto prezioso nello sviluppo del modello e per aver reso più leggere anche le giornate di lavoro più intense.