



UNIVERSITÀ  
DI PAVIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA COMPUTAZIONALE E  
MODELLISTICA PER MATERIALI, STRUTTURE E TECNOLOGIE SOSTENIBILI

TESI DI LAUREA

SVILUPPO E SIMULAZIONE DI METAMATERIALI PER SUOLE DI SCARPA

Candidato: Filippo Ornigotti

Relatore: Prof. Roberto Vitali

Correlatore: Prof. Ferdinando Auricchio

A.A. 2024/2025



# Indice

<b>1</b>	<b>Ruolo e Composizione di una Scarpa</b>	<b>1</b>
1.1	Il Ciclo del Passo . . . . .	3
1.1.1	Distribuzione delle Pressioni . . . . .	5
1.2	Caratteristiche di una Midsole . . . . .	7
1.2.1	Rigidezza Flessionale . . . . .	8
1.2.2	Durezza . . . . .	11
1.3	Quantificazione dei parametri . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Metamateriali</b>	<b>18</b>
2.1	Celle Auxetiche . . . . .	20
2.1.1	Modulo di Poisson . . . . .	20
2.1.2	Auxeticità ed Energia . . . . .	22
2.2	Altri Tipi di Metamateriali . . . . .	25
2.3	Progettazioni Specifiche per Midsole . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Analisi FEM</b>	<b>33</b>
3.1	Materiale Testato . . . . .	35
3.1.1	Contatto . . . . .	36
3.2	Cella Ford . . . . .	37
3.2.1	Creazione del modello CAD . . . . .	38
3.2.2	Mesh e Simulazioni . . . . .	41
3.2.2.1	Simulazioni Esplicite Preliminari El. Solidi Continui . . . . .	42
3.2.2.2	Simulazioni STD El. Solidi Continui . . . . .	47
3.2.2.3	Modello con Elementi Strutturali di Tipo BEAM	50
3.3	Cella Song . . . . .	58
3.3.1	Creazione del modello CAD . . . . .	58
3.3.2	Mesh e Simulazioni . . . . .	64
3.3.2.1	Simulazioni STD Solide . . . . .	65
3.3.2.2	Simulazioni STD Assialsimmetriche . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>74</b>

4.1	Considerazioni finali . . . . .	77
	<b>Bibliografia</b>	<b>81</b>
	<b>Allegati</b>	<b>85</b>
A	CAD Cella Ford . . . . .	86
B	CAD Cella Song . . . . .	87
C	Celle Song Solide 3D . . . . .	88
D	Celle Song Assialsimmetriche . . . . .	89

# Elenco delle figure

1.1	Struttura della scarpa . . . . .	2
1.2	Stance Phase . . . . .	3
1.3	Articolazioni principali del piede . . . . .	5
1.4	Suddivisione in 10 zone del piede per la caratterizzazione delle pressioni . . . . .	6
1.5	Distribuzione delle pressioni sulla fascia plantare . . . . .	7
1.6	Flessione del <b>MTP</b> . . . . .	8
1.7	Flessione del <b>MTP</b> con <i>CFP</i> . . . . .	9
1.8	Angoli e momenti registrati su caviglia e <b>MTP</b> . . . . .	10
1.9	Grafico delle energie assorbite e generate dalle principali articolazioni . . . . .	11
1.10	$VO_2$ media e <b>LBS</b> . . . . .	11
1.11	Influenza della <b>MH</b> sull'intensità dell'Impact Peak . . . . .	13
1.12	Velocità del passo e Impact Peak . . . . .	14
1.13	Cicli di isteresi per soles di diversa durezza . . . . .	15
2.1	Rappresentazione di una cella auxetica rientrante . . . . .	20
2.2	Materiale convenzionale e materiale auxetico a trazione . . . . .	21
2.3	Dissipazione energetica dell'impatto su un metamateriale . . . . .	22
2.4	Metamateriale auxetico per gomitiere . . . . .	23
2.5	Confronto tra diverse celle e distribuzione delle pressioni . . . . .	24
2.6	Schema rappresentativo della suddivisione in poligoni di Thiessen . . . . .	26
2.7	Intersuole realizzate tramite poligoni di Thiessen . . . . .	27
2.8	Metamateriali biomimetici CFLM . . . . .	28
2.9	Metamateriale biomimetico ispirato alla zampa di un cane . . . . .	29
2.10	Ottimizzazione della struttura CFM . . . . .	30
2.11	Composizione e comportamento del CFM . . . . .	30
2.12	Midsoles VDS . . . . .	31
3.1	Celle Auxetiche analizzate . . . . .	34
3.2	Grafici di valutazione del materiale . . . . .	36
3.3	1/16 della cella Ford . . . . .	38

3.4	Vista XY Ford Beam . . . . .	40
3.5	Kinematic Couplings dei vertici Ford BEAM . . . . .	40
3.6	Coupling RP Ford . . . . .	41
3.7	Mesh con 27488 elementi C3D10 Ford . . . . .	42
3.8	Mesh Mista Ford . . . . .	43
3.9	Grafico Forza-Spostamento analisi EXP Ford . . . . .	44
3.10	Confronto Amplitude Smooth Step e Rampa Ford . . . . .	45
3.11	Confronto RF2 con diverse Amplitude e con Blocco Cilindri Ford . . . . .	45
3.12	Deformate analisi EXP su piano XY Ford . . . . .	46
3.13	Deformate analisi STD mesh fine Ford . . . . .	48
3.14	Grafico Forza-Spostamento mesh fine Ford . . . . .	48
3.15	Deformate in vista XY con mesh di diversa fittezza Ford . . . . .	49
3.16	Confronto RF2 con mesh di diversa fittezza Ford . . . . .	50
3.17	Confronto mesh Mista con mesh BEAM EXP Ford . . . . .	51
3.18	Grafico Forza-Spostamento analisi EXP Ford Beam . . . . .	51
3.19	Deformata in vista XY Ford BEAM EXP . . . . .	52
3.20	Vista XY Ford Beam modificata . . . . .	52
3.21	Deformata in vista XY Ford BEAM STD con il solo <b>General Contact</b> . . . . .	53
3.22	Grafico Forza-Spostamento analisi STD Ford Beam con il solo <b>General Contact</b> . . . . .	53
3.23	Modifica al Contact Formulation . . . . .	54
3.24	Confronto RF2 tra diverse formulazioni di contatto . . . . .	54
3.25	Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto <b>Cross</b> . . . . .	55
3.26	Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto <b>Radial</b> . . . . .	55
3.27	Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto <b>Both</b> . . . . .	55
3.28	Cella Ford BEAM con partizioni escluse dal General Contact . . . . .	56
3.29	Confronto RF2 modello finale Ford BEAM . . . . .	57
3.30	Deformata in vista XY Ford BEAM STD finale . . . . .	57
3.31	S1 . . . . .	59
3.32	S2 . . . . .	59
3.33	S3 . . . . .	60
3.34	S4 . . . . .	60
3.35	A1 . . . . .	61
3.36	A2 . . . . .	61
3.37	A3 . . . . .	62
3.38	A4 . . . . .	62
3.39	A5 . . . . .	63
3.40	Esempio di partizione della cella Song . . . . .	64
3.41	Esempio di mesh della cella Song . . . . .	64

3.42	Condizioni ai bordi della cella Song (solido)	66
3.43	Deformata S1	66
3.44	Deformata S2	67
3.45	Deformata S3	67
3.46	Deformata S4	67
3.47	Confronto RF2 modelli solidi Song	68
3.48	Creazione della sezione trasversale Song Axisymmetric	69
3.49	Condizione al bordo cella Song (Assialsimmetrica)	69
3.50	Deformata A1	70
3.51	Deformata A2	70
3.52	Deformata A3	70
3.53	Deformata A4	71
3.54	Deformata A5	71
3.55	Confronto RF2 modelli Assialsimmetrici Song	72
4.1	Divisione in zone della <b>midsole</b> da report (Ali, Nazir e Jeng 2020)	75
4.2	Divisione in zone della <b>midsole</b>	76
4.3	Rappresentazione finale della <b>midsole</b>	77

# Elenco delle tabelle

3.1	Dati tecnici <b>TPU95A</b> . . . . .	36
3.2	Dimensioni Cella Ford . . . . .	38
3.3	Studio di convergenza con diverse Mesh Ford . . . . .	47
3.4	Confronto soluzione modello solido Mesh Medium con soluzione finale Ford BEAM . . . . .	58
3.5	Strutture <b>simulazioni solide</b> Song . . . . .	59
3.6	Strutture <b>simulazioni assialsimmetriche</b> Song . . . . .	60
3.7	Dati sulle mesh analisi Song . . . . .	65
3.8	Confronto computazionale modelli solidi e assialsimmetrici Song	72
4.1	Zone del piede per suola <b>VDS</b> . . . . .	74
4.2	Composizione della <b>midsole</b> . . . . .	76
4.3	Massa delle singole celle e massa totale della <b>midsole</b> . . . . .	78

## Sommario

In questo studio analizzeremo gli aspetti fondamentali che caratterizzano una scarpa da running passando per la sua composizione fino ad arrivare allo sviluppo di un'intersuola con le caratteristiche di un **metamateriale** che possa rappresentare un'alternativa alle classiche **midsole** in commercio.

Per fare questo, dopo una descrizione dettagliata del ruolo della suola e dei metamateriali di tipo **auxetico**, svilupperemo strutture con caratteristiche propedeutiche all'attività ricercata, realizzando disegni tecnici ed effettuando simulazioni **FEM** di compressione su di esse.

Lo sviluppo di tale **midsole** si è basato sull'utilizzo dei software **Inventor Professional** <sup>1</sup> e **Abaqus/CAE** <sup>2</sup> per la creazione dei modelli 3D e la successiva simulazione strutturale.

Al termine di questi processi troviamo una bozza di composizione di una **midsole** con classificazione delle zone del piede in base alla distribuzione appropriata delle pressioni durante la corsa.

---

<sup>1</sup>Autodesk

<sup>2</sup>Dessault Systemes

# 1 Ruolo e Composizione di una Scarpa

---

L'attività della corsa e la performance dell'atleta in questa disciplina è da sempre legata all'ingegnerizzazione delle calzature specifiche utilizzate, tramite una scarpa ottimizzata l'atleta riesce ad esprimersi al meglio durante l'attività desiderata, questo perchè la calzatura ha il compito di reggere strutturalmente degli sforzi e allo stesso tempo agevolare la spinta richiesta dagli arti inferiori; la composizione di una scarpa è pensata e strutturata in modi diversi per ogni attività sportiva, ciò che rende una scarpa performante è, per la maggioranza dei casi, la costruzione della suola. Una scarpa da running è macroscopicamente costituita da quattro strati (Figura 1.1):

- **Outsole:** parte della suola a contatto con il terreno
- **Midsole:** zona centrale della suola, di nostro interesse, tendenzialmente la più studiata e pensata per conferire alla calzatura buone proprietà meccaniche ed essere allo stesso tempo confortevole per l'utilizzatore
- **Insole:** zona effettivamente a contatto con il piede, tipicamente removibile dalla calzatura.
- **Upper Shoe:** porzione superiore della scarpa, di varie forme e composizioni, non trattata durante il nostro lavoro



Figura 1.1: Struttura della scarpa

La costruzione di una scarpa con buone proprietà legate all'attività sportiva svolta è un problema ingegneristico strutturale che riguarda per prima la progettazione corretta della **midsole**; Le caratteristiche strutturali di quest'ultima forniscono alla calzatura la corretta:

- Rigidezza flessionale Longitudinale (**LBS**)
- Durezza (**MH**)
- Distribuzione delle pressioni (**PD**)

Parametri che, se ottimizzati, si traducono per il runner in una migliore efficienza di corsa, spesso valutata con la cosiddetta *Running Economy* (**RE**).

**Running Economy** La **RE** è definita come la quantità di ossigeno ( $VO_2$ ) necessaria per correre ad una certa velocità submassimale, viene normalmente espressa in  $[\frac{ml}{kg \cdot m}]$ .

Più basso è questo parametro e più la corsa dell'atleta risulta efficiente, per misurarla ci si può attenere a diversi standard che possono prevedere il calcolo della  $VO_{2max}$  e dell'  $AnT$  (Anaerobic Threshold o soglia anaerobica).

La  $VO_{2max}$  è la massima quantità di ossigeno, rapportata al peso corporeo, di cui un atleta può disporre per compiere un minuto di attività ( $[\frac{ml}{kg \cdot min}]$ ).

L'*AnT* è invece la soglia di intensità alla quale l'atleta inizia a produrre più lattato di quanto ne riesca a smaltire, dato che dipende enormemente anche dalla preparazione del corridore, si parla infatti di valori attorno al 80-90% della  $VO_{2max}$  per atleti avanzati e valori tra 50-60% per i non avanzati (Worobets et al. 2014).

La **RE**, come vedremo nel dettaglio più avanti, è strettamente relazionata alle caratteristiche della suola ed è un parametro fondamentale che va tenuto in considerazione quando si parla di attività sportiva aerobica.

## 1.1 Il Ciclo del Passo

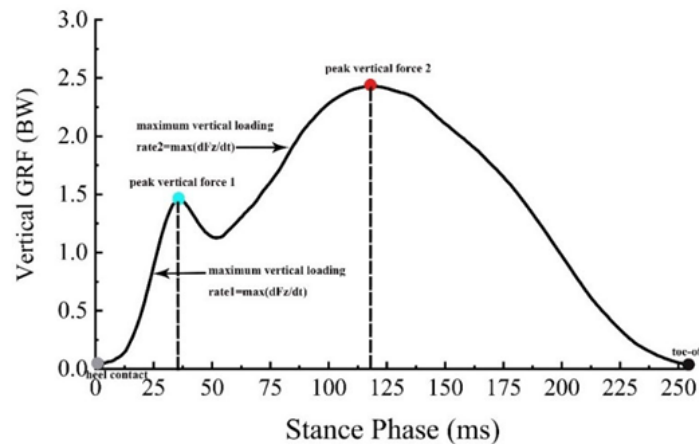


Figura 1.2: Stance Phase (Ma et al. 2022)

Per comprendere a pieno le funzioni di una **midsole** bisogna approfondire la biomeccanica del passo, che sia durante una camminata o nell'atto della corsa. La cosiddetta *Stance Phase* è il lasso di tempo che va dal contatto del tallone a terra (*heel strike*) al distacco dal suolo delle dita (*toe-off*). La durata di questa fase può andare da poche centinaia di millisecondi per una corsa veloce fino ad alcune centinaia di millisecondi per una camminata.

Come si può vedere dalla Figura 1.2 il ciclo del passo prevede lo scarico di forze sul terreno che verranno abbreviate per tutto il corso di questo lavoro con l'acronimo **GRF** (*Ground Reaction Force*); questo insieme di forze prevede due picchi principali durante la *stance phase*:

1. **Impact Peak**: il picco di forza dovuto all'impatto del tallone a terra, occorre entro circa 50 [ms] dal primo contatto con il terreno.

2. **Propulsive Peak**: rappresenta il secondo picco nel grafico, si manifesta dopo l'Impact Peak e in questo caso vengono scaricate a terra forze che possono arrivare anche a quattro volte il peso dell'atleta (**BW**, body weight).

Secondo alcuni studi l'Impact Peak sarebbe responsabile di molti infortuni agli arti inferiori (Nigg et al. 1987), la causa sarebbe principalmente la velocità alla quale questa forza viene scaricata a terra e quindi il rapido coinvolgimento dei tessuti muscolo-scheletrici.

Se il primo picco riguarda la stabilizzazione della forza peso dell'atleta il Propulsive Peak, come anticipato dal nome, è il picco riguardante l'applicazione delle forze motrici o di propulsione che spingono in avanti l'atleta. Le articolazioni in gioco durante questo ciclo sono più di trenta e ciascuna di esse ha un preciso compito che sia di attenuazione degli impatti o di attivazione muscolare per il rilascio di forze propulsive, vediamo le principali articolazioni in gioco (Figura 1.3):

1. Articolazione Tibio-Tarsica (caviglia): subisce movimenti di flessione e dorsiflessione durante la *stance phase* ed è tra le articolazioni che più di tutte esprimono potenza durante la spinta
2. Articolazione Sottoastraglica (*Subtalar Joint*, **SBJ**): lega astragalo e calcagno, è posizionata all'incirca a  $42^\circ$  sul piano orizzontale e a  $16^\circ$  sul piano sagittale, la sua funzione principale è quella di adattare il piede al terreno e stabilizzarlo grazie ai principali movimenti di pronazione e supinazione
3. Articolazione Metatarsofalangea (**MTP**): collega testa del metatarso alle prime ossa di ogni dito (falange prossimale), funge da perno per l'avampiede che ne ricava spinta dalla conseguente dorsiflessione.



Figura 1.3: Articolazioni principali del piede

Risulta doveroso, anche se non verranno approfondite, menzionare il contributo delle articolazioni del ginocchio e delle anche, che giocano un ruolo fondamentale nella biomeccanica del passo.

L'angolo di dorsiflessione della **MTP** è collegato all'incremento di tensione a livello della fascia plantare, fenomeno considerato come uno dei fattori di rischio per infortuni come le *fasciti* (Carlson, Fleming e Hutton 2000), anche una limitata dorsiflessione della caviglia risulta tra le cause di questo tipo di infortuni (Riddle et al. 2003); le fasciti plantari sono tra le più comuni cause di stop tra gli atleti e possono essere, come vedremo, limitate da un corretto sviluppo della suola.

### 1.1.1 Distribuzione delle Pressioni

La calzatura deve provvedere alla corretta distribuzione delle pressioni esercitate dall'atleta. In una corsa in cui il tallone poggia per primo a terra (*heel-toe running*) risulta determinante andare a verificare come si sposti il centro di applicazione delle forze (**COP**, *Centre of Pressure*).

Image	Area	Sample code	Zone
	Toe	T1	Toe 1
		T2-5	Toe 2-5
	Meta	M1	Meta 1
		M2	Meta 2
		M3	Meta 3
		M4	Meta 4
		M5	Meta 5
	Midfoot	MF	Mid foot
	Heel	MH	Medial heel
		LH	Lateral heel

Figura 1.4: Suddivisione in 10 zone del piede per la caratterizzazione delle pressioni (Li, Jung e Lee 2024)

Come si può vedere dalla Figura 1.4 il percorso del **COP** si può discostare molto dall'asse immaginario del piede, causa pronazioni e supinazioni dell'arto durante il ciclo del passo.

La suddivisione del piede in diverse zone di pressione è un aspetto molto interessante e ricorrente in letteratura, l'intensificazione delle pressioni sulla pianta del piede riguarda plausibilmente le aree di impatto (*Heel*) e di spinta (*Meta-Toe*) riportate nella Figura 1.4; le zone meno sollecitate in termini di forze sono quelle che costituiscono la parte mediana del piede (*Midfoot*). Gli studi a riguardo sono molteplici e spesso basati sull'analisi dinamica della corsa con un controllo della pianta del piede per la rilevazione delle pressioni, non esiste una suddivisione univoca in questo ambito, la struttura del piede e di conseguenza la biomeccanica propria di ogni atleta ne sono la causa.

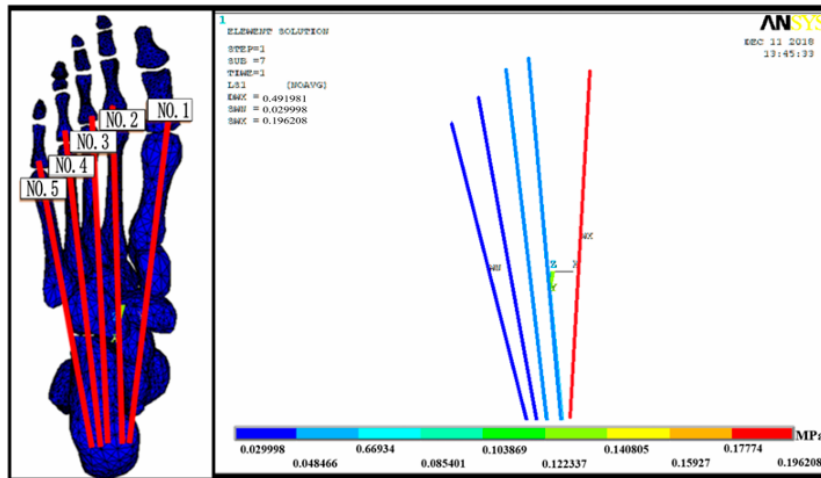


Figura 1.5: Distribuzione delle pressioni sulla fascia plantare (Zhu et al. 2023)

Nella Figura 1.5 si nota come, da simulazioni statiche effettuate in condizioni di equilibrio in posizione eretta, gli stress si distribuiscono in modo decrescente dalla fascia mediale (No. 1) alla fascia laterale (No. 5) della pianta del piede.

In conclusione risulta evidente la difficoltà nel suddividere in maniera congrua le zone della pianta del piede in base alle intensità di pressione esercitate, essendo queste dipendenti dalle forze agenti sugli arti inferiori, forze a loro volta dipendenti da molteplici fattori, il più determinante dei quali, come vedremo, risiede nella velocità del passo del corridore.

## 1.2 Caratteristiche di una Midsole

Come già accennato in precedenza la **midsole** di una scarpa possiede le caratteristiche strutturali che ne definiscono il settore di utilizzo e le proprietà.

La maggioranza delle **midsole** da running in commercio ad oggi è composta da *gel* o *schiume*, ma sono sempre più comuni intersuole progettate con materiali alternativi o con inserti che conferiscono proprietà meccaniche alla calzatura.

Nel dettaglio le due caratteristiche principali che distinguono le varie **midsole** in commercio sono:

- Rigidezza flessionale (**LBS**, *Longitudinal Bending Stiffness*)
- Durezza (**MH**, *Midsole Hardness*)

Analizziamo nello specifico questi due parametri nei seguenti paragrafi.

### 1.2.1 Rigidità Flessionale

La **LBS** di una **midsole** è tra gli aspetti che più di tutti interessano il settore running. Questa è definita come la resistenza dell'intersuola alla flessione lungo il suo piano longitudinale, ossia il piano che passa per il tallone e la punta del piede ed è misurata in  $[\frac{N}{mm}]$ .

Come abbiamo visto precedentemente la dorsiflessione del **MTP** è determinante nel ciclo del passo, la **LBS** è un parametro che interviene nel controllo di questo movimento e può andare a limitare i rischi di infortunio come aumentare l'efficienza di corsa.

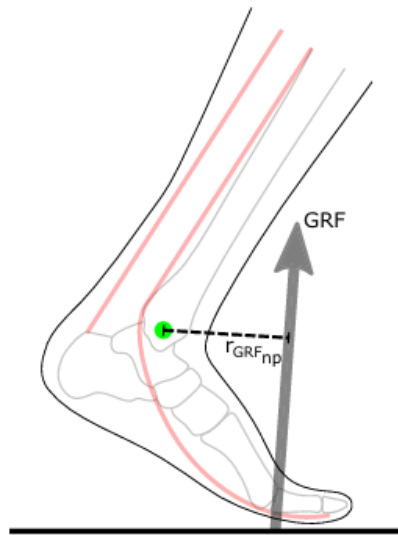


Figura 1.6: Flessione del **MTP** (Ortega et al. 2021)

Come illustrato dalla Figura 1.6 la dorsiflessione del **MTP** crea un momento attorno all'articolazione della caviglia con forza **GRF** e braccio  $r_{GRF}$ , momento che raggiunge il suo picco nell'istante corrispondente al *Propulsive Peak*.

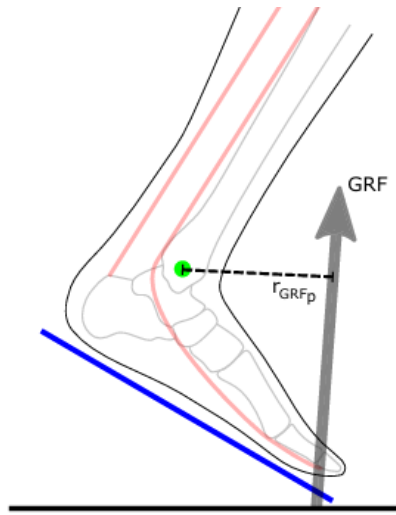


Figura 1.7: Flessione del **MTP** con *CFP* (Ortega et al. 2021)

Il controllo del **LBS** può essere effettuato tramite l’inserimento di piastre ad elevata rigidità (es. piatti in fibra di carbonio, *CFP*), di diversa forma e composizione.

Biomeccanicamente questo si traduce in un incremento del braccio della forza  $r_{GRF}$  dovuto allo spostamento sul piano sagittale del punto di applicazione della **GRF**.

Queste meccaniche possono indurre due diversi tipi di adattamento, riguardanti i momenti e il *push-off time* (tempo di spinta), da parte dell’atleta (Willwacher et al. 2014):

1. Aumento del momento alla caviglia con *push-off time* costante
2. Diminuzione del momento alla caviglia con aumento del *push-off time*

Tali adattamenti accadono in dipendenza da forza e caratteristiche antropometriche dell’atleta, nonché dalla sua esperienza.

Può accadere che la calzatura debba essere rafforzata longitudinalmente solo in precise zone della suola; in questi casi, vedi l’inserimento di piatti nella zona mediana del piede (*midfoot*) (Ma et al. 2022), gli effetti sulla **GRF** non sembrano essere significativi se non per un migliore controllo del movimento mediale-laterale del piede.

Ciò che appare chiaro dallo studio del problema della flessione dell’intersuola è che un aumento di tale parametro (**LBS**) contribuisca in primo luogo ad irrigidire l’articolazione metatarso-falangea (**MTP**).

**Relazione con la RE** La relazione tra **LBS** e *Running Economy* risulta più chiara una volta spiegato il ruolo della rigidità per la biomeccanica del piede. L'aumento della rigidità, che come detto provoca irrigidimento a livello di caviglia e **MTP**, si traduce in variazioni del momento significative solo per l'articolazione della caviglia.

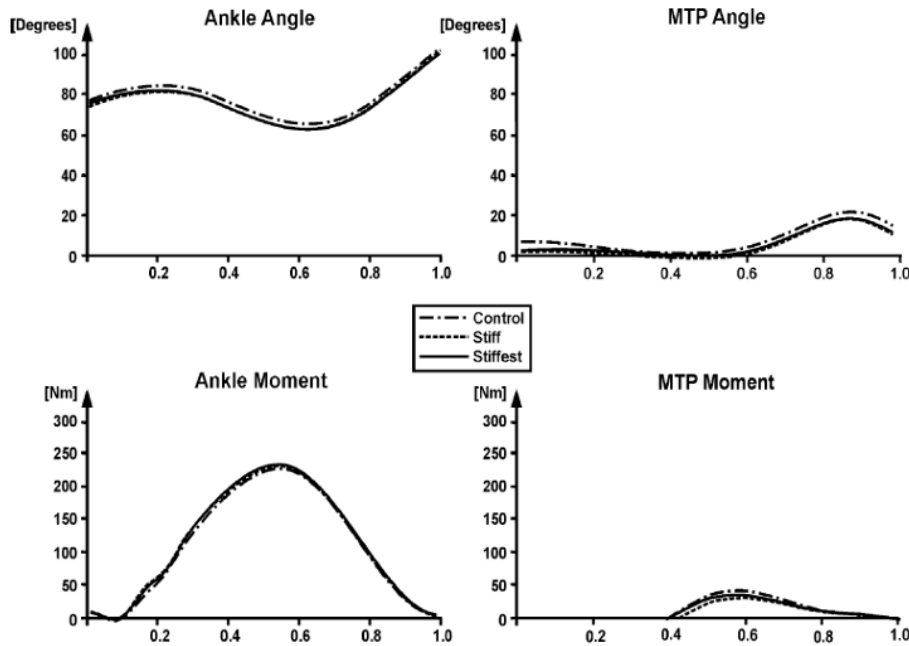


Figura 1.8: Angoli e momenti registrati su caviglia e **MTP** normalizzati nel tempo della *stance phase*, test effettuati su tre tipi di **midsole** (Roy e Stefanyshyn 2006)

La Figura 1.8 mostra i grafici ottenuti da test effettuati su tre **midsole** con valori di **LBS** pari a:  $18[\frac{N}{mm}]$  (*control shoe*),  $38[\frac{N}{mm}]$  (*stiff shoe*) e  $45[\frac{N}{mm}]$  (*stiffest shoe*).

Lo scopo dello studio era quello di dimostrare il legame tra **LBS** e **RE**, Figura 1.9 e Figura 1.10 dimostrano che:

1. l'energia assorbita dall'articolazione della caviglia risulta il parametro più intaccato dalla modifica del valore di rigidità flessionale
2. l'andamento del consumo di ossigeno, dunque della **RE**, non ha un andamento lineare, piuttosto parabolico al variare di **LBS**; chiaramente riscontrato che in termini di consumo di ossigeno la *stiff shoe* ( $38[\frac{N}{mm}]$ ) sia più valida delle altre due alternative.

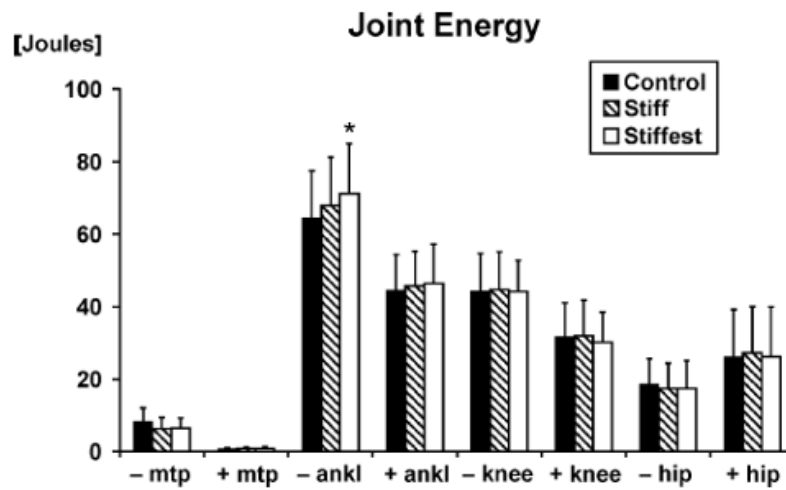


Figura 1.9: Grafico delle energie assorbite (-) e generate (+) dalle principali articolazioni (Roy e Stefanyshyn 2006)

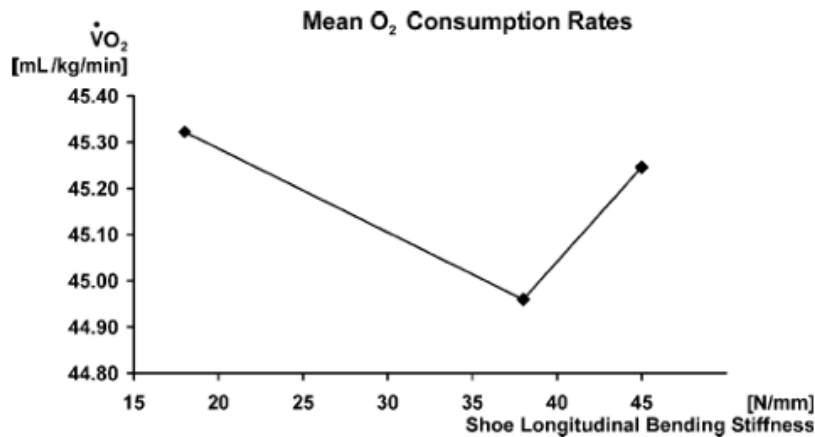


Figura 1.10:  $\dot{V}O_2$  media sui 13 casi in studio (Roy e Stefanyshyn 2006)

Una volta chiariti gli aspetti riguardanti l'importanza dell'ottimizzazione della rigidità flessionale longitudinale della suola possiamo parlare del secondo fattore precedentemente citato, la durezza.

### 1.2.2 Durezza

La durezza dell'intersuola o *Midsole Hardness* (MH) è il parametro che stabilisce quanto la nostra **midsole** sia incline alla penetrazione da parte di un corpo esterno, in questo caso il piede.

Lo studio sulla **MH** è rilevante quanto quello sulla **LBS** ed arriva a toccare le stesse aree di interesse analizzate nella precedente sezione.

Esistono diverse scale per misurare la durezza di un materiale (Brinell, Vickers, Rockwell, ecc...), la più utilizzata per materiali inerenti alle soles di scarpa è sicuramente la scala *Shore* che si divide in varie sottoscale (*Shore A*, *Shore C*, *Shore OO*, ecc...) a seconda del tipo di materiale da caratterizzare.

Per stimare la durezza di un materiale *termoplastico* o di una schiuma si utilizzano solitamente le scale *Shore A* e *Shore C*.

- Scala *Shore A*: più utilizzata per materiali come **TPU** e **PVC**, utilizza un penetratore a forma di tronco di cono a punta piatta
- Scala *Shore C*: più comune per schiume e materiali espansi (**EVA**), il penetratore è a forma sferica.

Nella composizione generale della scarpa la durezza della **midsole** gioca un ruolo importante soprattutto nel comfort percepito dall'atleta; va specificato che tale durezza di materiale può essere attenuata dalla presenza degli strati più superficiali della calzatura (*insole*) direttamente a contatto con il piede, questi strati, spesso removibili, possono rendere la calzatura più confortevole pur mantenendo un intersuola ad elevata durezza.

**MH e GRF** La relazione che lega le forze trasmesse a terra con la durezza dell'intersuola è una questione piuttosto approfondita nel corso degli anni.

**MH** ha un ruolo relativamente marginale nella determinazione del modulo della **GRF**, quest'ultimo è stato dimostrato dipendere fortemente dalla velocità del passo durante la corsa (Nigg et al. 1987).

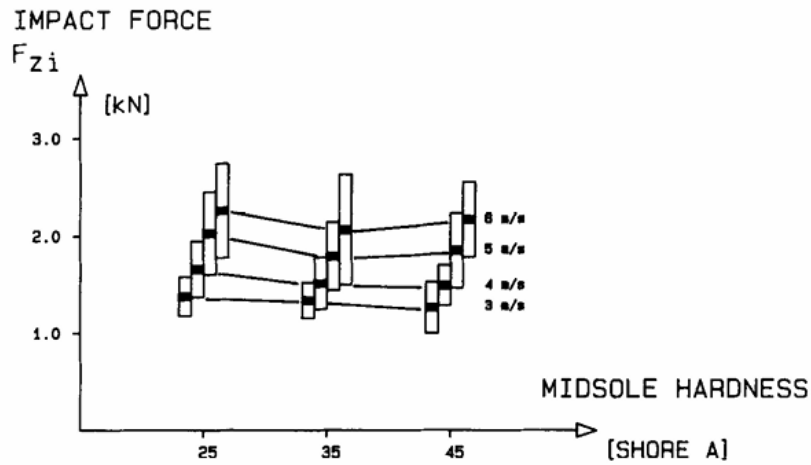


Figura 1.11: Influenza della **MH** sull'intensità dell'Impact Peak ( $F_{zi}$ ) a diverse velocità di corsa (Nigg et al. 1987)

Descrivendo terreno, scarpa e piede come un sistema composto da tre molle ci si aspetterebbe di riscontrare un aumento dell'Impact Peak al variare del valore di rigidità della molla, possiamo descrivere l'Energia cinetica ( $E_{kin}$ ) di un sistema massa-molla come una funzione della rigidità della molla ( $k$ ) e della deformazione di quest'ultima ( $\Delta z$ ):

$$E_{kin} = \frac{1}{2}k(\Delta z)^2 \quad (1.1)$$

in questo sistema la forza esercitata ( $F_{zi}$ ) sarebbe:

$$F_{zi} = k\Delta z$$

perciò

$$E_{kin} = \frac{1}{2k}F_{zi}^2$$

$$F_{zi} = \sqrt{2kE_{kin}} \quad (1.2)$$

In conclusione un modello elementare porterebbe a concludere che una variazione lineare nella rigidità della scarpa debba indurre una crescita quadratica nei valori di forza espressi.

Come abbiamo visto questa conclusione risulta errata e la spiegazione risiede nelle variazioni biomeccaniche indotte dal valore crescente di **MH**.

Analizzando le posizioni che il piede assume al variare della durezza dell'intersuola ci si accorge che all'aumentare di questo parametro la pronazione

del piede viene agevolata da uno spostamento verso l'esterno del punto di applicazione della **GRF**.

Tale spostamento della forza induce un aumento del braccio nei confronti dell'articolazione sottoastragalica (**SBJ**) (Figura 1.3) che, corrispondendo ad una più marcata velocità di pronazione iniziale, favoreggerebbe la decelerazione del piede in un determinato intervallo di tempo e quindi una diminuzione delle forze in gioco.

Per quanto concerne infine il rapporto tra velocità del passo e modulo della **GRF** sappiamo che esiste una corrispondenza quasi lineare tra i due.

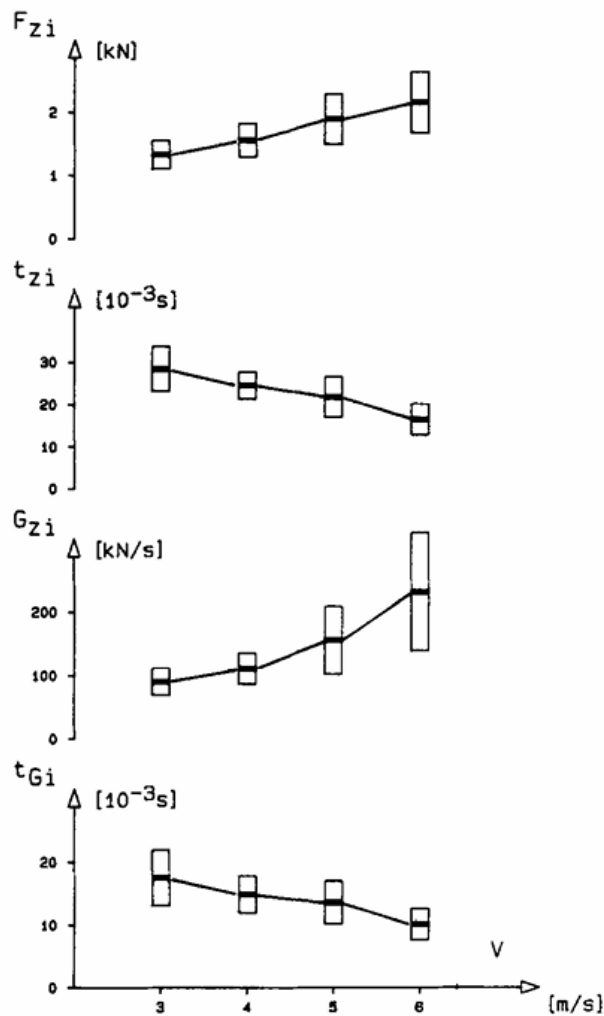


Figura 1.12: Influenza della velocità del passo ( $v$ ) su Impact Peak ( $F_{zi}$ ) e il suo tempo di realizzazione ( $t_{zi}$ ) e su massima velocità di applicazione del carico verticale ( $G_{zi}$ ) e il suo tempo di realizzazione ( $t_{Gi}$ ) (Nigg et al. 1987)

Per concludere il legame tra **MH** e **GRF** non sarebbe da interpretare come univoco ma più come un fenomeno che passa per le vie biomeccaniche e dunque la modifica del parametro **MH** ricade proprio nelle differenti posizioni che l'arto inferiore assume nell'atto della corsa.

**MH e RE** Lo studio dell'efficienza della corsa con calzature sportive passa inevitabilmente dalla comprensione del comportamento della suola durante cicli carico-scarico in test di compressione. Questi cicli generano dei grafici Forza-Spostamento che vanno a definire ciò che prende il nome di *Ciclo di Isteresi*.

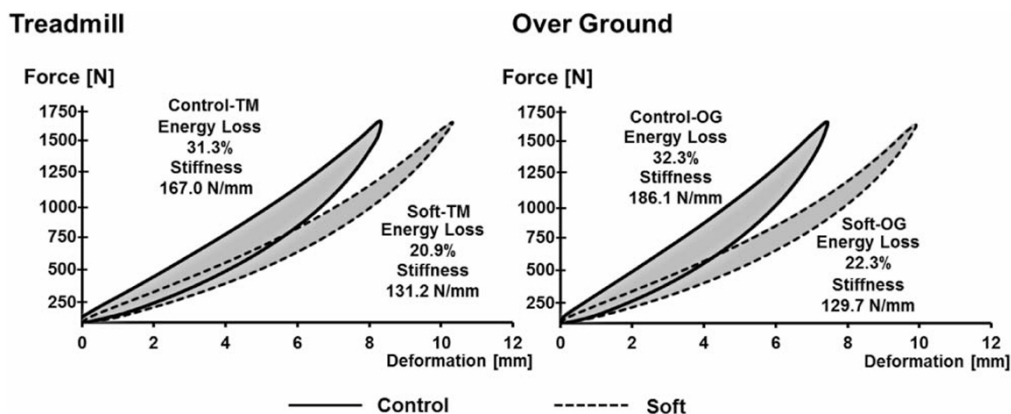


Figura 1.13: Cicli di isteresi ottenuti da test su due soles di diversa durezza per corsa su strada e su tapis roulant (Worobets et al. 2014)

L'isteresi è molto importante per determinare quanta energia venga dissipata dalla scarpa durante la compressione. L'area al di sotto della curva di carico rappresenta l'energia assorbita dalla calzatura mentre l'area sottostante la curva di scarico l'energia rilasciata (**rebound**) che vorremmo massimizzare nell'ottimizzazione della scarpa. Infine l'energia dissipata dal ciclo è la porzione di grafico racchiusa tra la curva di carico e quella di scarico (Figura 1.13).

Risulta evidente che a parità di materiale per massimizzare l'efficienza di una scarpa ciò che bisogna ricercare è la minima dispersione di energia possibile. Una suola più morbida risulta più confortevole di una suola dura, il comfort dell'atleta è stato dimostrato essere esso stesso un fattore determinante per la quantità di ossigeno consumata nella corsa (Luo et al. 2009).

Relativamente ai dati di Figura 1.13 sui 12 atleti in esame si è registrato un decremento medio di consumo di ossigeno del 1.0% per i test su tapis

roulant e del 1.2% per i test su strada grazie all'utilizzo delle varianti di scarpa *soft* (Worobets et al. 2014).

### 1.3 Quantificazione dei parametri

Come abbiamo visto le caratteristiche strutturali di una scarpa da running sono gestite principalmente dalla progettazione della relativa **midsole**, questa può essere schematizzata come un sistema massa-molla-smorzatore in cui le reazioni della scarpa sono rappresentate da elasticità e smorzamento legate a questo sistema. Per questo sono stati sviluppati metodi per estrapolare questi due contributi separatamente, partendo dal fatto che molla e smorzatore lavorano accoppiati durante la fase di carico e uno contro l'altro nella fase di scarico (Naemi e Chockalingam 2013).

La **GRF** verticale può essere espressa secondo la seguente equazione:

$$F = A(ax^b + cx^dV) \quad (1.3)$$

dove  $A$  rappresenta l'area dei punti di contatto del piede,  $x$  la deformazione,  $V$  la velocità di deformazione e  $a, b, c$  e  $d$  sono i parametri di reazione della **midsole**. All'interno della parentesi il primo fattore ( $ax^b$ ) rappresenta il termine di rigidità non lineare mentre il secondo ( $cx^dV$ ) descrive il termine di smorzamento non lineare.

Basandoci sull'assunzione iniziale dovremmo ridefinire l'Equazione 1.3 nel caso di carico ( $F_l$ ) e di scarico ( $F_u$ ) come:

$$F_l = A(ax^b + cx^dV) \quad (1.4)$$

$$F_u = A(ax^b - cx^dV) \quad (1.5)$$

sommando e sottraendo tra loro l'Equazione 1.4 e l'Equazione 1.5 otteniamo le componenti di elasticità e viscosità riscritte come segue:

$$Aax^b = \frac{F_l + F_u}{2} \quad (1.6)$$

$$AVcx^d = \frac{F_l - F_u}{2} \quad (1.7)$$

Conoscendo dunque le forze in fase di carico ( $F_l$ ) e in fase di scarico ( $F_u$ ) è possibile ricavare i due termini tramite un fit polinomiale delle curve ottenute durante il ciclo carico-scarico (operazione realizzabile con l'utilizzo di

programmi di calcolo numerico come **Matlab**<sup>1</sup>). Tenendo poi conto che la componente di smorzamento rappresenta una forza non conservativa sappiamo che il lavoro associato a tale forza verrà dissipato (in calore) nel ciclo carico-scarico; al contrario il lavoro associato alla componente elastica verrà assorbito e poi rilasciato (rebound) durante la fase di scarico. Calcolando il lavoro in input (area al di sotto della curva di carico) e in output (area al di sotto della curva di scarico) è dunque possibile calcolare l'efficienza energetica di rebound della **midsole**.

$$E_i = A \int_{x_{min}}^{x_{max}} (ax^b + cx^dV) dx \quad (1.8)$$

$$E_o = A \int_{x_{min}}^{x_{max}} (ax^b - cx^dV) dx \quad (1.9)$$

quindi

$$\text{Efficienza Energetica} = \frac{E_o}{E_i} \quad (1.10)$$

In definitiva il metodo presentato da Naemi e Chockalingam (2013) risulta efficace e sufficientemente preciso per calcolare i parametri di smorzamento ed elasticità di una **midsole** con caratteristiche viscoelastiche di cui si conoscono le curve di carico e scarico a seguito di test di compressione; efficace e propositivo per l'ottimizzazione della calzatura è anche il metodo di estrazione dell'efficienza energetica in rebound, fattore determinante per una buona calzatura sportiva come spiegato precedentemente.

---

<sup>1</sup>MathWorks

## 2 Metamateriali

---

Si definisce **Metamateriale** un materiale ingegnerizzato composto da apposite strutture che gli conferiscono proprietà non riscontrabili in natura e nei materiali convenzionali. Al giorno d'oggi i metamateriali sono utilizzati in tantissimi ambiti (acustica, elettromagnetismo, ecc...) ma quello che più ci interessa è il campo della meccanica strutturale; in questo frangente infatti possiamo sfruttare l'utilizzo di un metamateriale come base per lo sviluppo di una **midsole** ottimizzata per l'attività di nostro interesse.

In ambito strutturale un metamateriale è solitamente composto da singole unità ripetute nello spazio a formare uno schema che riproduce una forma designata; tale unità è detta *cella unitaria* ed è proprio la componente ingegnerizzata che conferisce al materiale le proprietà volute. Le *celle* che compongono un determinato metamateriale sono dunque responsabili del suo comportamento e delle sue proprietà, per questo progettare un metamateriale significa prima di tutto progettare la *cella unitaria* costitutiva di quest'ultimo.

Esistono tantissimi tipi di celle in ambito strutturale, ognuna pensata e sviluppata per ottenere tecnologie o semplici output fuori dalla portata dei materiali comuni che utilizziamo quotidianamente; tra le *celle unitarie* più utilizzate possiamo trovare:

- celle TPMS (*Triply Periodic Minimal Surfaces*): strutture caratterizzate da una superficie liscia e continua senza spigoli vivi con lo scopo di minimizzare l'area locale, in questa categoria rientrano anche le celle *Giroidi* (Yan et al. 2014). Esibiscono elevate resistenze specifiche, distribuzioni uniformi delle tensioni, eccellenti scambi termici e fluidici grazie alla loro porosità
- celle Buckling-Controlled: caratterizzate dalla possibilità di controllare instabilità e collasso strutturale al fine di ottenere smorzamenti di vibrazioni e attenuazione degli impatti tramite assorbimento estremo di energia, possono avere forme tra le più disparate e tra le più comuni possiamo trovare alcuni tipi di celle *Honeycomb*

- **celle Auxetiche:** probabilmente la famiglia più grande di celle unitarie, esibiscono buone proprietà in termini di assorbimento e rilascio di energia grazie ad un *modulo di Poisson* negativo ( $\nu < 0$ ), le tratteremo approfonditamente nelle prossime sezioni

La scelta di un determinato metamateriale dipende dunque dalle proprietà che la nostra struttura deve avere, queste dipendono dalla scelta della singola unità (cella) che conferisce al materiale le sue caratteristiche. La ricerca su questi particolari materiali è in costante crescita, in particolare analizzando il settore delle calzature e un possibile sviluppo di queste strutture per la creazione di un'intersuola si ritengono di fondamentale importanza i seguenti fattori:

1. facilità di disegno **CAD:** le celle presentano spesso geometrie semplici (con molte simmetrie) e quindi facilmente riproducibili tramite software di disegno
2. semplicità nella simulazione **FEM:** molto spesso i problemi strutturali delle celle sono gestibili facilmente con l'utilizzo di software per l'analisi numerica a elementi finiti
3. semplicità di creazione dei prototipi: le tecniche più utilizzate per la realizzazione fisica dei modelli, in dipendenza dalla grandezza della cella e dalla risoluzione richiesta, sono sicuramente quelle di manifattura additiva; tipicamente si producono pezzi con tecniche FFF (per materiali termoplastici come il TPU) o SLS (per materiali metallici).

Benché la scelta del tipo di cella sia di fondamentale importanza nello sviluppo di un metamateriale non si può trascurare la scelta del giusto materiale da sfruttare, da esso derivano proprietà quali *viscoelasticità* ed *ipe-relasticità* che nel target del nostro lavoro non possono essere lasciati al caso. Le **midsole** attualmente in commercio sono costituite da materiali o mescole di materiali tra i più disparati, i tre che troviamo più facilmente sono:

- PEBA (PolyEther Block Amide): polimero plastico molto leggero utilizzato soprattutto per scarpe da running avanzate
- EVA (Etilene-Vinil Acetato): schiuma plastica ottenuta espandendo un polimero, probabilmente il materiale più comune nel settore running
- TPU (Thermoplastic Polyurethane) espanso: schiuma più resistente del EVA che nasce per espansione di micro-perle di TPU successivamente fuse assieme

Come abbiamo già visto nella Sottosezione 1.2.1 le risposte della suola possono essere modificate tramite l’inserimento di piatti in fibra di carbonio che ne aumentano la rigidità flessionale longitudinale e che quindi modificano la biomeccanica del passo come è stato descritto. L’obiettivo di questo lavoro è invece ricercare una possibile alternativa alle intersuole convenzionali composte da gel e/o schiume valutando la possibilità di sostituirle con un metamateriale che sia composto da celle unitarie con caratteristiche propedeutiche all’attività della corsa.

## 2.1 Celle Auxetiche

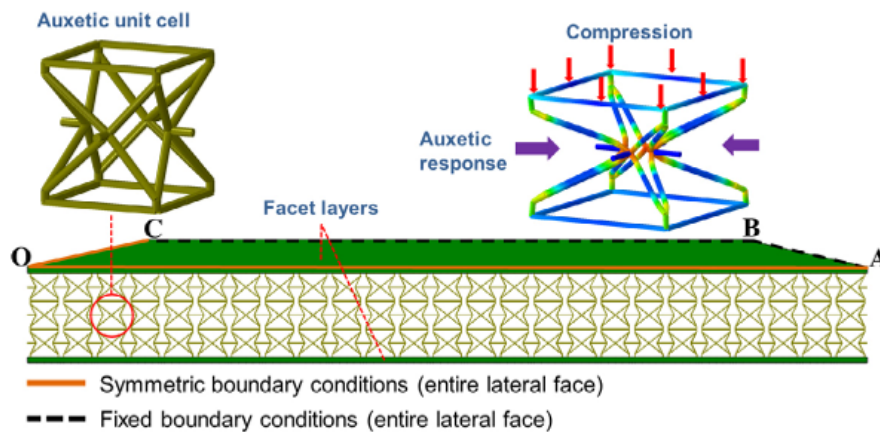


Figura 2.1: Rappresentazione di una cella auxetica rientrante e del rispettivo metamateriale composto da tre strati (Imbalzano et al. 2016)

Le celle auxetiche sono una particolare famiglia impiegata nella produzione di metamateriali per le sue proprietà di assorbimento e rilascio di energia (Guo et al. 2021). Tali proprietà derivano dalla caratteristica principale di queste celle, ossia il fatto di esibire un modulo di Poisson negativo. Vediamo nello specifico quale sia il significato fisico di questo parametro e cosa comporta esprimere delle proprietà auxetiche.

### 2.1.1 Modulo di Poisson

Il modulo di Poisson ( $\nu$ ) è un coefficiente che descrive la comprimibilità di un materiale; i materiali convenzionali ( $\nu > 0$ ) sollecitati a compressione si espandono nella direzione perpendicolare alla sollecitazione, questo non

accade per i materiali auxetici che al contrario si contraggono anche nella direzione perpendicolare alla direzione di compressione. Il cosiddetto *Poisson Effect* permette di calcolare il coefficiente  $\nu$  nel seguente modo:

$$\nu = -\frac{\Delta\epsilon_{trans}}{\Delta\epsilon_{axial}} \quad (2.1)$$

Dove con  $\Delta\epsilon_{trans}$  indichiamo la deformazione trasversale (perpendicolare alla sollecitazione) e con  $\Delta\epsilon_{axial}$  la deformazione lungo l'asse di sollecitazione. Le schiume esibiscono valori di  $\nu$  prossimi o uguali a 0 mentre le gomme si discostano di molto anche da materiali come i metalli (tipicamente  $\nu = 0,3$ ), esibendo valori superiori, un valore tipico per una gomma è  $\nu = 0,45$ .

In un caso di sollecitazione uniassiale, che induce una deformazione positiva o negativa lungo l'asse di sollecitazione, potremmo dire che i materiali auxetici rispondono con una deformazione dello stesso segno (- per compressione, + per trazione) anche lungo l'asse perpendicolare a tale carico (Figura 2.2).

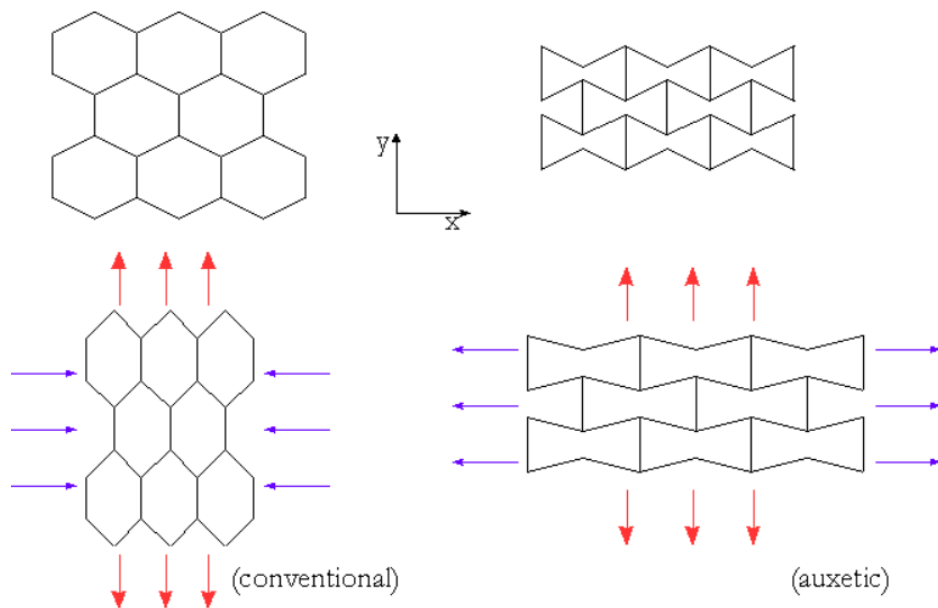


Figura 2.2: Comportamento di un materiale convenzionale e di un materiale auxetico a seguito di trazione su asse y. Fonte: [https://staff.um.edu.mt/jgri1/auxetic/auxetic\\_f2.html](https://staff.um.edu.mt/jgri1/auxetic/auxetic_f2.html)

Risulta importante specificare che un modulo di Poisson negativo può essere manifestato solo da particolari metamateriali o materiali con caratteristiche auxetiche, infatti questo tipo di caratteristica non è riscontrabile nei

materiali comuni, questo è il motivo per cui la ricerca di metamateriali di questo tipo si concentra specificatamente nello studio delle singole celle che il più delle volte possiedono delle geometrie rientranti, fattore che conferisce loro l'auxeticità (Zhang et al. 2024). Risulta chiaro dunque che la manifestazione di un coefficiente di Poisson negativo dipenda principalmente dai fattori geometrici del materiale in studio.

Un metamateriale con caratteristiche di questo tipo risulta utile o addirittura superiore rispetto ad un materiale convenzionale quando si ricercano proprietà relative alla capacità di reagire agli urti, all'attenuazione degli impatti o ad una comprimibilità particolare.

### 2.1.2 Auxeticità ed Energia

In merito al punto focale di questo lavoro si ricorda che tra le principali caratteristiche ricercate in una **midsole** dovremmo soddisfare una buona attenuazione degli impatti per ridurre al minimo i rischi di infortunio per l'atleta. I materiali di tipo auxetico se analizzati in termini energetici (dissipazione e rilascio di energia in cicli di isteresi) concorrono esattamente a questo obiettivo. Molti studi effettuati su materiali che esprimono modulo di Poisson negativo dimostrano un'eccellente capacità di assorbimento degli urti (Imbalzano et al. 2016).

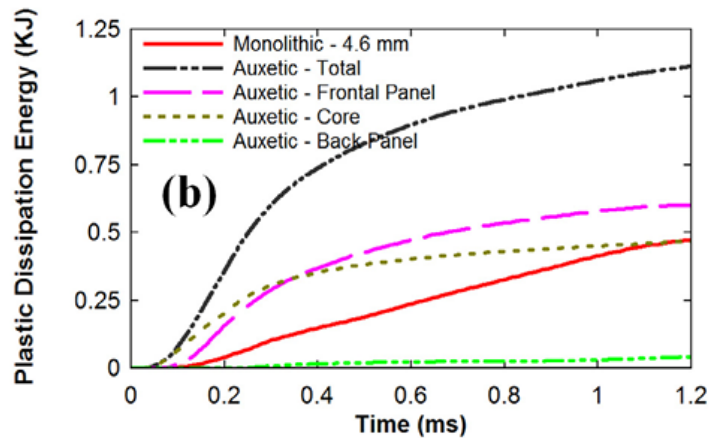


Figura 2.3: Dissipazione energetica a seguito di un impatto del metamateriale in Figura 2.1 a confronto con un blocco composto dallo stesso materiale (Imbalzano et al. 2016)

Molti di questi metamateriali vengono studiati per essere introdotti in ambiti sportivi in cui è necessario l'utilizzo di abbigliamento specifico utile

al fine di attenuare gli impatti; tra gli equipaggiamenti più utilizzati in cui rientra lo sviluppo di metamateriali auxetici troviamo:

- Paraschiena per sport su moto e bicicletta
- Parastinchi per sport di contatto come calcio o rugby
- Paragomiti per sport di combattimento (Wang et al. 2026)

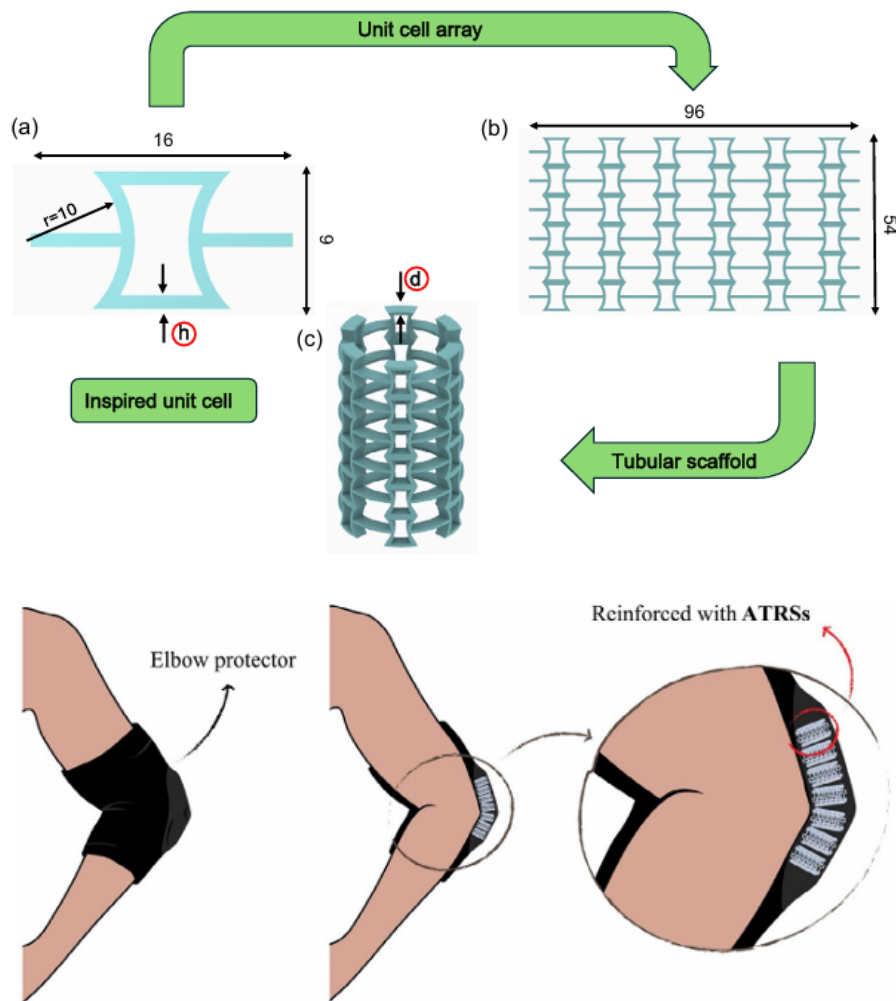


Figura 2.4: Metamateriale auxetico (Wang et al. 2026) e relativa rappresentazione come protezione per gomiti

Nel settore delle calzature i metamateriali partecipano tutt'oggi in una piccolissima percentuale e soprattutto per ambiti riguardanti il settore biomedico. La ricerca e lo sviluppo di questi materiali infatti è in rapida espansione

per tutte quelle casistiche relative al recupero da infortuni o per l'utilizzo di calzature per pazienti affetti da patologie degli arti inferiori come per esempio il **piede diabetico** o effetti dovuti all'obesità infantile.

Studi come quello di Zhang et al. 2024 sviluppano intersuole con l'obiettivo di prevenire problematiche come le ulcere, tra le più comuni complicazioni per il piede diabetico, tramite la ricerca della riduzione dei picchi di pressione sulla pianta del piede. Il risultato del loro studio è una **midsole** auxetica ottimizzata che permette di ridurre le pressioni nelle zone critiche del piede come il tallone (*hindfoot, HF*) e la testa del metatarso (*metatarsal head, MH*) rispetto ad una **midsole** non auxetica con le stesse dimensioni.

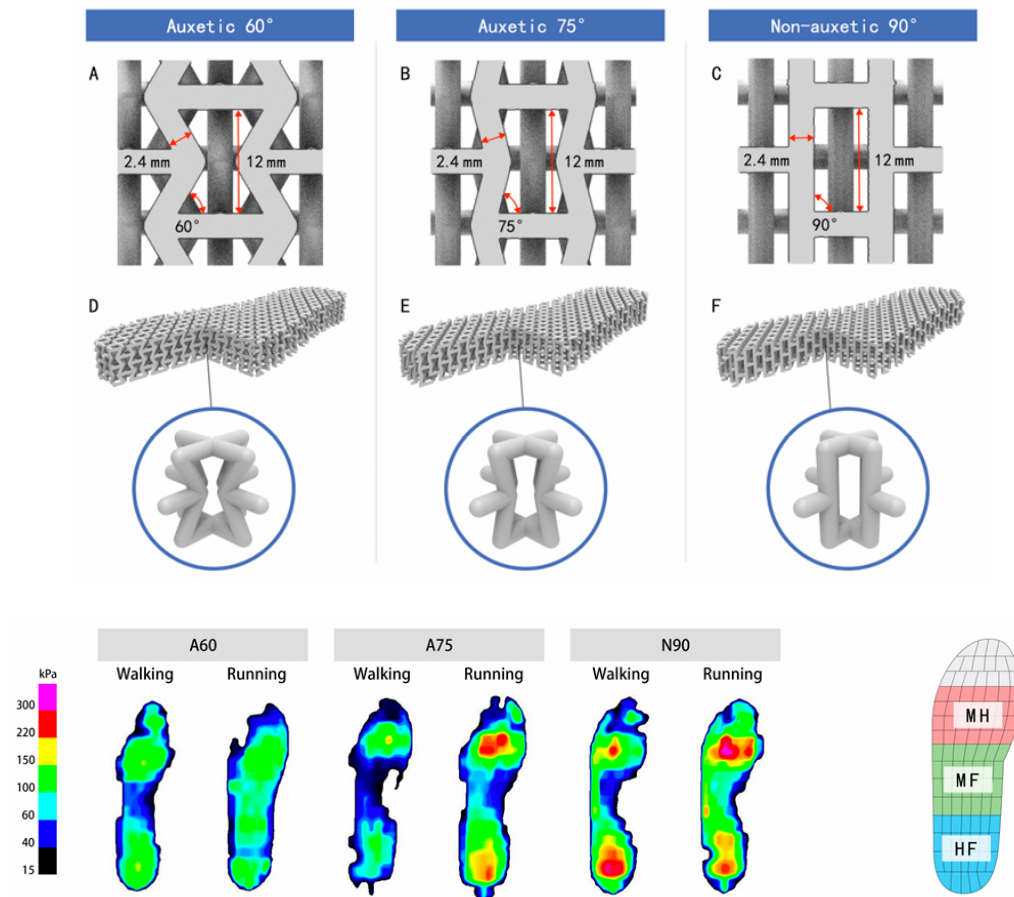


Figura 2.5: Confronto tra diverse celle e la relativa distribuzione delle pressioni durante camminata e corsa (Zhang et al. 2024)

Altri casi di studio, come quello condotto da Zhou et al. 2023, si concentrano sulla prevenzione di problematiche posturali relative a patologie

come l'obesità infantile, le più alte pressioni sulla pianta del piede, dovute ad una forza peso sproporzionata rispetto alla struttura ossea del paziente, sono causa di cedimenti dell'arco plantare che si ripercuotono su una scorretta postura causando disagi fin dalla giovane età. Anche in questo caso l'utilizzo di metamateriali sembra essere un ottimo compromesso che porta benefici come la riduzione del peso della calzatura in aggiunta ad una attenuazione delle pressioni che faciliterebbe il sostegno dell'arco plantare.

Per entrambi i casi di studio citati il decorso dello sviluppo delle **midsole** passa attraverso l'analisi **FEM** delle strutture create, questo può avvenire in via preliminare sulla singola cella unitaria per valutare il suo comportamento in compressione per poi studiare deformazioni e distribuzioni di sforzi per l'intero metamateriale composto da diversi strati di celle. Lo studio **FEM** della struttura nel suo complesso prevede anche l'utilizzo di modelli del piede (ottenuti per esempio per *Tomografia*) che andranno ad interagire con il modello di **midsole** per avere una distribuzione di pressioni più vicina possibile ad un caso reale.

Una volta analizzato il comportamento tramite simulazioni strutturali il metamateriale può essere realizzato grazie a diverse tecniche (tipicamente tramite manifattura additiva) per validare il modello **FEM** o semplicemente per condurre test sul prototipo e valutare le tecniche di realizzazione e l'effettiva funzionalità del pezzo.

## 2.2 Altri Tipi di Metamateriali

Per definizione un metamateriale è una struttura ingegnerizzata per rispondere con caratteristiche non comuni, abbiamo visto alcuni esempi di metamateriali auxetici costituiti nella maggioranza dei casi da celle definite rientranti che rendono possibile, geometricamente, l'ottenimento di coefficienti di Poisson negativi.

Uno dei punti di forza dei metamateriali risiede soprattutto nella grande versatilità e vastità di celle unitarie da cui attingere. Esistono moltitudini di studi che analizzano metamateriali basati su celle derivanti da forme geometriche inedite o addirittura che traggono ispirazione dal mondo animale.

**Strutture Biomimetiche** In ambito sportivo relativamente alle calzature uno studio molto interessante è quello condotto da Li, Jung e Lee 2024, in cui si progetta una suola per attività sportiva basandosi su una struttura costruita sulla base del cosiddetto *Tyson Polygon* (più comunemente conosciuto come poligono di Thiessen), analizzando il comportamento della suola

e la distribuzione delle pressioni sul piede al variare della densità della suola. La ricerca risulta di notevole importanza soprattutto riguardo all'individuazione di dieci zone in cui vengono suddivise le pressioni esercitate sul piede come abbiamo visto precedentemente in Figura 1.4.

I poligoni di Thiessen rappresentano una particolare forma di suddivisione dello spazio basata sulla creazione di poligoni a partire da dei punti distribuiti casualmente.

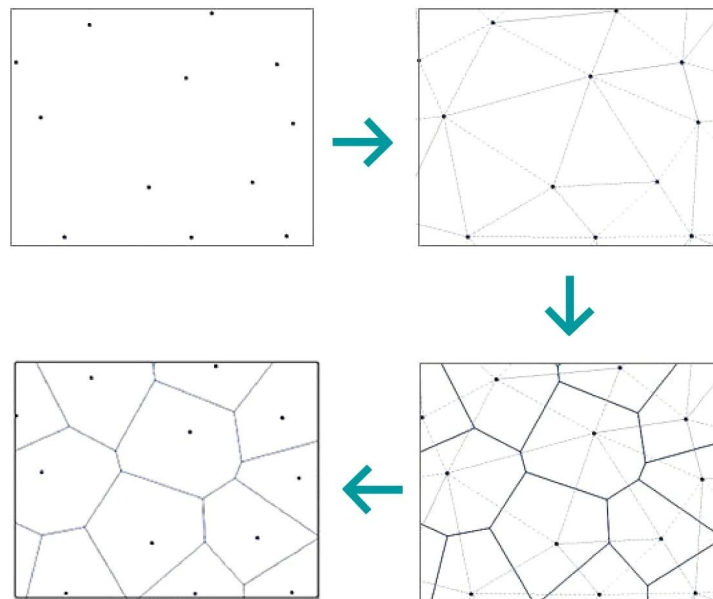


Figura 2.6: Schema rappresentativo della suddivisione in poligoni di Thiessen. Fonte: <https://www.shinlandoptics.com/it/news/optical-applications-of-thiessen-polygons/>

L'intersuola realizzata risulta molto versatile sotto il punto di vista della variazione di densità e della realizzazione, che come nel caso citato avviene tramite stampa 3D.

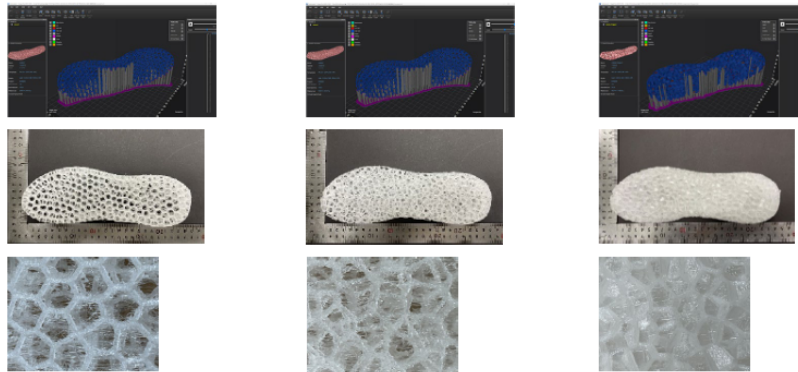


Figura 2.7: Intersuole con diverse densità realizzate tramite poligoni di Thiesen (Li, Jung e Lee 2024)

Si considerano biomimetiche tutte quelle strutture di ispirazione derivante da fenomeni o condizioni naturali, è il caso per esempio di celle unitarie create imitando la forma di legami chimici come le celle *CFLM* (Carbon organic Framework-inspired Lattice Metamaterials) (Sood e Wu 2023) o di celle ispirate al mondo animale (Tan et al. 2023), ideate per avere buone proprietà di assorbimento di energia in compressione e resistenza agli impatti.

Tan et al. 2023 sviluppano un metamateriale utile nel settore del packaging (attenuazione degli urti) ispirandosi alla composizione della zampa di un cane, producendo una struttura flessibile ma con eccellenti proprietà meccaniche garantite da una rigidità negativa raggiunta grazie alla particolare geometria.

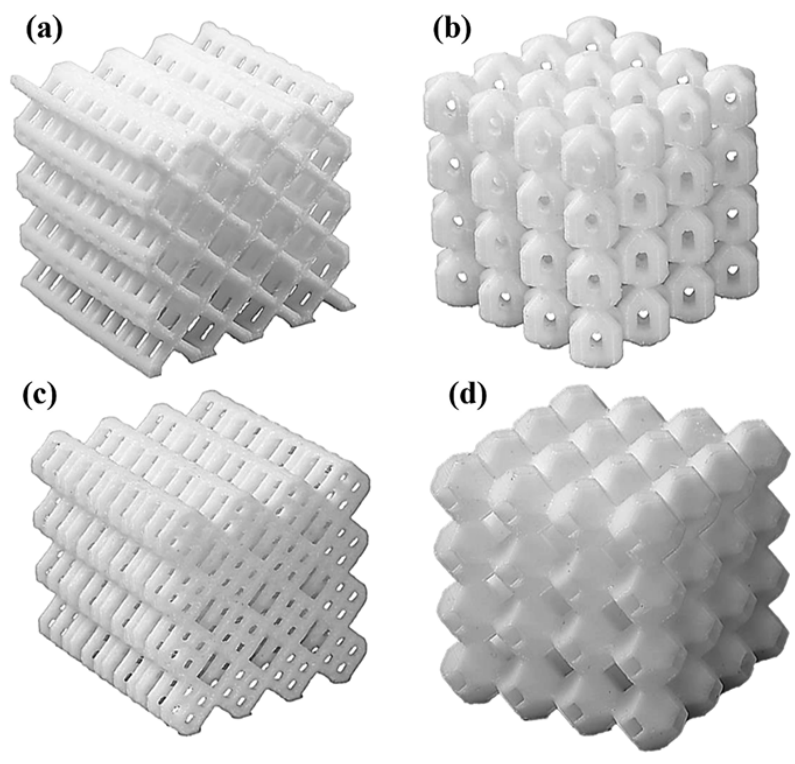


Figura 2.8: Metamateriali biomimetici CFLM ispirati a legami carboniosi (Sood e Wu 2023)

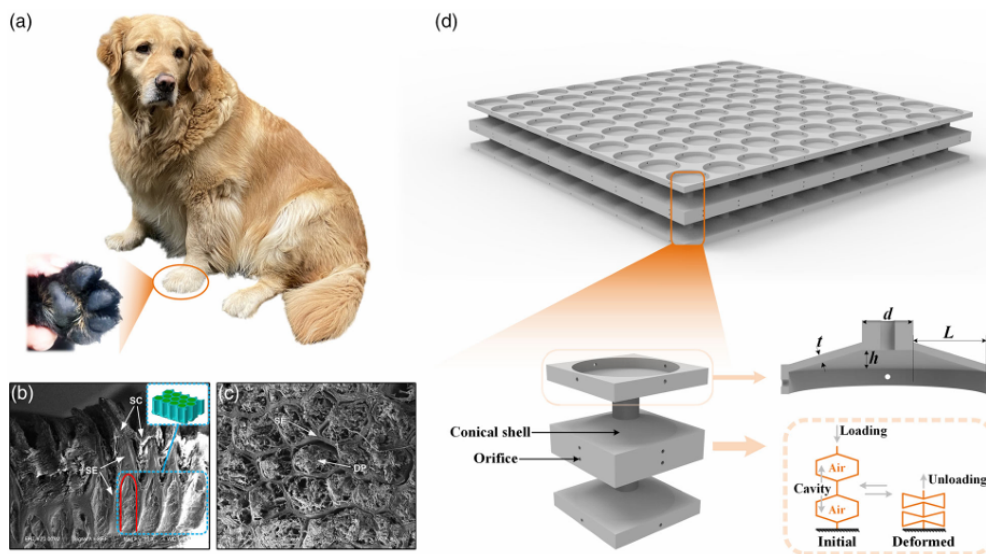


Figura 2.9: Metamateriale biomimetico ispirato alla zampa di un cane (Tan et al. 2023)

## 2.3 Progettazioni Specifiche per Midsole

In termini di approfondimento delle progettazioni nel settore running risultano di particolare interesse tutti quei prototipi sviluppati per ottenere intersuole che possano concorrere al comfort e ad una migliore prestazione dell'atleta. Tra questi studi compaiono talvolta anche numerosi prototipi di soles che possiamo considerare metamateriali in senso più ampio, ossia strutture con composizioni non sempre "matriciali" come i classici metamateriali visti fino ad ora ma con architetture atte a migliorare la performance della suola grazie a comportamenti inusuali.

**CFMs** Un esempio consistente di queste strutture è la **midsole** sviluppata da Ou e Johnson 2024 che utilizza una tecnologia definita dagli autori "Compliant Constant Force Mechanism" (CFM); tale meccanismo sfrutta l'ottimizzazione strutturale di un sistema di base composto da due aste (Figura 2.10), l'obiettivo dello studio è quello di creare una suola con comportamento definito *Softening* testato successivamente per un confronto con una suola tradizionale in PEBA dal comportamento definito *Hardening*. La sostanziale differenza tra i due comportamenti in compressione sta nella possibilità, per la struttura *Softening*, di raggiungere un *plateau* di forza che al contrario della suola *Hardening* incrementerebbe il ritorno e l'assorbimento

di energia massimizzando l'area del grafico nei cicli di isteresi, fattori cardine della ricerca sulle soles di scarpa.

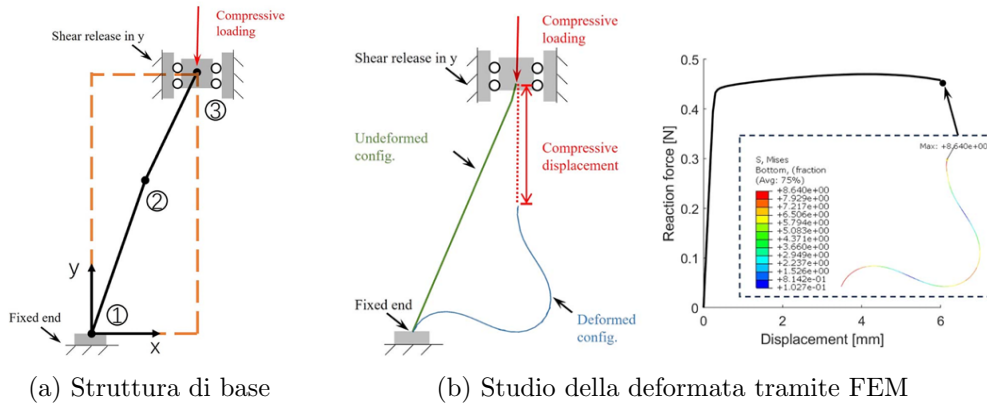


Figura 2.10: Ottimizzazione della struttura CFM (Ou e Johnson 2024)

L'ottenimento di tali risultati in termini di efficienza della suola è stato raggiunto tramite un'accurata analisi della deformazione della struttura, la composizione della suola nella sua interezza è stata pensata per ottenere picchi di forza più elevati nelle zone cruciali del movimento (*rearfoot* e *forefoot*).

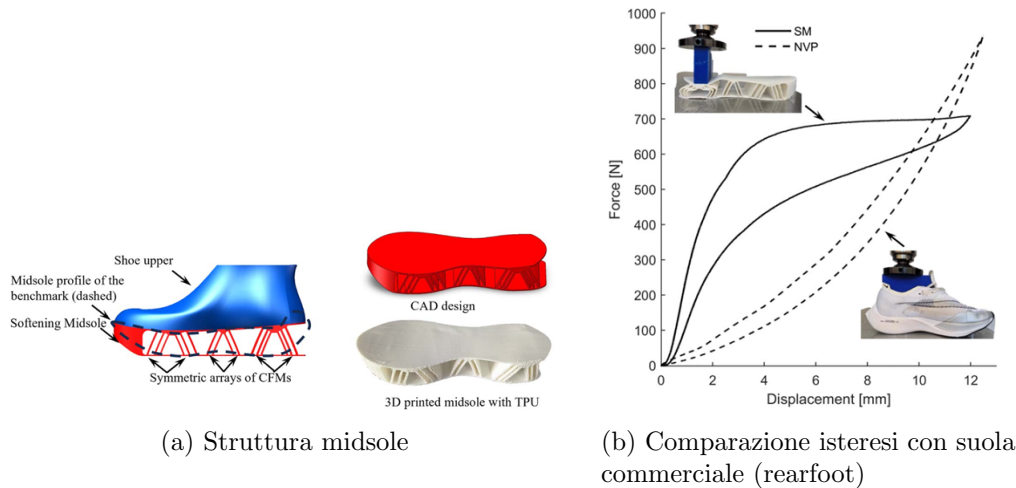
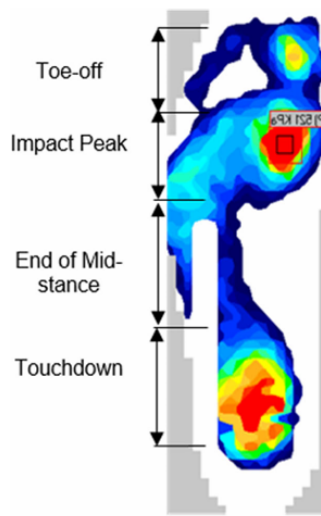


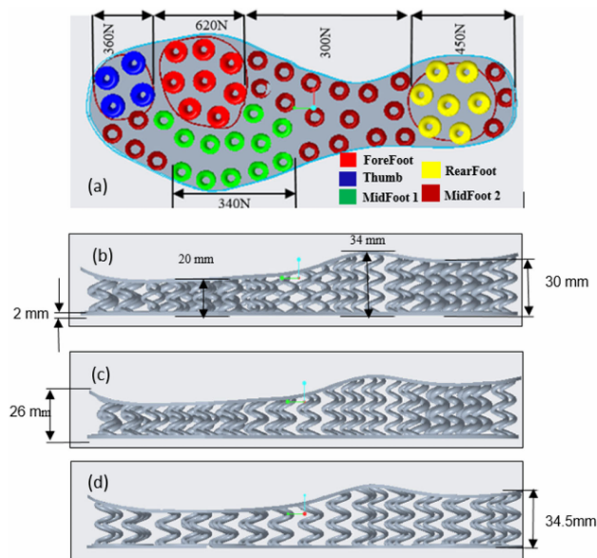
Figura 2.11: Composizione e comportamento del CFM (Ou e Johnson 2024)

**VDS** Per concludere la trattazione delle applicazioni specifiche sulle intersuole si presenta un caso di studio molto interessante in cui si progetta

una **midsole** basata su un sistema di molle di diversa rigidezza (*Variable-Dimension helical Springs*, VDS). Ali, Nazir e Jeng 2020 pensano ad una **midsole** composta da un totale di 53 molle di diverse dimensioni distribuite tramite la suddivisione della pianta in 5 differenti zone estrapolate dall'analisi della distribuzione delle pressioni sul piede durante dei test effettuati; vengono realizzati un totale di 3 prototipi con 3 diversi tipi di molle.



(a) Pressure Distribution Data



(b) Composizione della Midsole

Figura 2.12: Midsoles VDS (Ali, Nazir e Jeng 2020)

Come visto in Sottosezione 1.1.1 le zone in cui le pressioni raggiungono più alti valori sono quelle relative al tallone e alle teste dei primi metatarsi, proprio in queste zone infatti vengono distribuite le molle con più alta rigidità, al contrario nelle zone meno sollecitate (Midfoot) viene disposto un più elevato numero di molle con rigidità inferiore (Figura 2.12).

Per concludere possiamo considerare promettente la ricerca su determinati tipi di metamateriali per applicazioni come le intersuole per tutte le motivazioni elencate finora, questo ci spinge ad approfondire il processo di sviluppo e come vedremo nei prossimi capitoli testeremo due particolari celle unitarie auxetiche che risultano interessanti per l'applicazione di nostro interesse.

Lo scopo del nostro lavoro sarà quello di presentare, in via preliminare, una **midsole** composta principalmente da metamateriali, con distribuzioni conformi a quelle dei report presentati (Figura 2.12). Il percorso di sviluppo di tale struttura verrà svolto tramite le analisi FEM delle celle individuate e disegnate per una valutazione delle loro proprietà in compressione.

## 3 Analisi FEM

---

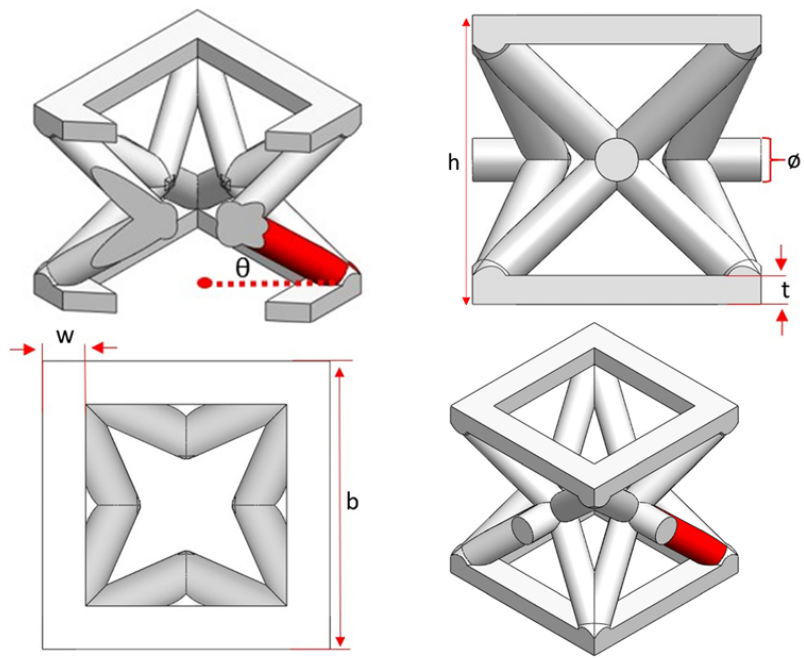
Nel corso di questo capitolo verranno analizzati i procedimenti che hanno caratterizzato l'analisi FEM di due celle auxetiche promettenti per la costruzione di una **midsole**. Le due celle analizzate verranno soprannominate per semplicità con il nome del primo autore del report da cui sono state estrapolate, di seguito si elencano le due celle con i rispettivi studi:

- **Cella Ford** (Ford et al. 2022)
- **Cella Song** (Song et al. 2025)

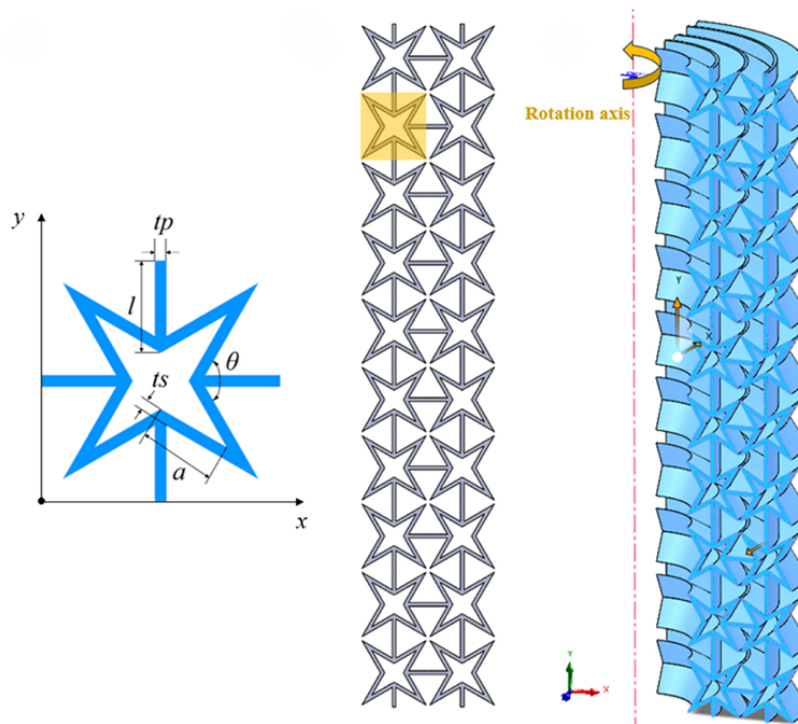
Nelle prossime sezioni verranno analizzati i passaggi che hanno caratterizzato lo studio delle due celle, verranno trattati approfonditamente i processi di creazione del CAD, inizialmente realizzato tramite il software **Inventor Professional**, e successivamente tutti gli step fondamentali delle analisi FEM effettuate tramite **Abaqus/CAE**.

Per entrambi i casi sono state effettuate simulazioni quasi-statiche con l'utilizzo di **Abaqus/CAE Standard** in cui l'intento principale è stato quello di valutare le caratteristiche e le forze espresse dalle due celle in fase di compressione. Per quanto riguarda la valutazione e le considerazioni sul *modulo di Poisson* delle strutture i due report precedentemente citati trattano già approfonditamente il tema, come vedremo il valore del modulo  $\nu$  è funzione della geometria della cella e in particolar modo dei valori degli angoli che caratterizzano le sue intersezioni.

In Figura 3.1 si rappresentano le due celle nella loro configurazione originale, modificata successivamente per le nostre simulazioni.



(a) Ford (Ford et al. 2022)



(b) Song (Song et al. 2025)

Figura 3.1: Cella Auxetiche analizzate

### 3.1 Materiale Testato

Prima di descrivere il percorso di analisi dei comportamenti delle due strutture presentate è necessario discutere la scelta del materiale utilizzato nelle simulazioni. I modelli iperelastici (*Ogden, Mooney-Rivlin, Neo-Hookean, ecc...*) vengono sfruttati per simulare fenomeni in presenza di grandi deformazioni, come nel nostro caso, con grandi campi elastici e comportamenti non-lineari; il modello **Ogden** sfruttato nelle nostre analisi è computazionalmente più complesso e difficile da parametrizzare rispetto ad altri, fornisce però risultati più accurati grazie alla gestione dell'Energia Potenziale di Deformazione ( $W$ ) così definita:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i} \quad (3.1)$$

dove  $N$  è l'ordine del potenziale, fissato a 2 per le nostre analisi, i parametri  $\mu_i$  [MPa] e  $\alpha_i$  [*coeff.*] definiscono la rigidità e la non-linearità del materiale, sono tipicamente estratti da prove sperimentali di deformazione uniassiale, biassiale o a taglio.  $D_i$  [ $\frac{1}{\text{MPa}}$ ] sono i parametri legati alla comprimibilità del materiale,  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$  sono gli allungamenti deviatorici principali e  $J_{el}$  rappresenta il rapporto volumetrico, matematicamente il determinante del gradiente di deformazione.

Nell'Equazione 3.1 la prima sommatoria accomuna i termini di deformazione deviatorica mentre la seconda quelli di deformazione volumetrica.

Per eseguire i test sulle due celle è stato utilizzato il materiale termoplastico **TPU95A**, definito all'interno del solutore con uno schema di iperelasticità seguendo la formulazione **Ogden**. I dati importati in **Abaqus/CAE** sono stati estrapolati da un report di caratterizzazione del **TPU95A** per l'utilizzo in applicazioni che richiedono assorbimento di energia (Fuentes Del Toro et al. 2025), con la presenza di soli dati statici.

Si tratta di un poliuretano termoplastico con durezza 95 nella scala *Shore A* (Sottosezione 1.2.2), materiale molto comune in tecniche di produzione 3D con tecnologie FFF (*Fused Filament Fabrication*) per via della sua versatilità dovuta anche alla temperatura di fusione che si trova tipicamente tra i 190 °C e i 240 °C.

Di seguito si riportano i dati inseriti nel solutore.

Densità ( $\rho$ ) [ $\frac{ton}{mm^3}$ ]	$\mu_1$ [MPa]	$\alpha_1$	$\mu_2$	$\alpha_2$	$D_1$ [ $\frac{1}{MPa}$ ]	$D_2$
$1,22 e^{-9}$	21,509	0,37594	21,509	0,3922	0,001	1E-05

Tabella 3.1: Dati tecnici **TPU95A** (Fuentes Del Toro et al. 2025)

Per i polimeri si utilizzano solitamente valori di  $D_i$  prossimi a 0 per poter simulare la quasi-incomprimibilità. Relativamente all'ordine  $N$  del nostro potenziale lo standard industriale fissa il suo valore a 2, in alcuni casi si arriva a 3, eccedere nel valore di questo ordine significa esporsi a possibili instabilità numeriche in assenza di dati sperimentali precisi.

**Abaqus/CAE** dispone infine di una valutazione dei parametri caricati fornendo una stima sulla stabilità del modello e dei grafici preliminari di prove uni- e bi-assiali di seguito riportati.

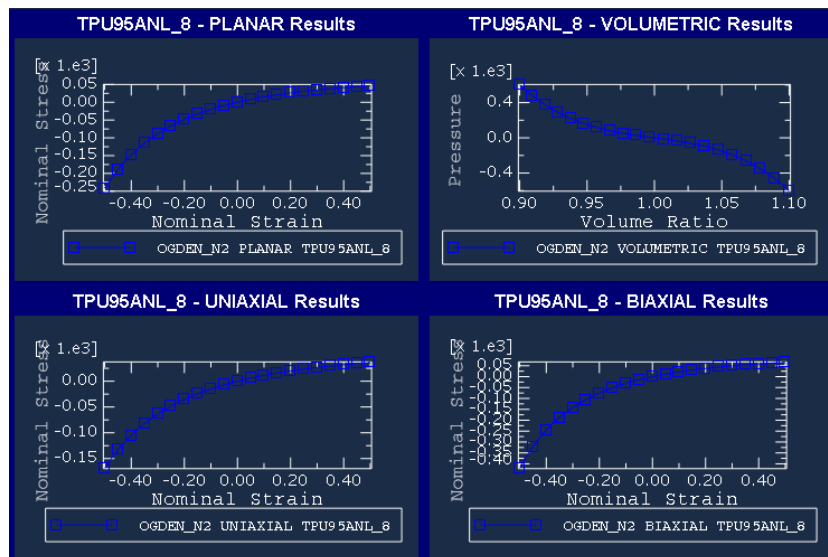


Figura 3.2: Grafici di valutazione del materiale

I test riportati riguardano prove di tipo: planare, uniassiale, biassiale e volumetrico. Al termine della valutazione preliminare del materiale inserito il solutore fornisce un breve report in cui si conferma la stabilità del modello nelle quattro deformazioni elencate.

### 3.1.1 Contatto

La modellazione del contatto, comportamento strettamente dipendente dal materiale in uso, è stata effettuata tramite l'inserimento, nel modulo **In-**

**teraction**, di un **General Contact**. Questo tipo di formulazione viene utilizzata nei casi in cui la fisica del problema consente di affermare che tutto il modello è in contatto con se stesso, come nel nostro caso. La proprietà assegnata al contatto riguarda l'attrito del materiale **TPU** su se stesso, sono state inserite le seguenti caratteristiche:

- Tangential Behavior:
  - Friction Formulation: Penalty
  - Friction Coefficient: 0,4
- Normal Behavior:
  - Pressure-Overclosure: "Hard" Contact

Nello specifico del problema la caratterizzazione tangenziale di tipo Penalty consente al solutore di effettuare piccoli spostamenti di aggiustamento prima dell'intervento dell'attrito, il coefficiente di attrito pari a 0,4 è stato inserito valutando la forza di attrito del materiale **TPU95A** su se stesso, il valore in termini assoluti è abbastanza elevato. Per quanto concerne invece la definizione del "Hard" Contact quest'ultima impedisce al solutore di considerare compenetrazioni tra i corpi durante l'analisi.

## **3.2 Cella Ford**

La prima cella riprodotta e analizzata è la **cella Ford** (Ford et al. 2022), i passi che hanno caratterizzato l'analisi di questa struttura sono stati principalmente tre:

1. Creazione del modello CAD
2. Simulazione con elementi solidi continui
3. Simulazione con elementi strutturali di tipo **BEAM**

Di seguito vengono valutati nello specifico i passaggi che sono stati seguiti e i risultati ottenuti per questa cella.

### 3.2.1 Creazione del modello CAD

Come anticipato precedentemente la creazione del CAD della struttura è stata eseguita inizialmente tramite il software **Inventor Professional**. Non disponendo, quantitativamente, delle dimensioni della cella, al fine di poterla sfruttare nello sviluppo di una **midsole**, quest'ultima è stata disegnata assumendo le dimensioni elencate in Tabella 3.2. La cella nella sua interezza risulta occupare lo spazio di un cubo di dimensione  $20 \times 20 \times 20 \text{ mm}$ , per ulteriori dettagli dimensionali si fa riferimento al Allegato A.

Nella seguente tabella vengono elencati i valori delle misure fondamentali della struttura con riferimento al CAD in Allegato A.

Quota	Valore
$\varnothing d$	2 [mm]
$w$	2 [mm]
$\gamma$	20 [°]
$\theta$	$\arctan(\cos(\gamma)) \sim 43,22$ [°]
Lato	20 [mm]

Tabella 3.2: Dimensioni Cella Ford

Per via dei numerosi piani di simmetria della cella è stato possibile semplificare il disegno riproducendo solo un sedicesimo della struttura (Figura 3.3), che è stata poi completata tramite le specularità presenti.

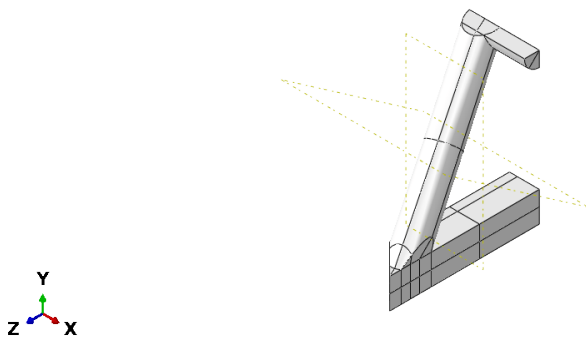


Figura 3.3: 1/16 della cella Ford

La struttura finale presenta quindi due basi composte da travi a sezione quadrata (lato  $w$ ) mentre le restanti travi presentano una sezione circolare

(diametro  $\varnothing d$ ). Il valore dell'angolo  $\theta$  è stato espresso in funzione dell'altro angolo caratteristico ( $\gamma$ ) e della lunghezza del lato della cella per ottenere l'altezza complessiva desiderata di 20 mm.

La partizionatura del modello solido, passaggio fondamentale nelle analisi **FEM**, riguarda la suddivisione della parte in blocchi che consentano la creazione di una **mesh** il più strutturata possibile; per strutturata intendiamo una mesh composta da elementi solidi esaedrici che sappiamo essere più stabili e fornire soluzioni più attendibili di elementi di tipo tetraedrico. La fase di partizione di questo modello solido si è quindi concentrata nel soddisfare la richiesta di una mesh strutturata ove possibile, nelle zone dove invece la struttura si incrocia con se stessa (incroci centrali e spigoli del cubo) questo tipo di mesh non è utilizzabile, abbiamo quindi deciso di discretizzare queste zone con elementi tetraedrici arrivando ad ottenere, come vedremo, una mesh di tipo misto.

**Modello a elementi BEAM** Per quanto riguarda invece la creazione del modello semplificato a elementi strutturali di tipo trave (**BEAM**) questo è stato ideato nel rispetto delle dimensioni originali della cella di tipo solido, avendo identificato la struttura come composta da un insieme di travi a sezione circolare e quadrata che si intersecano fra loro.

La creazione di un modello semplificato della struttura viene dalla necessità di dover accorciare i tempi di analisi in concomitanza con la probabilità di future analisi su strutture più complesse formate da una matrice composta da più celle nello spazio.

Per poter effettuare delle simulazioni accurate abbiamo dovuto modificare la geometria delle travi rappresentate, in **Abaqus/CAE** infatti l'elemento trave è rappresentato solo dalla linea di mezzeria di quest'ultima, per poter visualizzare la struttura completa di sezioni (circolari e quadrate) è disponibile un tool di pura visualizzazione.

Il problema geometrico affrontato riguarda gli incroci che le travi affrontano nella nostra struttura, essendo costretti a rappresentare solo la linea di mezzeria il compromesso raggiunto è stato quello di tagliare la lunghezza delle travi a sezione circolare in prossimità dell'incrocio con le basi a sezione quadrata; se avessimo disegnato le travi nella loro interezza all'istante iniziale della simulazione avremmo avuto un'instabilità numerica dovuta alla sovrapposizione delle sezioni con conseguenti risultati inaccurati.

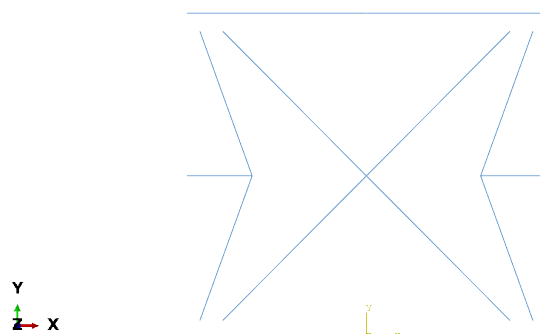


Figura 3.4: Vista XY Ford Beam

Per far sì che la struttura si muovesse omogeneamente come nelle analisi di tipo solido abbiamo aggiunto un **Kinematic Coupling** per ogni vertice delle due basi della cella, nel **Coupling** abbiamo incluso i due terminali delle travi oblique e il vertice della base a loro adiacente; in questo modo abbiamo evitato che il contatto iniziale tra le sezioni creasse problemi numerici ma abbiamo dovuto eliminare così le zone di incrocio che nel modello solido creavano tensioni importanti; sfruttando il **Kinematic Coupling** abbiamo introdotto in quelle zone delle rigidità infinite che al fine di analizzare la risposta vincolare su y sono risultate un compromesso accettabile.

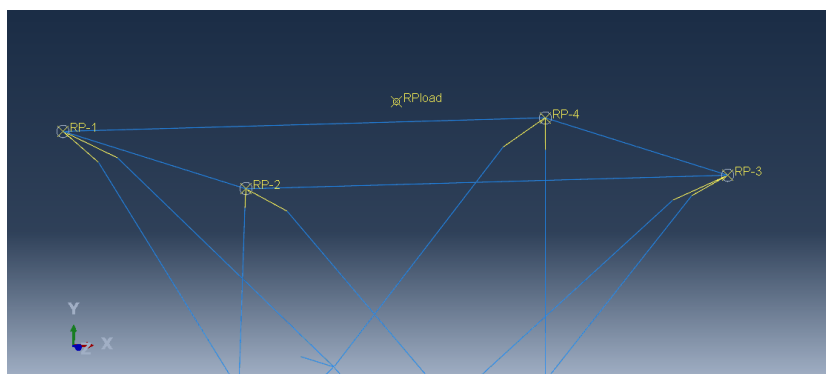


Figura 3.5: Kinematic Couplings dei vertici Ford BEAM

La geometria del modello **BEAM** è stata, come vedremo, modificata durante le analisi al fine di ottenere dei risultati più vicini possibile alla soluzione di tipo solido.

### 3.2.2 Mesh e Simulazioni

Una volta assegnato il materiale (Sezione 3.1) abbiamo definito interazioni e carichi della struttura rispettivamente nei moduli **Interaction** e **Load**, vediamo di seguito come sono stati gestiti per tutte le successive simulazioni riguardanti la **cella Ford**.

**Kinematic Coupling** Oltre alle proprietà di contatto già discusse in Sottosezione 3.1.1 sono stati aggiunti due *Reference Point* (**RP**) associati con un *kinematic coupling* ai nodi delle due estremità della cella:

1. **RP\_load**: associato ai nodi della faccia superiore
2. **RP\_vinc**: associato ai nodi della faccia inferiore

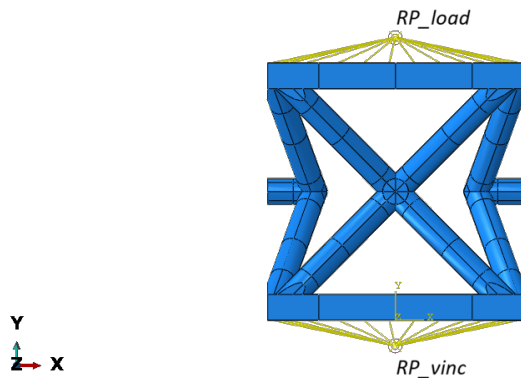


Figura 3.6: Coupling RP Ford

Gli **RP** definiti comanderanno i vincoli e gli spostamenti imposti per la nostra analisi di compressione.

Nel modulo dei carichi sono stati descritti i comportamenti dei due **RP** come segue:

1. Incastro di **RP\_vinc**: in tutti gli step sono stati bloccati tutti gli spostamenti del nodo
2. Spostamento  $y$  imposto di **RP\_load**: per simulare la compressione abbiamo forzato lo spostamento del nodo a scendere di  $12/13\text{ mm}$  sull'asse  $y$ , bloccando le rotazioni per impedire eccessive torsioni della struttura

Al termine delle analisi sono stati quindi valutati sforzi, spostamenti e reazioni vincolari (principalmente **RF2**, direzione  $y$ ).

### 3.2.2.1 Simulazioni Esplicite Preliminari El. Solidi Continui

Le simulazioni preliminari sulla struttura sono state effettuate tramite il solutore esplicito **Abaqus/Explicit**, che fornisce la possibilità di condurre analisi dipendenti dal tempo; è un tipo di solutore utile ed efficace per simulazioni non lineari e di breve durata (es. urti).

Vista la particolare geometria della cella, comprendente solidi che convergono in più punti, sono state testate mesh comprendenti solo elementi tetraedrici quadratici (**C3D10**) e mesh miste con elementi tetraedrici ed esaedrici (**C3D8R** e **C3D10**).

Il solutore **Abaqus/Explicit** è limitato dal passo di soluzione ( $\Delta t$ ), dipendente dalla dimensione tipica dell'elemento, tale incremento temporale deve rimanere al di sotto di una soglia ( $\Delta t_{cr}$ ) definita come segue:

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{L^e}{c_d} \quad (3.2)$$

Dove  $L^e$  rappresenta la lunghezza caratteristica dell'elemento mentre  $c_d$  riguarda la velocità di propagazione del suono nel materiale ed è dipendente dal modulo di Young e dalla densità del materiale in analisi (Equazione 3.3).

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.3)$$

Essendo il valore di  $L^e$  molto ridotto il solutore stabilisce un valore di  $\Delta t_{cr}$  altrettanto basso, il che si traduce in un numero molto elevato di incrementi per terminare l'analisi.

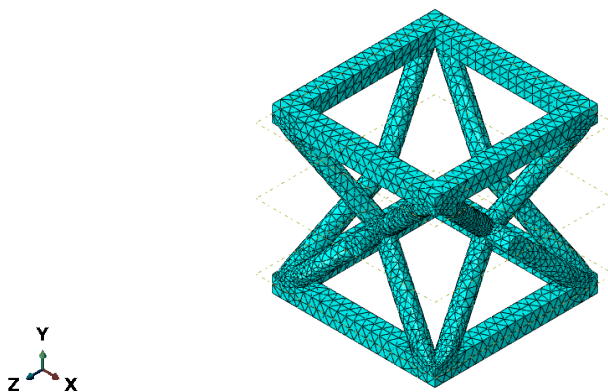


Figura 3.7: Mesh con 27488 elementi C3D10 Ford

Dopo aver testato la mesh tetraedrica in Figura 3.7 abbiamo partizionato la struttura in modo da avere quanti più elementi esaedrici possibili per incrementare la stabilità delle simulazioni; il risultato è stato ottenuto dividendo le zone di incrocio delle travi dalle zone "isolate". Le zone critiche di incrocio tra le travi sono state meshate con elementi tetraedrici, mentre le restanti zone sono state discretizzate con una mesh strutturata a elementi esaedrici, è stata poi apportata un'ultima modifica partizionando anche i terminali delle travi orizzontali a sezione cilindrica, che sono state realizzate come parte aggiuntiva ed incollate nel processo di assemblaggio al resto della struttura.

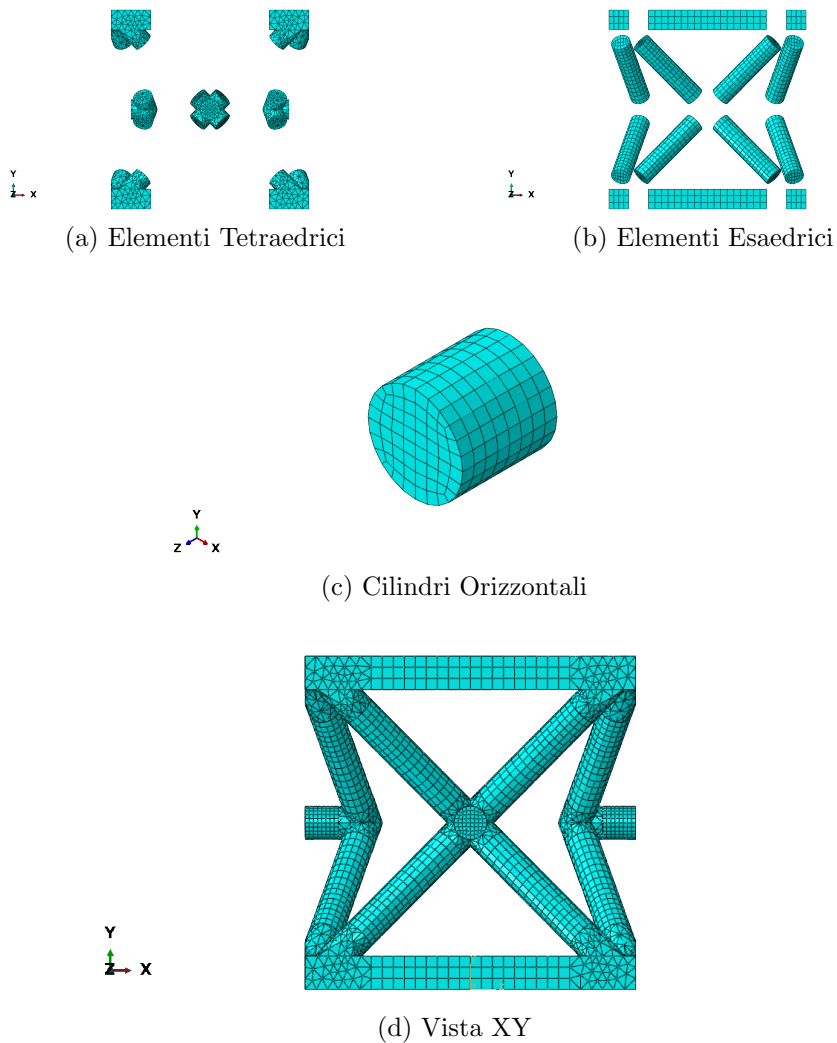


Figura 3.8: Mesh Mista Ford

Si riportano di seguito i grafici forza-spostamento sul piano y del punto **RP\_load** ottenuti tramite le analisi dinamiche delle due mesh con tempi di applicazione dello spostamento imposto pari a 0,0012 [s] e 0,012 [s].

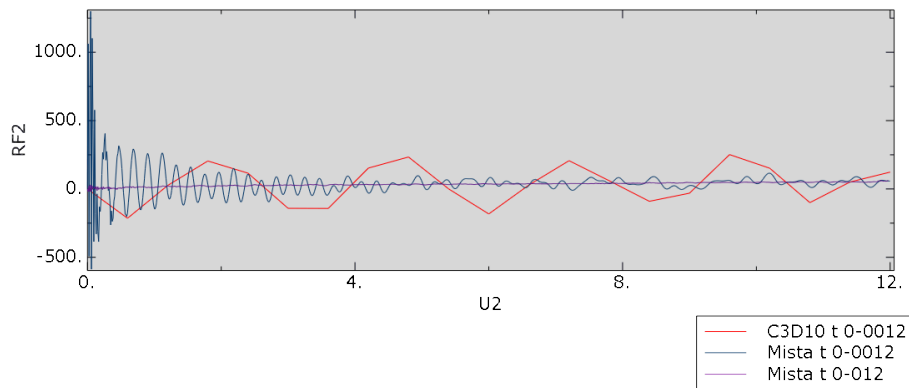


Figura 3.9: Grafico Forza-Spostamento analisi EXP Ford

I grafici riportano evidentemente un rumore dovuto ad oscillazioni dinamiche, i test effettuati con  $t = 0,0012[s]$  simulano più verosimilmente un impatto piuttosto che un test di compressione, prima di valutare il comportamento della struttura in compressione quasi-statica abbiamo simulato altre due condizioni dinamiche:

1. Amplitude **Smooth Step**: nelle simulazioni viste finora l'applicazione dello spostamento di **RP\_load** nel tempo rappresentava una rampa (velocità di applicazione del carico costante), al fine di evitare le oscillazioni nei primi istanti abbiamo convertito la rampa in una distribuzione del quinto ordine, con derivata prima pari a zero all'istante iniziale e finale e velocità circa doppia rispetto alla rampa nel punto centrale dell'analisi (Figura 3.10)
2. Blocco Assiale Cilindri: per simulare il comportamento ipotetico di una serie di celle affiancate abbiamo simulato la struttura vincolando le traslazioni assiali dei cilindri orizzontali in Figura 3.8c

Vediamo graficamente le differenze tra un *Amplitude* di tipo **Smooth Step** e una di tipo **Rampa** per quanto riguarda l'applicazione della **U2** nel tempo.

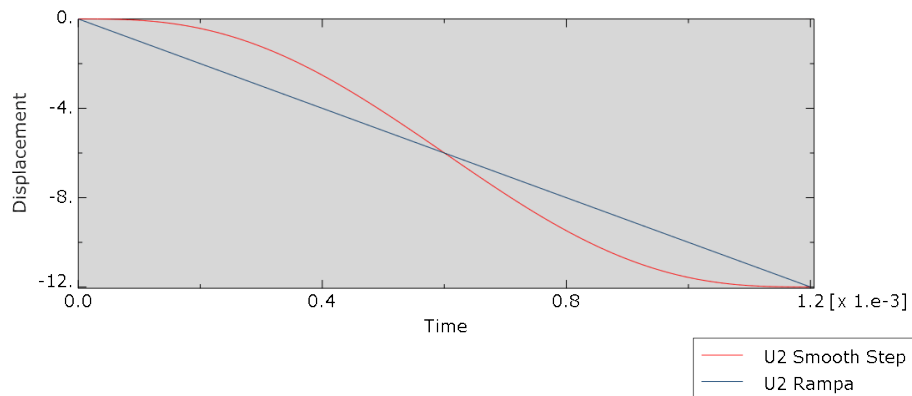


Figura 3.10: Confronto Amplitude Smooth Step e Rampa Ford

Si riporta quindi un grafico di confronto tra le **RF2** osservate per *Amplitude Rampa* (già in Figura 3.9), *Amplitude Smooth Step* e per **Blocco Cilindri**. Di seguito vediamo anche le configurazioni deformate a seguito di una compressione di 12 mm, per le due *Amplitude* la deformata viene riportata una sola volta.

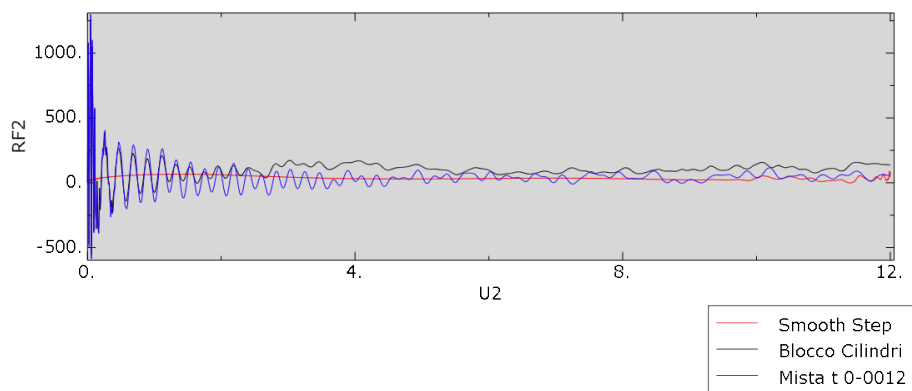


Figura 3.11: Confronto RF2 con diverse Amplitude e con Blocco Cilindri Ford

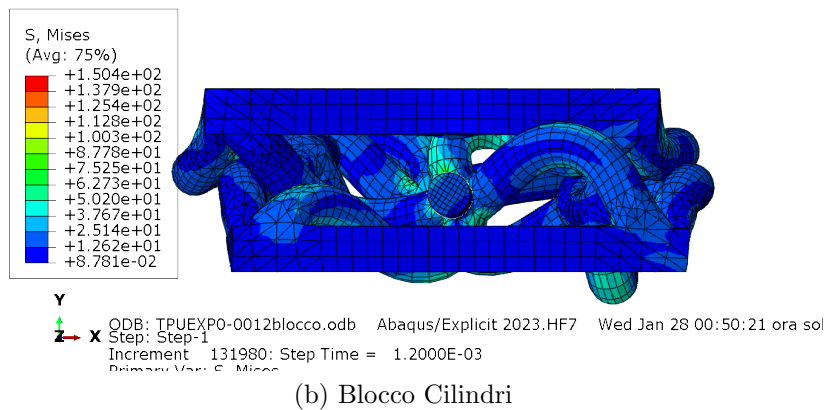
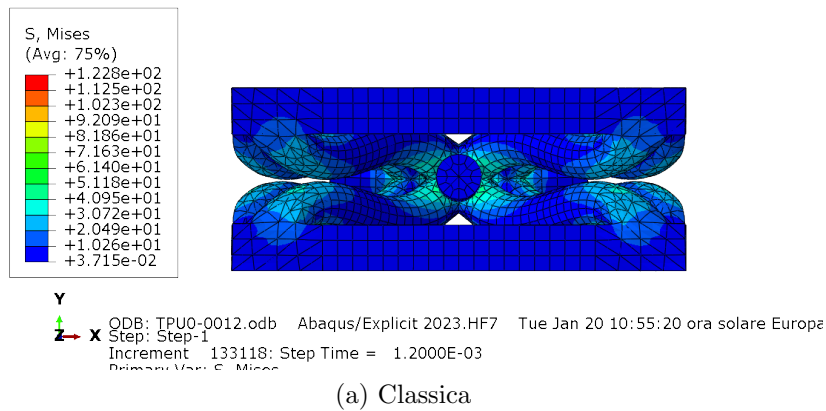


Figura 3.12: Deformate analisi EXP su piano XY Ford

Risulta evidente dalla visualizzazione delle deformate che l'approccio relativo al blocco assiale dei cilindri (Figura 3.12b) irrigidisca notevolmente la struttura, l'impatto con  $t = 0,0012[s]$  crea in questo caso spostamenti anche sul piano XZ portando la struttura a deformarsi in un modo apparentemente disordinato.

Considerando invece l'applicazione di una diversa *Amplitude* come in Figura 3.11 notiamo che anche con l'applicazione del metodo **Smooth Step** le vibrazioni si presentano nel grafico **RF2**, non più negli istanti iniziali quanto in quelli finali della simulazione; l'analisi risulta quindi rumorosa a causa di una durata del fenomeno sempre troppo ridotta (1,2 [ms]).

Per queste motivazioni e con l'obiettivo di ridurre i tempi di analisi si è deciso di proseguire sfruttando simulazioni non dipendenti dal tempo, utilizzando uno *step* di tipo **Static, General** tramite il solutore **Abaqus/Standard** mantenendo il modello invariato.

### 3.2.2.2 Simulazioni STD El. Solidi Continui

Le simulazioni eseguite tramite **Abaqus/Standard** sono state condotte sulla base degli stessi modelli visti finora modificando come visto solo il tipo di *step* eseguito e attivando la modalità **NLGEOM** per considerare grandi spostamenti e/o deformazioni.

Per sfruttare il contatto definito in Sottosezione 3.1.1 al fine di ottenere dei valori di **RF2** più elevati abbiamo compresso la struttura fino a 13 *mm*.

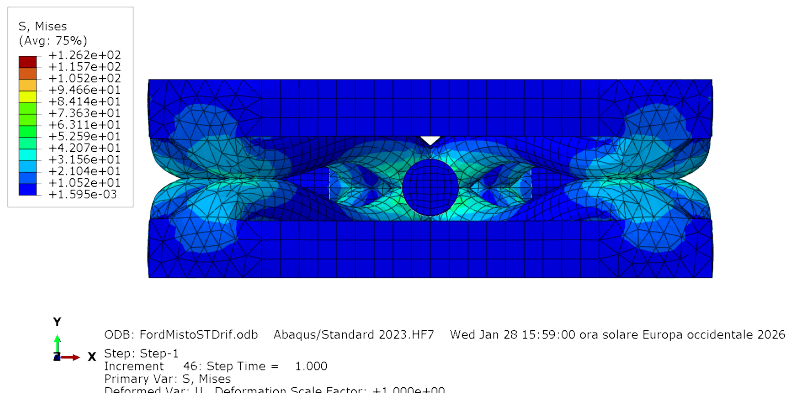
La mesh sfruttata è quella di tipo misto con le stesse partizioni di Figura 3.8 e con elementi **C3D10** (tetraedrici) e **C3D20R** (esaedrici). Al fine di testare la qualità della mesh e condurre delle analisi sulla convergenza sono state create 3 mesh di diversa fittezza così suddivise:

<b>Tipo</b>	n° Elem.	di cui distorti (%)	GDL	Wallclock Time [min]
<b>Coarse</b>	14039	~ 8.23%	162357	~ 51
<b>Medium</b>	18495	~ 5.47%	233826	~ 59
<b>Fine</b>	33344	~ 1.53%	372366	~ 127

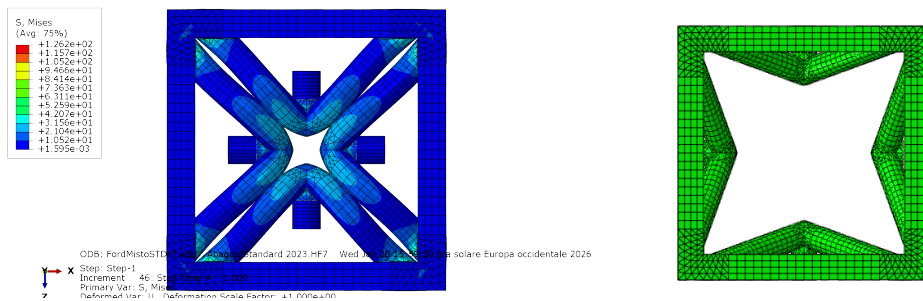
Tabella 3.3: Studio di convergenza con diverse Mesh Ford

Il *Wallclock Time* rappresenta il tempo effettivo di calcolo della simulazione, mentre gli elementi distorti espressi in percentuale rappresentano la frazione di elementi che **Abaqus** riconosce distorti (angoli tra lati contigui  $< 45^\circ$  e  $> 135^\circ$ ) prima dell'inizio dell'analisi, questi ultimi fanno parte delle zone discretizzate con elementi di tipo tetraedrico e sono dovuti alle partizioni effettuate. *GDL* è infine il numero di gradi di libertà del sistema, rappresentativo del numero di equazioni risolte dal solutore.

Si riportano di seguito deformato e grafico **U2-RF2** ottenuti testando la mesh **Fine** composta da circa 33mila elementi quadratici.



(a) Vista XY



(b) Vista XZ

(c) Vista XZ indeformata

Figura 3.13: Deformate analisi STD mesh fine Ford

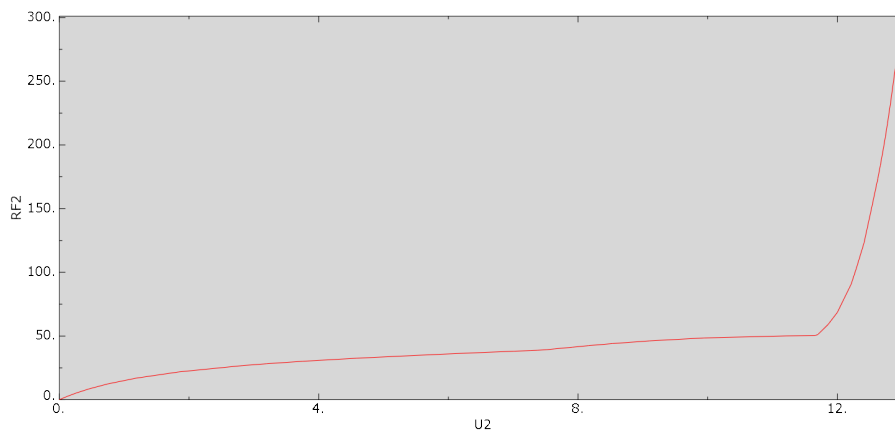


Figura 3.14: Grafico Forza-Spostamento mesh fine Ford

Nel grafico in Figura 3.14 notiamo un comportamento affine alle proprietà di contatto inserite, dopo un iniziale *Plateau* che arriva alla soglia dei 50 N a

circa 12 mm la struttura inizia ad "impaccarsi" facendo salire il valore della **RF2** molto rapidamente, il picco ai 13 mm di compressione è prossimo ai 300 N di forza.

Vengono quindi riportate per confronto le deformate relative alle mesh Coarse e Medium e un grafico di confronto della reazione vincolare **RF2** per le tre mesh simulate.

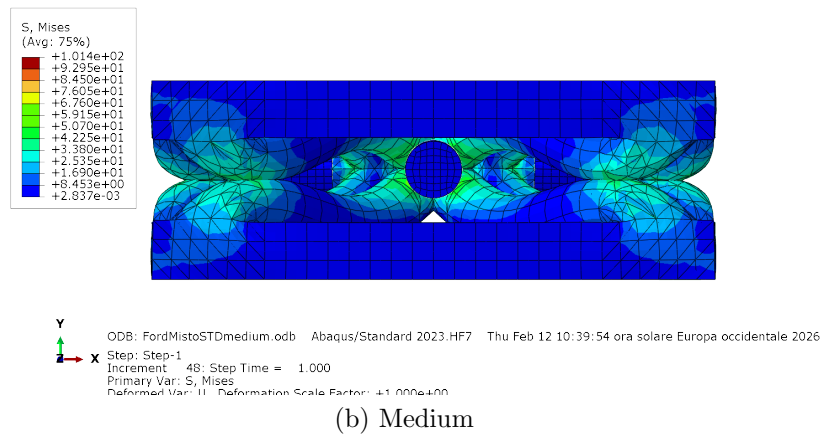
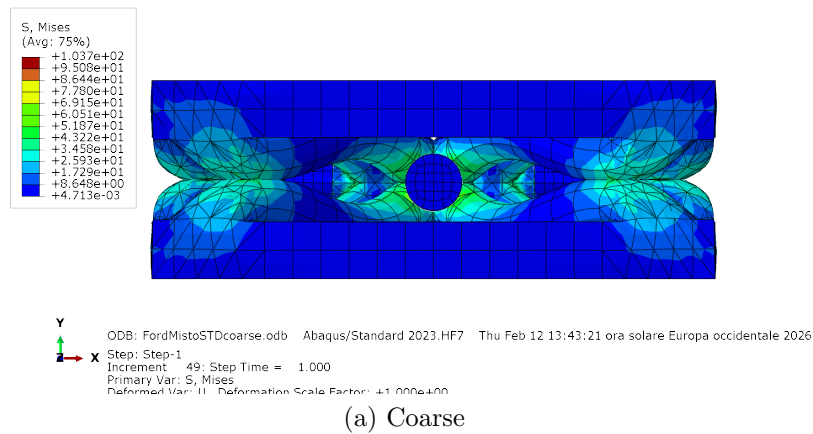


Figura 3.15: Deformate in vista XY con mesh di diversa fitezza Ford

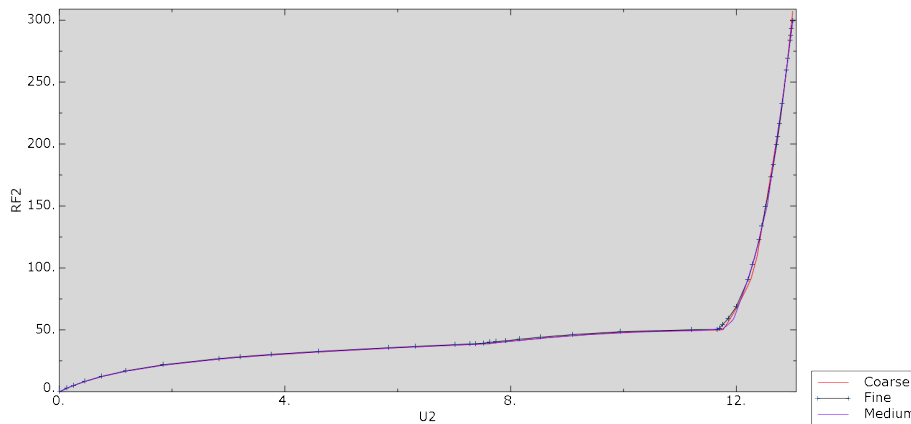


Figura 3.16: Confronto RF2 con mesh di diversa fittezza Ford

Il grafico in Figura 3.16 stabilisce chiaramente la validità di entrambe le mesh alternative (Coarse e Medium), tuttavia i valori di stress totali visibili nelle immagini delle deformate indica un diverso range min-max se confrontato con la deformata della mesh fine in Figura 3.13a.

Visti i tempi computazionali impiegati e il possibile utilizzo della struttura in una matrice più complessa di metamateriale i successivi studi si sono concentrati sullo sviluppo di un modello semplificato valido che potesse ricondurre alle simulazioni solide deformabili già compiute.

### 3.2.2.3 Modello con Elementi Strutturali di Tipo BEAM

I concetti chiave della simulazione con elementi **BEAM** sono stati assimilati dallo studio di un report di una struttura molto simile alla nostra cella Ford; lo studio in questione (Imbalzano et al. 2016) analizza il comportamento del metamateriale in Figura 2.1 sotto impatto, per simulare le deformazioni entro tempi accettabili si discretizza il metamateriale con elementi trave quadratici **B32**.

La nostra struttura, ad eccezione degli incroci nei vertici, può essere modellata tramite elementi di tipo trave come visto in precedenza.

**Simulazioni EXP** Per validare il modello l'abbiamo comparato con le simulazioni EXP viste in Sottosottosezione 3.2.2.1 ed effettuato simulazioni sui tempi  $t = 0,0012s$ ,  $t = 0,012s$  e  $t = 0,12s$ ; l'*Amplitude* utilizzata è stata la **Rampa** e la discesa del punto **RP\_load** è stata fissata a  $-12\text{ mm}$ . La struttura è stata meshata con un totale di 168 elementi **BEAM** quadratici **B32**, di cui 8 distribuiti in ogni asta obliqua, 4 per ogni lato delle basi e 2 per ogni asta orizzontale.

La gestione del contatto è stata affidata in questa fase al solo **General Contact** già trattato in precedenza.

Confrontiamo direttamente il grafico ottenuto a  $t = 0,012s$  con lo stesso grafico presentato in precedenza per il modello a elementi solidi con mesh Mista.

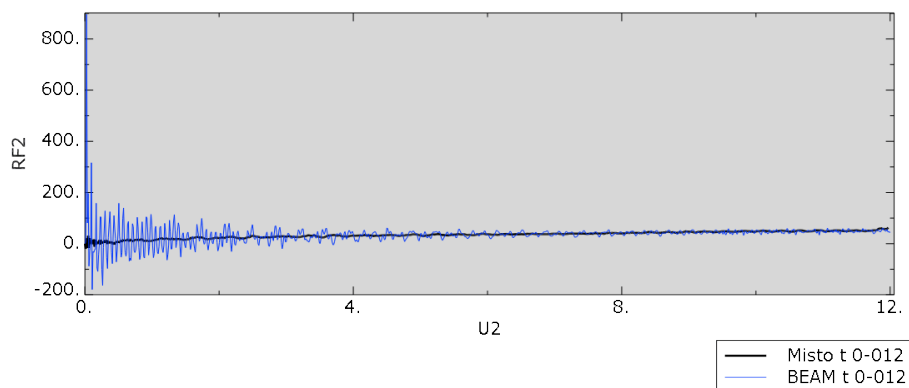


Figura 3.17: Confronto mesh Mista con mesh BEAM EXP Ford

La mesh a elementi solidi risulta inevitabilmente più stabile e quindi il grafico meno soggetto a vibrazioni, nonostante questo il compromesso del modello a elementi BEAM risulta accettabile visto il ridotto costo computazionale.

In Figura 3.18 confrontiamo i risultati ottenuti tramite il modello a elementi trave con diverse velocità di applicazione dello spostamento.

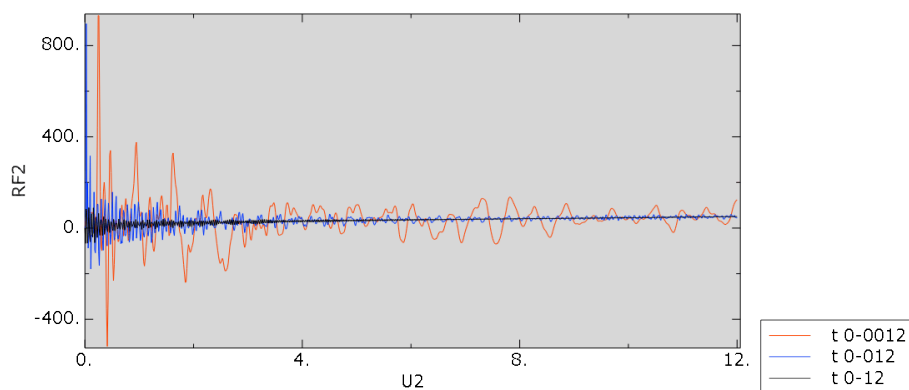


Figura 3.18: Grafico Forza-Spostamento analisi EXP Ford Beam

Si riporta di seguito una deformata delle analisi EXP con la visualizzazione delle sezioni degli elementi **BEAM**.

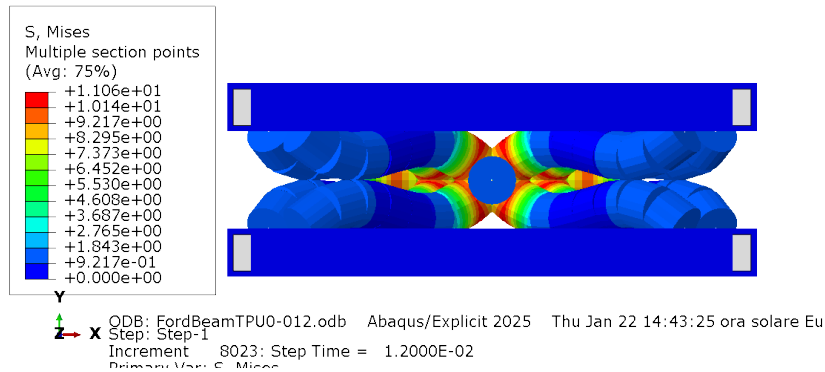


Figura 3.19: Deformata in vista XY Ford BEAM EXP

**Simulazioni STD** A questo punto abbiamo testato il modello a travi anche nelle simulazioni Standard confrontandolo così con le stesse simulazioni effettuate per la discretizzazione solida. La struttura utilizzata ha subito una modifica per quanto riguarda la lunghezza delle travi oblique che sono state tagliate come vediamo in Figura 3.20, questa modifica ci ha permesso di condurre delle analisi STD in cui la configurazione iniziale non risultasse eccessivamente deformata a causa del contatto iniziale tra le travi in prossimità dei vertici.

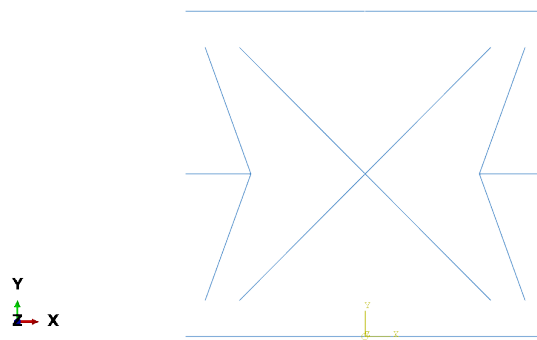


Figura 3.20: Vista XY Ford Beam modificata

Abbiamo schiacciato la struttura fino a 13 *mm* ed è subito insorto un problema relativo al contatto tra le sezioni, il **General Contact** utilizzato finora non permette di catturare correttamente il contatto radiale e assiale degli elementi trave. Ciò che genera la risalita nel grafico di **RF2** nelle analisi STD è infatti il contatto tra le zone oblique che impacciandosi generano resistenza.

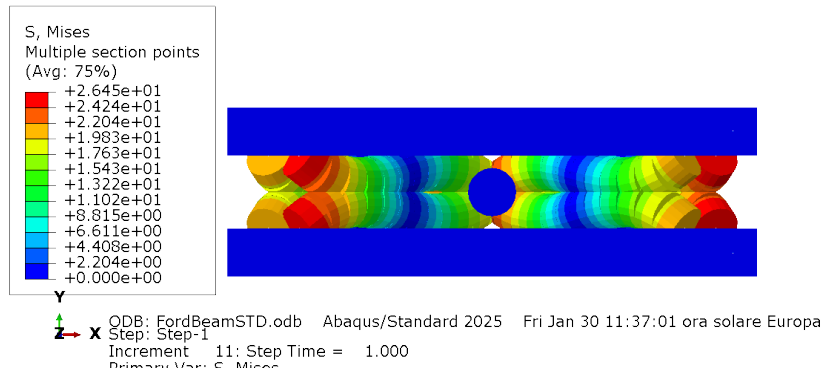


Figura 3.21: Deformata in vista XY Ford BEAM STD con il solo **General Contact**

Come vediamo nella deformata in Figura 3.21 le sezioni delle travi oblique si compenetrano durante l'analisi, questo porta il grafico a raggiungere bassi valori di forza al *Reference Point* ma soprattutto non notiamo più il *Plateau* visto in precedenza seguito da una rapida salita.

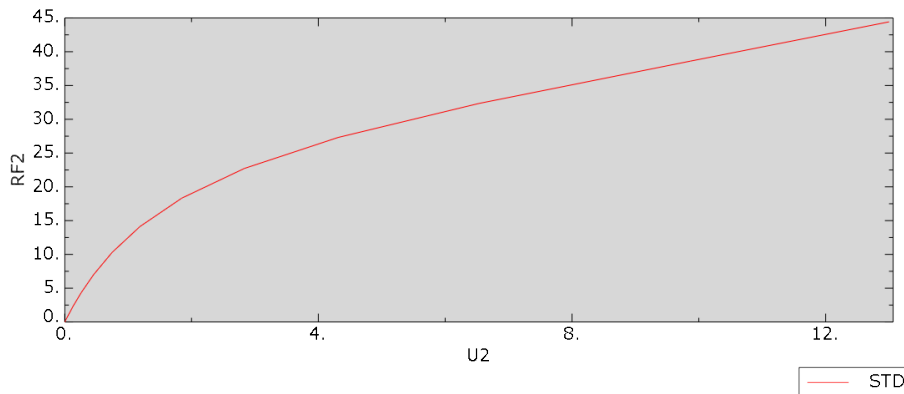


Figura 3.22: Grafico Forza-Spostamento analisi STD Ford Beam con il solo **General Contact**

La risoluzione del problema visto viene affidata ad una modifica al **General Contact**, nello specifico nella sezione **Contact Formulation**.

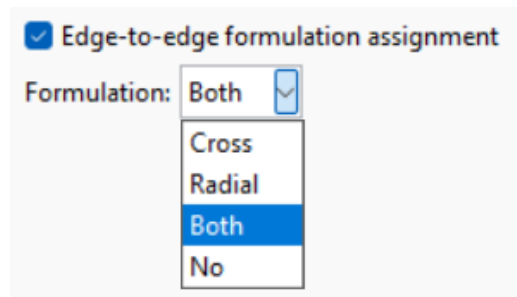


Figura 3.23: Modifica al Contact Formulation

Poiché il nostro problema prevede contatto tra elementi di tipo trave risulta necessario l'inserimento della formulazione **Edge-to-edge** all'interno del **General Contact**. Le formulazioni presenti in **Abaqus/CAE** permettono di scegliere tra tre casi:

- **Cross**: opzione specifica per travi incrociate non parallele tra loro, valido per alcune zone del nostro modello
- **Radial**: specifico per travi che corrono parallele tra loro, esternamente, come nel nostro caso o internamente, come per problemi riguardanti tubi telescopici
- **Both**: attiva contemporaneamente le due opzioni precedenti

Si riporta di seguito un confronto ottenuto dalle simulazioni sulla geometria iniziale attivando una per una le opzioni di contatto **Edge-to-edge**.

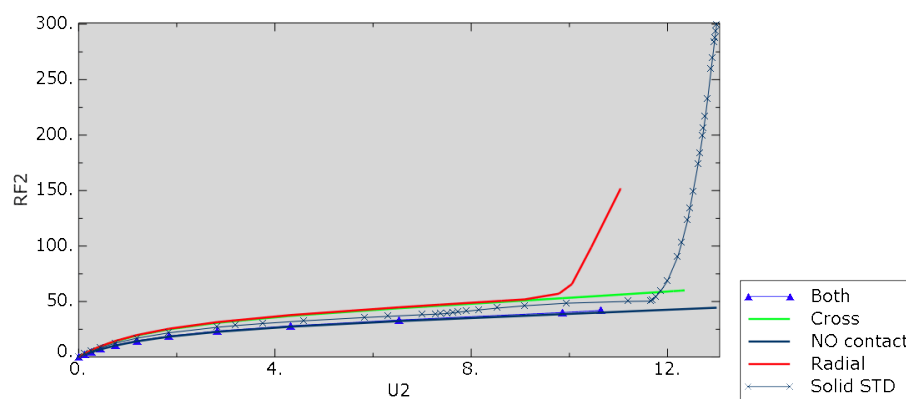


Figura 3.24: Confronto RF2 tra diverse formulazioni di contatto, analisi solida STD (**Solid STD**) e analisi BEAM senza contatto (**NO contact**)

Analizziamo graficamente le deformate per comprendere meglio l'azione delle diverse formulazioni.

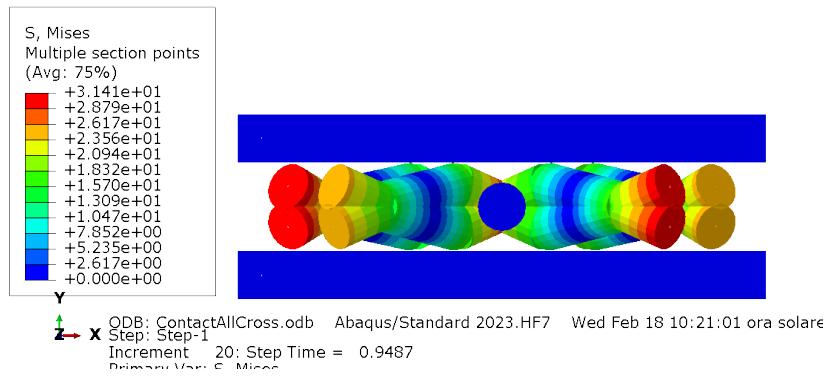


Figura 3.25: Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto **Cross**

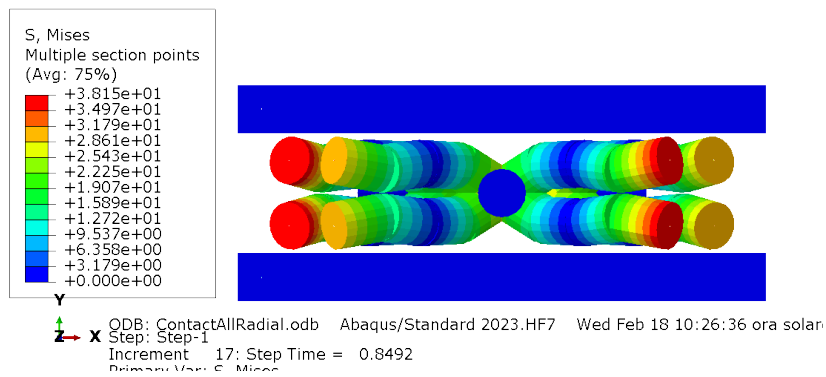


Figura 3.26: Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto **Radial**

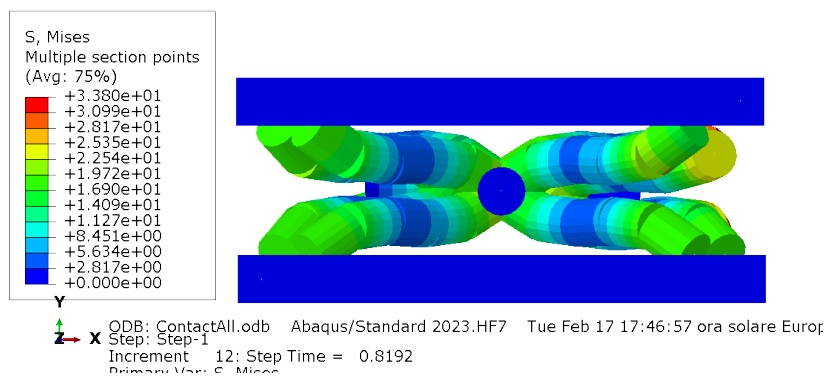


Figura 3.27: Deformata in vista XY Ford BEAM STD contatto **Both**

In ordine di rappresentazione:

- Formulazione **Cross** (Figura 3.25): risulta la meno accurata delle tre in quanto, come si nota dalla deformata, non è adatta a catturare il contatto tra le travi parallele che finiscono così per attraversarsi terminando l'analisi
- Formulazione **Radial** (Figura 3.26): migliore gestione del contatto a travi parallele ma totale assenza di precisione negli incroci centrali, da Figura 3.24 si evince che la compattazione della struttura inizia precocemente rispetto al caso ad elementi solidi
- Formulazione **Both** (Figura 3.27): anche dal grafico risulta la via corretta da seguire, la simulazione è rallentata dal calcolo dei contatti nelle zone centrali di incrocio e vicino ai **Couplings** dei vertici

**Soluzione Finale BEAM STD** La soluzione ai problemi elencati in precedenza è stata raggiunta utilizzando la geometria in Figura 3.4 effettuando delle partizioni alle zone di incrocio/contatto iniziale ed escludendo queste ultime dal **General Contact**.

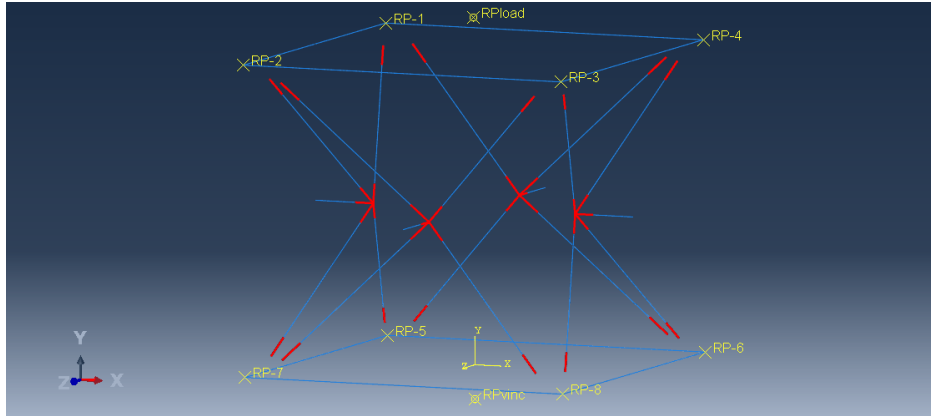


Figura 3.28: Cella Ford BEAM con partizioni (in rosso) escluse dal General Contact

L'esclusione dalla formulazione del contatto delle zone evidenziate è avvenuta tramite il *tool* **Excluded Surface Pairs** nel **General Contact**, sono state escluse un totale di 88 coppie di superfici dal contatto.

La scelta degli elementi finiti è ricaduta sugli elementi strutturali ibridi di tipo trave **B32H** che, grazie alla loro migliore stabilità numerica su materiali iperelastici semi-incomprimibili come nel nostro caso accoppiata ad una

migliore gestione delle grandi deformazioni su piccoli spostamenti, dovuta all'inserimento della pressione assiale come incognita indipendente, risultano il miglior compromesso.

Per formulare il contatto **Edge-to-edge** è stata usata la configurazione **Both**, le zone evidenziate, e la restante parte di trave obliqua, sono state meshate ognuna con 4 elementi **B32H**, per quanto riguarda le due basi a sezione quadrata ogni lato è stato meshato con 2 elementi dello stesso tipo; la restante parte dei cilindri orizzontali è stata discretizzata invece con due elementi, per un totale sull'intera struttura di 232 elementi **BEAM** quadratici ibridi.

Si riporta un confronto tra i risultati ottenuti per quest'ultima simulazione e la soluzione iniziale e corretta **Solid STD**. Di seguito vediamo la deformata finale.

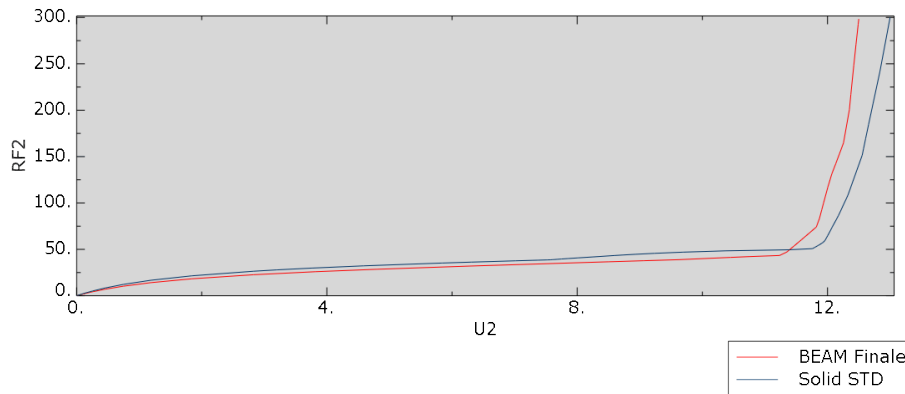


Figura 3.29: Confronto RF2 modello finale Ford BEAM

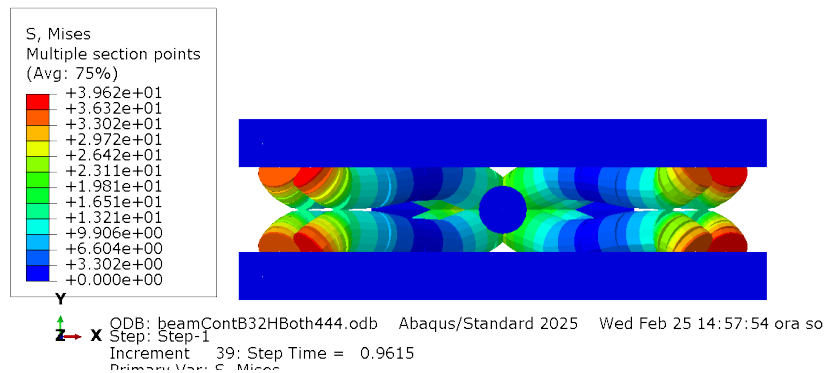


Figura 3.30: Deformata in vista XY Ford BEAM STD finale

Come notiamo dalle ultime due figure sia il grafico della reazione vincolare sia la deformata si avvicinano alla soluzione solida vista in precedenza e per questo la semplificazione del modello con elementi **BEAM** viene ritenuta valida, anche a fronte dei tempi computazionali largamente ridotti (Tabella 3.4).

Tipo	n° Elem.	GDL	Wallclock Time [min]
<b>Medium</b> (Solid)	18495	233826	~ 59
<b>BEAM</b>	232	5223	~ 5

Tabella 3.4: Confronto soluzione modello solido Mesh Medium con soluzione finale Ford BEAM

### 3.3 Cella Song

La seconda struttura analizzata è la **cella Song** (Song et al. 2025), si tratta di un solido di rotazione derivante da una geometria rientrante a forma di stella.

Anche per questa cella sono state effettuate simulazioni **Abaqus/Standard** con elementi solidi continui e successivamente il modello è stato semplificato per condurre analisi su un vero e proprio metamateriale composto da 8 celle disposte in una matrice 4x2.

#### 3.3.1 Creazione del modello CAD

Il CAD della struttura è stato affidato inizialmente al software **Inventor Professional** per poi spostarci direttamente sulla modifica delle dimensioni all'interno dello *Sketcher* di **Abaqus/CAE** per evitare di esportare una geometria per ogni simulazione.

Di seguito vediamo i dimensionamenti per le celle analizzate, **Sx** per strutture a cella singola discretizzate con elementi solidi continui e **Ax** per modelli assialsimmetrici multicella; le dimensioni sono riferite al modello CAD della singola cella caratteristica in Allegato B.

Dopo le relative tabelle si riporta la rappresentazione delle singole strutture, consultabile anche in Allegato C e Allegato D.

Nome	tp [mm]	ts [mm]	$\gamma$ [°]	h [mm]	H [mm]
S1	3	1,5	65	2	20
S2	1	1	65	3	20
S3	1	1	65	4	20
S4	2	1	65	4	20

Tabella 3.5: Strutture **simulazioni solide** Song

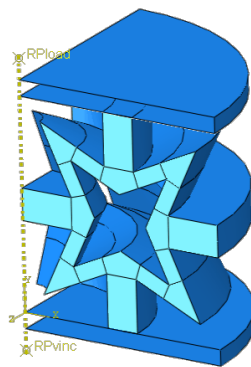


Figura 3.31: S1

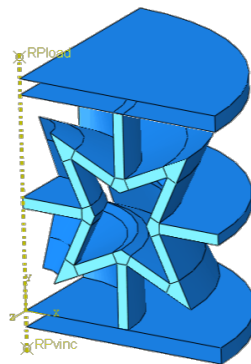


Figura 3.32: S2

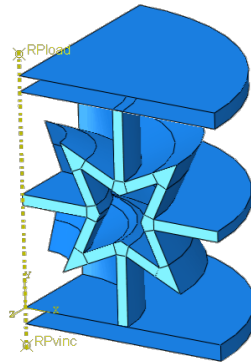


Figura 3.33: S3

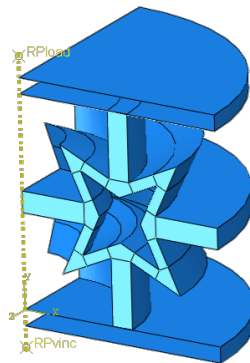


Figura 3.34: S4

Nome	tp [mm]	ts [mm]	$\gamma$ [°]	h [mm]	H [mm]
A1	0,6	0,3	65	0,8	5
A2	0,6	0,3	65	1	5
A3	0,6	0,3	60	0,7	5
A4	0,7	0,35	60	0,7	5
A5	0,7	0,35	65	0,9	5

Tabella 3.6: Strutture **simulazioni assialsimmetriche** Song

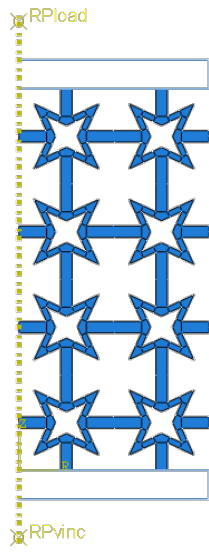


Figura 3.35: A1

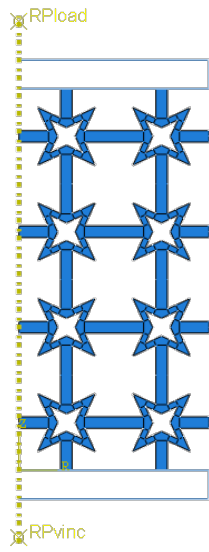


Figura 3.36: A2

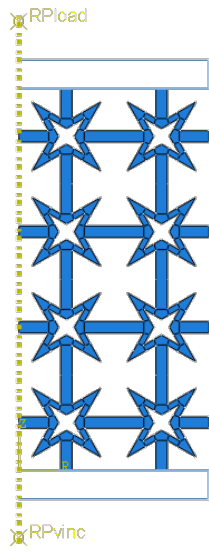


Figura 3.37: A3

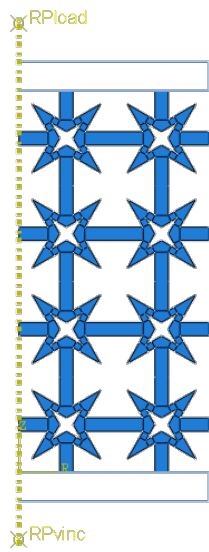


Figura 3.38: A4

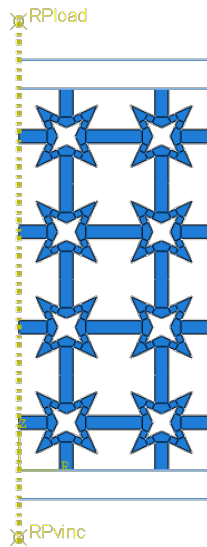


Figura 3.39: A5

Per entrambi i casi gli sketch di partenza (cella unitaria) sono inscrittabili in un quadrato di dimensioni  $H \times H$ . Come visto in precedenza le simulazioni assialsimmetriche sono state svolte su una matrice di metamateriale composta da 2 celle sull'asse X e 4 celle sull'asse Y. L'altezza totale delle strutture è stata fissata a  $20 \text{ mm}$  come per la cella **Ford** vista in precedenza. L'ingombro laterale della struttura è invece diverso per le due analisi effettuate, trattandosi di strutture ottenute per rivoluzione abbiamo diametri pari a:  $40 \text{ mm}$  ( $2 \cdot H$ ) per le strutture a elementi solidi e  $20 \text{ mm}$  ( $4 \cdot H$ ) per le strutture assialsimmetriche.

Le simulazioni di queste strutture hanno visto anche la presenza di due componenti aggiuntivi, parliamo di due **corpi rigidi**, uno superiore e uno inferiore, che hanno costituito le basi della struttura sulle quali è stato imposto lo spostamento. Nello specifico nelle simulazioni solide le basi sono state realizzate come solidi indeformabili di tipo **Shell** per rivoluzione, mentre per il caso assialsimmetrico sono stati disegnati come corpo indeformabile di tipo **Wire** assialsimmetrico.

Nel caso solido è stata testata per semplicità solo  $\frac{1}{4}$  della cella, ottenuta quindi per rivoluzione di  $90^\circ$  della cella unitaria, al fine di semplificare, come vedremo, l'applicazione delle condizioni al bordo.

I corpi rigidi in entrambi i casi sono stati comandati da un *Reference Point* ciascuno, a cui, come per le simulazioni precedenti, è stato affidato un vincolo (**RP\_vinc**) e uno spostamento (**RP\_load**).

### 3.3.2 Mesh e Simulazioni

Le partizioni della faccia relativa alla cella (sketch 2D) sono state affidate ad un *tool* **Abaqus/CAE** denominato **Auto-Partition** che ci ha permesso di introdurre delle partizioni automatiche in modo tale da poter usufruire di una mesh di tipo **Structured** per entrambi i casi in studio.

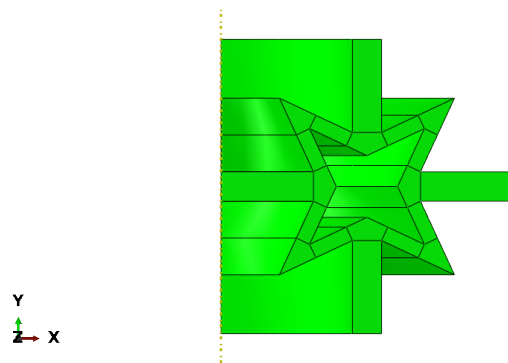


Figura 3.40: Esempio di partizione della cella Song

Di seguito si riporta un esempio di mesh su una cella solida e una tabella relativa alle mesh utilizzate per il caso solido e per il caso assialsimmetrico.

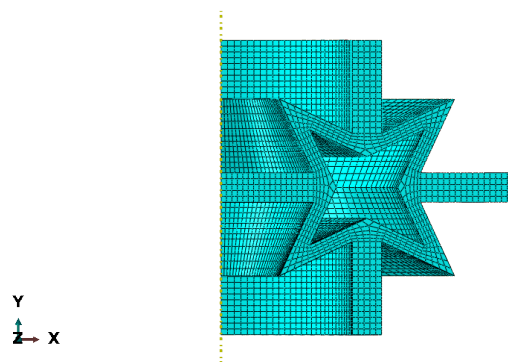


Figura 3.41: Esempio di mesh della cella Song

Nome	n° Elem.	di cui distorti (%)	Tipo Elem.
<b>S1</b>	31987	~ 0,86	<b>C3D20RH</b>
<b>S2</b>	25136	~ 0,58	//
<b>S3</b>	25170	~ 0,68	//
<b>S4</b>	23799	~ 0,65	//
<b>A1</b>	7168	~ 0,45	<b>CAX8RH</b>
<b>A2</b>	2768	~ 1,16	//
<b>A3</b>	3109	~ 8,04	//
<b>A4</b>	3697	~ 5,19	//
<b>A5</b>	3360	~ 0,95	//

Tabella 3.7: Dati sulle mesh analisi Song

Come per la cella precedente gli elementi distorti espressi in percentuale sono dovuti alla geometria della cella e rappresentano la frazione di elementi distorti in partenza, in particolar modo insorgono problemi laddove si presentano angoli acuti da discretizzare con elementi esagonali.

### 3.3.2.1 Simulazioni STD Solide

Con simulazioni solide intendiamo le analisi effettuate sulla cella ottenuta come solido di rivoluzione con un angolo di  $90^\circ$  e discretizzata con elementi solidi 3D esaedrici del tipo **C3D20RH**. Come spiegato in precedenza la scelta di svolgere questo tipo di simulazioni su un quarto della geometria totale deriva dall'esigenza di abbassare i tempi di calcolo. La scelta di una rivoluzione di  $90^\circ$  è stata fatta per facilitare la scelta dei vincoli della struttura, necessari a tradurre l'assialsimmetria, inseriti come segue:

- Blocco di **U3** sulla faccia XY
- Blocco di **U1** sulla faccia YZ

Inserendo queste condizioni abbiamo impedito che le facce indicate si muovessero indesideratamente durante la compressione.

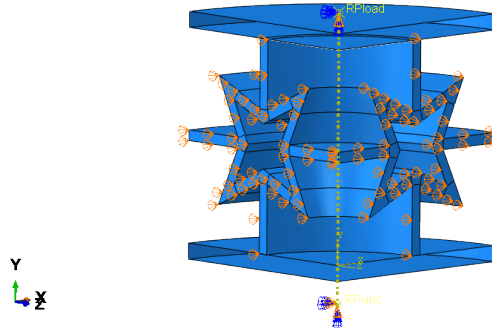


Figura 3.42: Condizioni ai bordi della cella Song (solido)

Una volta fatto ciò abbiamo imposto ai due corpi rigidi (top e bottom) gli stessi vincoli e spostamenti visti in Sottosezione 3.2.2; abbiamo deciso di mantenere la discesa impostata per la cella precedente, pari a  $-13\text{ mm}$ , benché a causa della geometria della cella ci aspettassimo che la discesa si interrompesse prima di questo valore.

L'interruzione delle analisi è dovuta alla particolare geometria in gioco, una volta chiusa su se stessa la forma della cella diventa quasi incomprimibile se non con una flessione eccessiva delle aste verticali di larghezza  $tp$  che porta alla conclusione dell'analisi per eccessiva distorsione.

Analizziamo le deformate ottenute e un confronto sui grafici delle reazioni vincolari.

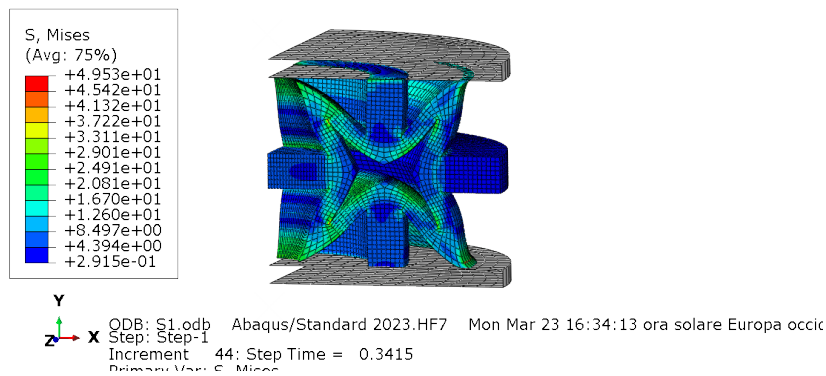


Figura 3.43: Deformata S1

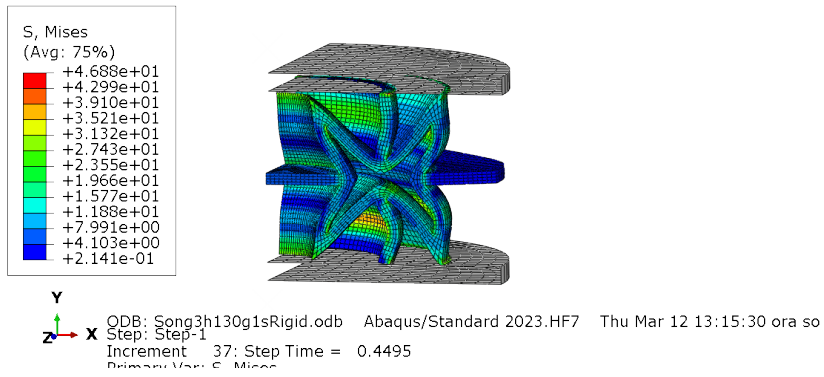


Figura 3.44: Deformata S2

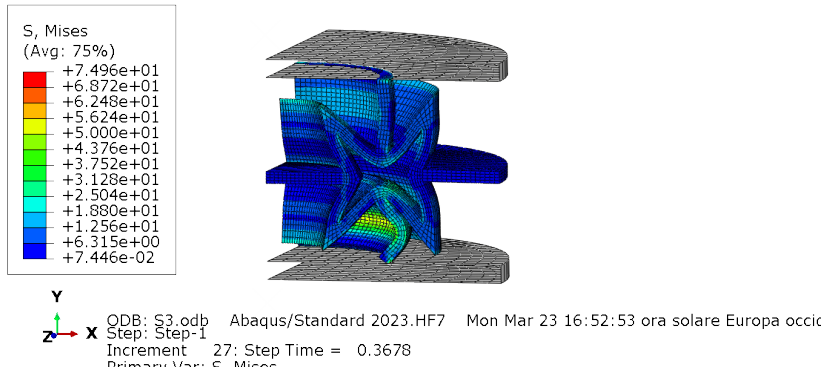


Figura 3.45: Deformata S3

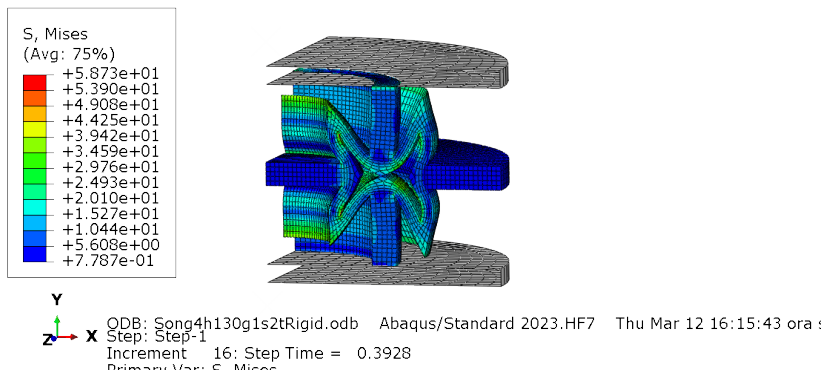


Figura 3.46: Deformata S4

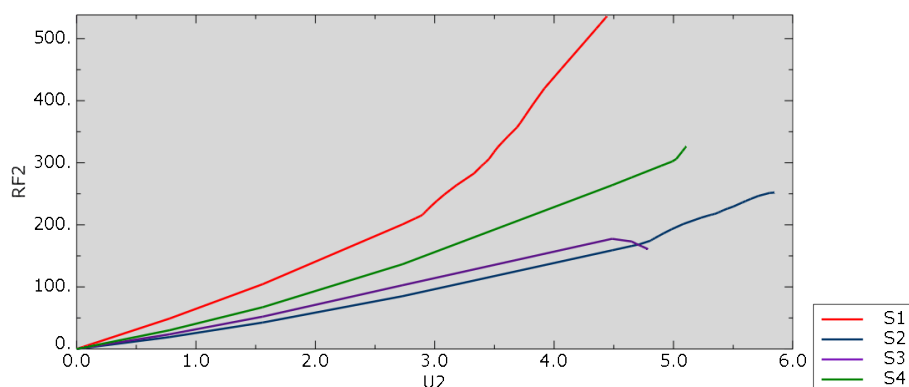


Figura 3.47: Confronto RF2 modelli solidi Song

La struttura **S1** sembra a tutti gli effetti essere la più rigida, a circa 4 mm di compressione essa arriva infatti ad esprimere una forza di quasi 600 N, questo la rende una cella ideale per le zone del piede sotto forti stress, considerando il fatto che l'interruzione dell'analisi non corrisponde fisicamente al punto di rottura della nostra struttura.

Le strutture con valori di  $tp$  più elevati (**S1** e **S4**) si deformano in maniera più composta a causa della maggiore rigidità espressa dalla sezione trasversale.

La deformata di **S3** (Figura 3.45) rappresenta chiaramente il ruolo che i valori di  $tp$  e  $h$  assumono nella rigidità della cella, la zona verticale a contatto con il corpo rigido *bottom* si flette a causa della bassa portata della sezione.

Di seguito si descrive la creazione del modello semplificato assialsimmetrico e si riportano i tempi computazionali a confronto in Tabella 3.8.

### 3.3.2.2 Simulazioni STD Assialsimmetriche

Le simulazioni di tipo assialsimmetrico rappresentano una delle scorciatoie più valide per ridurre il costo computazionale di analisi 3D su solidi di rivoluzione; esse si basano sulla riduzione del problema tridimensionale ad uno bidimensionale, a patto che vengano rispettate delle simmetrie di vincolo e di carico. La modellazione della geometria avviene rappresentando solo la sezione trasversale della struttura, questo permette di condurre uno studio planare dei comportamenti, con la possibilità di visualizzare in *post-processing* l'intera struttura.

Per la nostra analisi abbiamo realizzato il disegno della sezione tramite una rappresentazione di tipo **Shell**, meshata poi con elementi solidi planari assialsimmetrici di tipo **CAX8RH**.

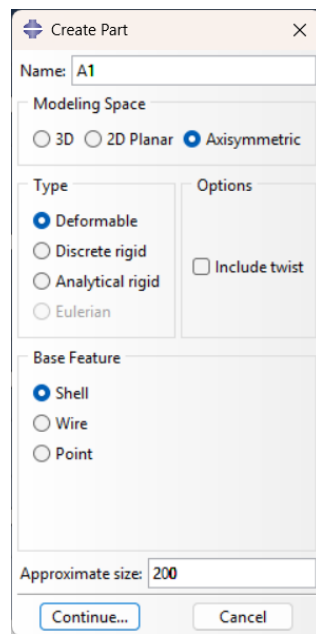


Figura 3.48: Creazione della sezione trasversale Song Axisymmetric

Per effettuare correttamente un'analisi assialsimmetrica occorre che i nodi in corrispondenza dell'asse di assialsimmetria siano bloccati in direzione radiale (**U1**) per riflettere la continuità del materiale in quei punti.

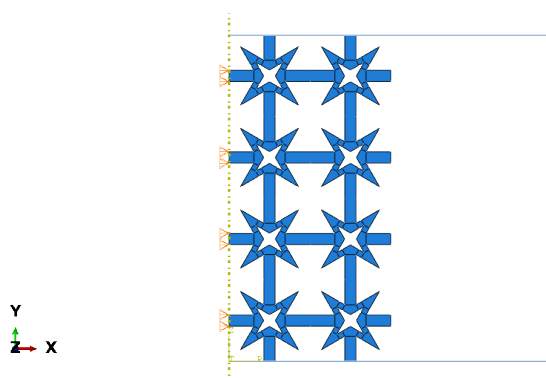


Figura 3.49: Condizione al bordo cella Song (Assialsimmetrica)

Ai due corpi rigidi inferiore e superiore sono stati applicati gli stessi vincoli e spostamenti visti in precedenza; valutiamo quindi le deformate per ogni struttura in Allegato D.



Figura 3.50: Deformata A1

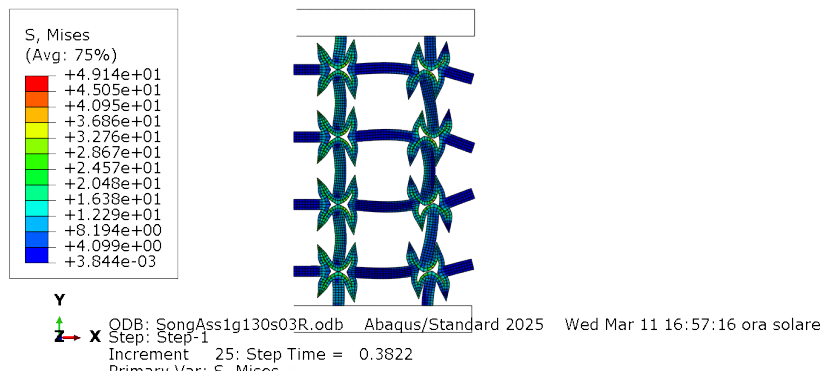


Figura 3.51: Deformata A2

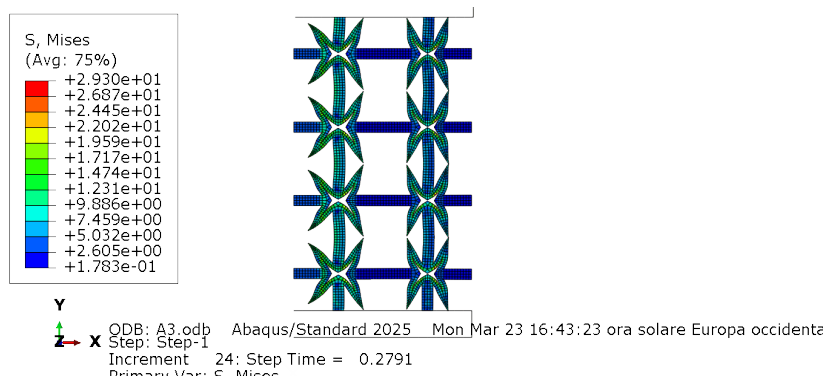


Figura 3.52: Deformata A3

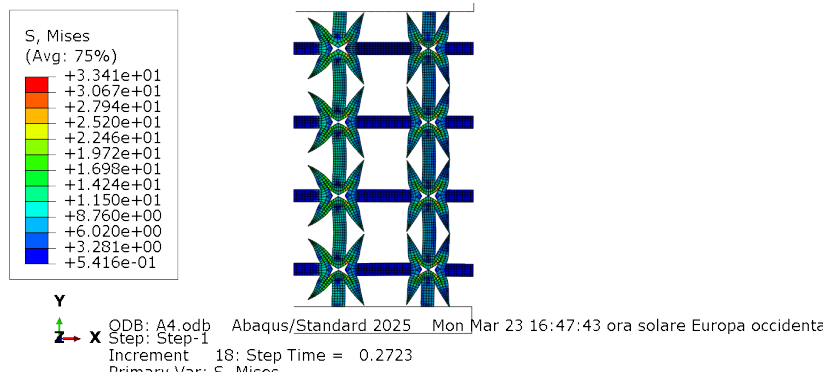


Figura 3.53: Deformata A4

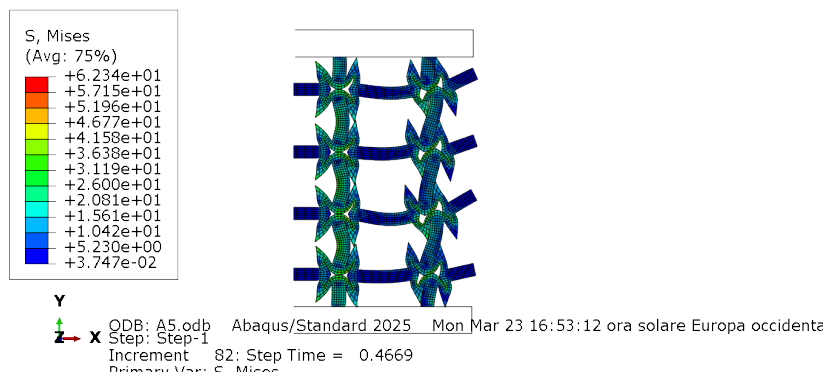


Figura 3.54: Deformata A5

Valutiamo dunque infine i valori di **RF2** per i vari modelli rappresentati e per concludere analizziamo le differenze computazionali tra i modelli solidi e quelli assialsimmetrici.

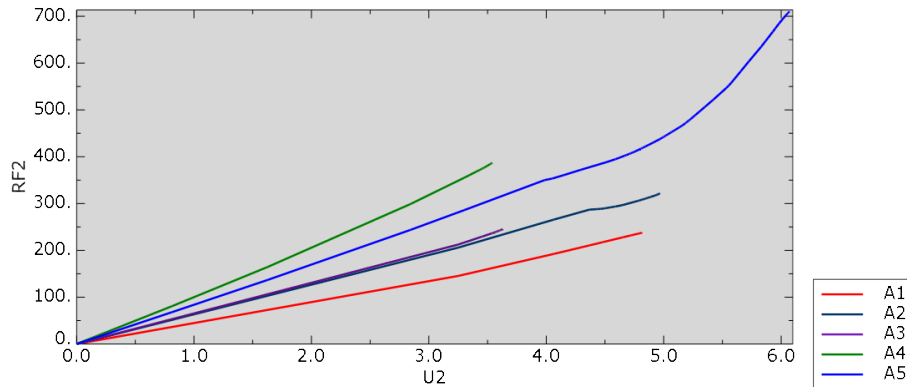


Figura 3.55: Confronto RF2 modelli Assialsimmetrici Song

Nome	GDL	Wallclock Time [min]
<b>S1</b>	595246	~ 345
<b>S2</b>	480101	~ 160
<b>S3</b>	482865	~ 135
<b>S4</b>	455613	~ 93
<b>A1</b>	71564	~ 2
<b>A2</b>	29524	~ 2
<b>A3</b>	35717	~ 2
<b>A4</b>	40781	~ 3
<b>A5</b>	34972	~ 9

Tabella 3.8: Confronto computazionale modelli solidi e assialsimmetrici Song

Come dimostrato dai dati in Tabella 3.8 la soluzione assialsimmetrica risulta un'alternativa valida per la simulazione di strutture multicella che se testate come nel caso classico (elementi solidi continui) richiederebbero tempi computazionali molto elevati.

Per concludere si nota come l'analisi assialsimmetrica sulla struttura **A5** sia quella che esprime un valore di **RF2** più elevato anche a seguito di una notevole deformazione della struttura iniziale, l'analisi arriva ad un abbassamento di circa 6 mm superando i 700 N, ciò è reso possibile dai valori di  $h$  e  $ts$  della cella che provocano la deformazione in Figura 3.54, a causa dei valori geometrici la cella risulta dunque più rigida. Le altre simulazioni effettuate si interrompono nel momento in cui gli spigoli della stella si toccano e questo genera errori numerici che rallentano l'analisi fino a sfiorare il nu-

mero massimo di iterazioni o il valore minimo di  $\Delta t$ , incremento temporale dell'analisi.

## 4 Conclusioni

---

Alla luce dei risultati riportati nel precedente capitolo riguardanti le simulazioni di due celle Auxetiche (**Ford e Song**) in compressione e sulla base degli studi riportati in Capitolo 2, la conclusione del presente lavoro riguarda la progettazione dei posizionamenti dei metamateriali analizzati in una **midsole** da running. La scelta e la disposizione di questi metamateriali è stata effettuata basandosi sul lavoro di Ali, Nazir e Jeng 2020, grazie al quale abbiamo potuto identificare quante e quali celle disporre nella nostra inter-suola. Nello specifico il lavoro citato segue la progettazione di una **midsole** composta da molle di diversa rigidità per una scarpa da running costruita sulla base delle pressioni registrate durante la corsa di un atleta di 27 anni, dal peso di 58 kg e altezza di 168 cm. Ciò che più risulta interessante al fine di questo progetto è la suddivisione del piede in 5 diverse zone in base alle sollecitazioni registrate (Figura 2.12a).

Nome zona	Forza Totale [N]
<b>Thumb</b> (Toe-off)	360
<b>Forefoot</b> (Impact Peak)	620
<b>Midfoot 1</b>	340
<b>Midfoot 2</b>	300
<b>Rearfoot</b> (Touchdown)	450

Tabella 4.1: Zone del piede e corrispettiva forza totale registrata per suola **VDS** (Ali, Nazir e Jeng 2020)

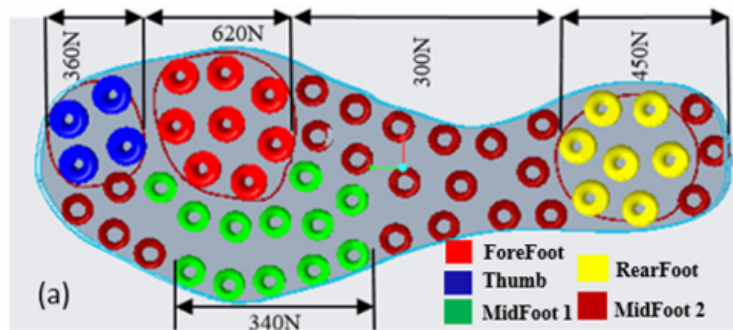


Figura 4.1: Divisione in zone della **midsole** da report (Ali, Nazir e Jeng 2020)

Non disponendo di dati sulla velocità di corsa sostenuta durante i test da cui sono state estratte le distribuzioni di pressioni e tenendo presente l'andamento quasi lineare dell'Impact Peak con il passo dell'atleta (Figura 1.12) è stato deciso di raddoppiare i valori di forza per le singole zone della **midsole**; basandosi sull'ipotesi che le forze scaricate a terra possono raggiungere anche valori pari a 4 volte il peso corporeo dell'atleta (**4BW**), sempre in dipendenza dalla velocità del passo e dallo stile di corsa di quest'ultimo, abbiamo scelto il tipo e la disposizione delle celle basandoci sulla forza espressa da ciascuna di esse a circa  $4\text{ mm}$  di compressione, in questo modo abbiamo potuto disporre le celle più rigide e stabili nelle zone più critiche.

Nella stesura dei posizionamenti sono state utilizzate entrambe le celle analizzate precedentemente (**Ford** e **Song**) al fine di assicurare la migliore distribuzione possibile degli sforzi ed avere così una suola equilibrata in funzione delle 5 zone di pressione precedentemente individuate.

Vediamo il disegno di base della suola con la relativa suddivisione in zone, successivamente una tabella con i tipi di cella distribuiti e un'approssimazione delle forze totali per ogni zona.

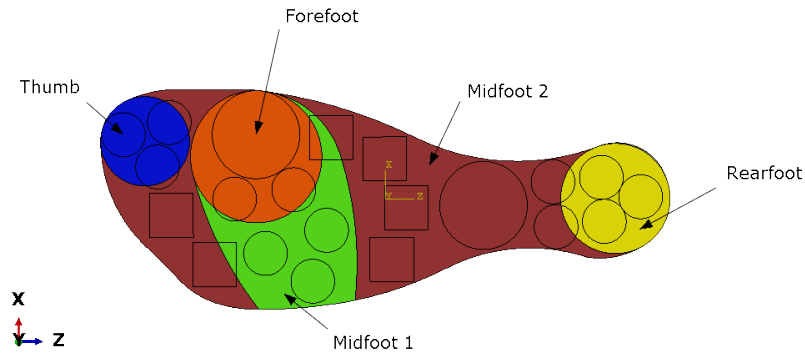


Figura 4.2: Divisione in zone della **midsole**

Nome zona	Tipo Celle	n° Celle	Forza Totale [N]
Thumb	A1	1	~ 720
	A2	2	
Forefoot	S1	1	~ 1200
	A5	2	
Midfoot 1	A1	2	~ 680
	A5	1	
Midfoot 2	Ford	6	~ 600
	S2	1	
	A1	2	
Rearfoot	A2	3	~ 900

Tabella 4.2: Composizione della **midsole**

I valori di forza totale riportati in Tabella 4.2 sono intesi ad una compressione delle celle di circa  $4\text{ mm}$  come sottolineato in precedenza.

Visualizziamo ora la **midsole** nella sua interezza con le diverse tipologie di celle inserite nella posizione pensata e divise per colore in base al tipo. Risulta necessario specificare che alla base della **midsole** è stata aggiunta una **outsole** di spessore  $2\text{ mm}$  per sostenere le celle e agevolare il lavoro di suddivisione delle zone, risulterà poi necessario l'inserimento finale di una **insole** (parte superiore) per regolare la forma della suola a contatto con il piede. Le dimensioni generali della suola sono state estratte dal lavoro di

Ali, Nazir e Jeng 2020 considerando una lunghezza totale di circa 260 *mm* corrispondenti ad una numerazione europea di scarpa pari ad un 40-41.

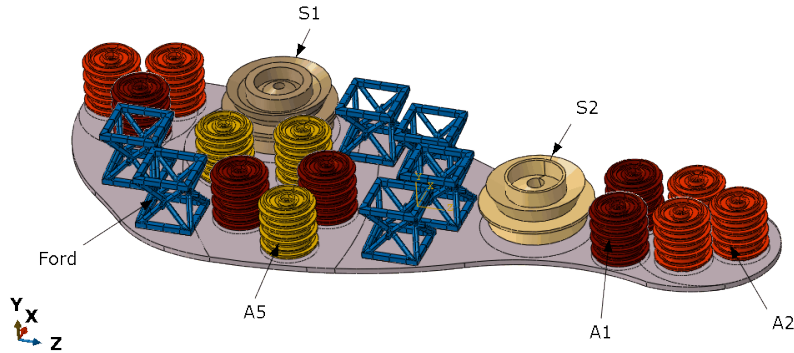


Figura 4.3: Rappresentazione finale della **midsole**

Come si nota dalla Figura 4.3 la cella **Ford** è stata inserita come struttura isolata dalle altre, senza rientrare in una struttura multicella, a causa delle sue dimensioni che non ne avrebbero permesso l'inserimento. Il comportamento di tale cella nell'insieme della suola rispecchia dunque la sua funzionalità "Stand Alone" già stabilita durante l'inserimento dei vincoli nelle simulazioni viste in Sezione 3.2.

## 4.1 Considerazioni finali

In conclusione, dopo aver definito forma e composizione dell'intersuola in studio risulta necessario fare delle considerazioni sulla realizzabilità ed effettiva validità del prototipo, al fine di agevolarne sviluppo e ottimizzazione futuri.

**Massa della suola** Per quanto riguarda la massa della **midsole** progettata riportiamo preliminarmente la massa delle singole celle utilizzate e a seguire la massa totale del prototipo, calcoli effettuati tramite il software **Abaqus/CAE** sulla base del materiale **TPU95A** e i suoi dati elencati in Sezione 3.1.

Nome	Massa [g]
<b>S1</b>	11,5
<b>S2</b>	5,92
<b>A1</b>	2,25
<b>A2</b>	2,17
<b>A5</b>	2,52
<b>Ford</b>	1,43
<b>Totale</b>	~ 55,66

Tabella 4.3: Massa delle singole celle e massa totale della **midsole**

La massa totale riportata di circa 55 [g] è riferita al solo metamateriale utilizzato, questo costituisce la struttura della nostra intersuola e sarà la porzione di suola che impatterà maggiormente sul peso totale, considerando la presenza, a prototipo finito, di ulteriori **outsole** e **insole**. Il peso, nell'ottica di ottenere una scarpa più leggera possibile, è considerato positivamente valutando la massa delle intersuole presenti sul mercato; soles commerciali in **TPU** espanso possono arrivare a 200-300 [g] considerando la struttura totale della suola, questo rende il modello realizzato promettente sotto il punto di vista della realizzabilità.

**Stampa 3D** Uno dei punti di forza dei materiali e delle strutture analizzate è la possibile realizzazione dei pezzi tramite stampa 3D. Il materiale scelto è tra i più comuni in questo ambito, specialmente per le tecnologie a filamento (**FFF**), come già riportato in precedenza possiede un ottimo punto di fusione che lo rende perfetto per questi tipi di stampa e in più è un materiale largamente testato ed utilizzato oltre che economico, il suo prezzo è di 0,06-0,22 €/m che corrisponde circa a 20,00-70,00 € per bobine da 1 kg.

Valutando invece la realizzabilità dal punto di vista delle tolleranze e sensibilità di stampa la tecnologia **FFF** dispone di stampanti con risoluzione degli assi fino a 0,015 mm e spessori minimi di stampa di circa 0,05 mm, per le strutture disegnate tali valori sono accettabili e quindi si considera tale tecnologia compatibile per la produzione di un prototipo della nostra **midsole**.

**Altri utilizzi** Come visto in Capitolo 2 i metamateriali auxetici hanno tutt'oggi numerosi utilizzi in ambito biomedico e sportivo, una suola con queste caratteristiche potrebbe inserirsi non solo in ambito running come è stata pensata ma, dopo opportune analisi sull'attenuazione degli impatti, andare

a posizionarsi anche come dispositivo biomedico per il recupero da infortuni, come soluzione per patologie già citate come il piede diabetico o altre relative agli arti inferiori seguendo la strada degli studi visti in precedenza (Zhang et al. 2024; Zhou et al. 2023).

L'adattabilità e versatilità delle strutture è sicuramente il punto di forza di questi metamateriali, cambiando di poco gli angoli o gli spessori delle geometrie si ottengono caratteristiche e curve di resistenza completamente diverse, la caratterizzazione dinamica e i test sui prototipi risultano di fondamentale importanza.

**Ottimizzazione** Al fine di ottenere dei dati sempre più rilevanti e attendibili prima della produzione di un prototipo sarà necessario effettuare dei test dinamici accurati tramite **FEM**. Le analisi dinamiche tramite il solutore esplicito permettono di ottenere risultati dipendenti dal tempo, specialmente in dipendenza dalla velocità di applicazione del carico, dato fondamentale in vista dell'utilizzo previsto per la **midsole** sviluppata. In vista di questo tipo di analisi sarà dunque necessario andare a modellare la *viscoelasticità* del nostro materiale, ossia il comportamento che esso possiede nei confronti delle diverse velocità di carico (Pelayo et al. 2021).

Una volta effettuato questo passaggio sarà interessante, oltre che testare la suola nella sua interezza, effettuare delle simulazioni sui *cicli di isteresi* delle singole strutture, in modo da valutare la dissipazione di energia di ognuna di esse, dato che abbiamo visto essere fondamentale nello sviluppo di una suola nella sua interezza.

Al termine di questi ulteriori controlli e simulazioni la suola sarà pronta per la stampa e i test sui prototipi. Il processo simulativo è una risorsa non solo utile ma fondamentale in casi come questo, grazie ad esso si possono evitare produzioni dai costi non necessari, per esempio per testare delle strutture al punto di rottura. Le simulazioni numeriche permettono di identificare un prodotto valido nella sua interezza ancora prima che esso venga realizzato, per questo rappresentano una strada da sfruttare nello sviluppo di qualsiasi componente industriale.



# Bibliografia

---

- Ali, Mubasher, Aamer Nazir e Jeng-Ywan Jeng (2020). «Mechanical performance of additive manufactured shoe midsole designed using variable-dimension helical springs». In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 111.11–12, pp. 3273–3292. ISSN: 0268-3768, 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-020-06227-4.
- Carlson, R. E., L. L. Fleming e W. C. Hutton (2000). «The biomechanical relationship between the tendoachilles, plantar fascia and metatarsophalangeal joint dorsiflexion angle». In: *Foot & Ankle International* 21.1, pp. 18–25. ISSN: 1071-1007. DOI: 10.1177/107110070002100104.
- Ford, Ryan R. et al. (2022). «Effect of Simulated Mass-Tunable Auxetic Midsole on Vertical Ground Reaction Force». In: *Journal of Biomechanical Engineering* 144.11, p. 111007. ISSN: 0148-0731, 1528-8951. DOI: 10.1115/1.4054776.
- Fuentes Del Toro, Sergio et al. (2025). «Mechanical performance of 3D-printed TPU auxetic structures for energy absorption applications». In: *Polymer Testing* 143, p. 108669. ISSN: 01429418. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2024.108669.
- Guo, Chunxia et al. (2021). «The 3D-Printed Honeycomb Metamaterials Tubes with Tunable Negative Poisson's Ratio for High-Performance Static and Dynamic Mechanical Properties». In: *Materials* 14.6, p. 1353. ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma14061353.
- Imbalzano, Gabriele et al. (2016). «A numerical study of auxetic composite panels under blast loadings». In: *Composite Structures* 135, pp. 339–352. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.09.038.
- Li, Jing, Imjoo Jung e Sunhee Lee (2024). «Analysis of plantar pressure of midsole prepared by 3d printed biomimetic structures with different densities». In: *Fashion and Textiles* 11.1, p. 35. ISSN: 2198-0802. DOI: 10.1186/s40691-024-00402-x.
- Luo, Geng et al. (2009). «Improved footwear comfort reduces oxygen consumption during running». In: *Footwear Science* 1.1, pp. 25–29. ISSN: 1942-4280, 1942-4299. DOI: 10.1080/19424280902993001.

- Ma, Ruiya et al. (2022). «Effects of Shoe Midfoot Bending Stiffness on Multi-Segment Foot Kinematics and Ground Reaction Force during Heel-Toe Running». In: *Bioengineering* 9.10, p. 520. ISSN: 2306-5354. DOI: 10.3390/bioengineering9100520.
- Naemi, Roozbeh e Nachiappan Chockalingam (2013). «Development of a method for quantifying the midsole reaction model parameters». In: *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 16.12, pp. 1273–1277. ISSN: 1025-5842, 1476-8259. DOI: 10.1080/10255842.2012.666795.
- Nigg, B. M. et al. (1987). «The influence of running velocity and midsole hardness on external impact forces in heel-toe running». In: *Journal of Biomechanics* 20.10, pp. 951–959. ISSN: 0021-9290. DOI: 10.1016/0021-9290(87)90324-1.
- Ortega, Justin A. et al. (2021). «Energetics and Biomechanics of Running Footwear with Increased Longitudinal Bending Stiffness: A Narrative Review». In: *Sports Medicine* 51.5, pp. 873–894. ISSN: 1179-2035. DOI: 10.1007/s40279-020-01406-5.
- Ou, Haihua e Shane Johnson (2024). «Boosting Energy Return Using 3D Printed Midsoles Designed With Compliant Constant Force Mechanisms». In: *Journal of Mechanical Design* 146.6, p. 062001. ISSN: 1050-0472, 1528-9001. DOI: 10.1115/1.4064164.
- Pelayo, Fernández et al. (2021). «Viscoelastic Behaviour of Flexible Thermoplastic Polyurethane Additively Manufactured Parts: Influence of Inner-Structure Design Factors». In: *Polymers* 13.14, p. 2365. ISSN: 2073-4360. DOI: 10.3390/polym13142365.
- Riddle, Daniel L. et al. (2003). «Risk factors for Plantar fasciitis: a matched case-control study». In: *The Journal of Bone and Joint Surgery. American Volume* 85.5, pp. 872–877. ISSN: 0021-9355. DOI: 10.2106/00004623-200305000-00015.
- Roy, Jean-Pierre R. e Darren J. Stefanyshyn (2006). «Shoe midsole longitudinal bending stiffness and running economy, joint energy, and EMG». In: *Medicine and Science in Sports and Exercise* 38.3, pp. 562–569. ISSN: 0195-9131. DOI: 10.1249/01.mss.0000193562.22001.e8.
- Song, Bai-Xuan et al. (2025). «Design and analysis of a novel star-shaped auxetic cylindrical metamaterial with excellent mechanical performance». In: *Engineering Structures* 332, p. 120047. ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120047.
- Sood, Mohit e Chang-Mou Wu (2023). «Influence of structural arrangements on static and dynamic properties of additively manufactured polyester elastomer lattice metamaterials». In: *Applied Materials Today* 35, p. 101933. ISSN: 23529407. DOI: 10.1016/j.apmt.2023.101933.

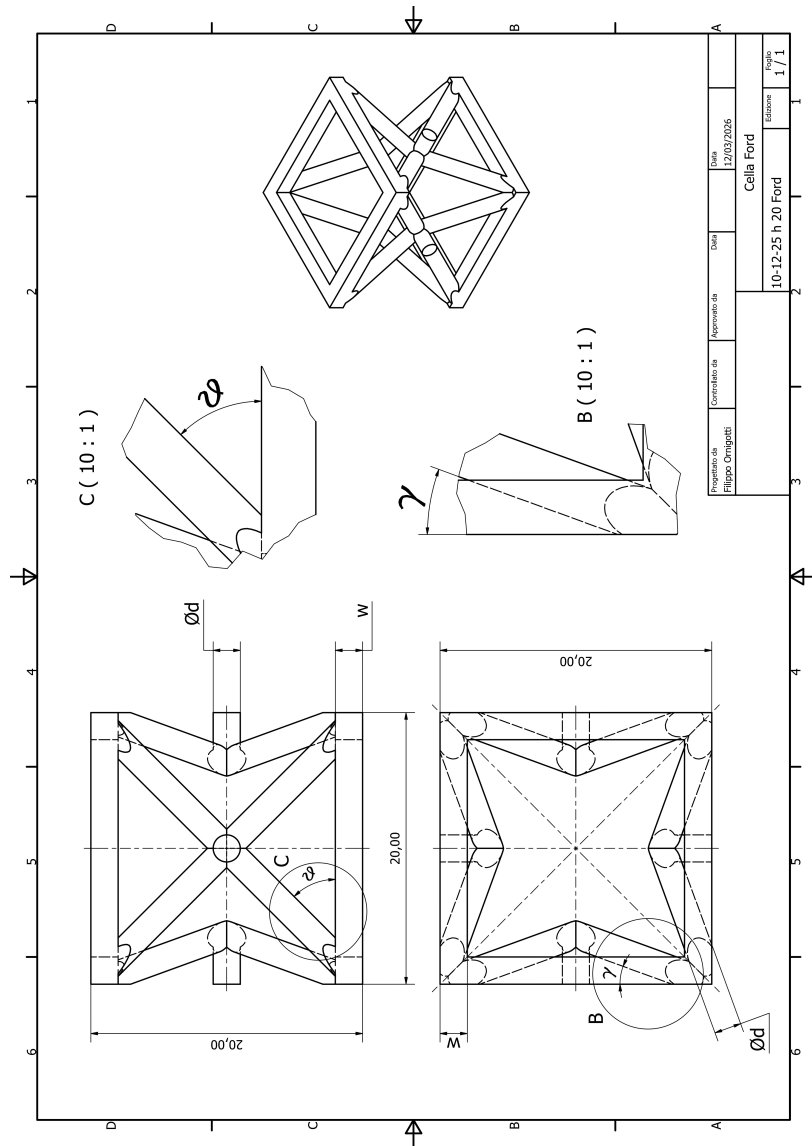
- Tan, Xiaojun et al. (2023). «Bioinspired Flexible and Programmable Negative Stiffness Mechanical Metamaterials». In: *Advanced Intelligent Systems* 5.6, p. 2200400. ISSN: 2640-4567, 2640-4567. DOI: 10.1002/aisy.202200400.
- Wang, Xiaoming et al. (2026). «Parametric Optimization of 3D-Printed Reentrant Metamaterials for Energy Absorption in Protective Sport Devices». In: *Advanced Engineering Materials* 28.3, e202502421. ISSN: 1438-1656, 1527-2648. DOI: 10.1002/adem.202502421.
- Willwacher, Steffen et al. (2014). «The gearing function of running shoe longitudinal bending stiffness». In: *Gait & Posture* 40.3, pp. 386–390. ISSN: 0966-6362. DOI: 10.1016/j.gaitpost.2014.05.005.
- Worobets, Jay et al. (2014). «Softer and more resilient running shoe cushioning properties enhance running economy». In: *Footwear Science* 6.3, pp. 147–153. ISSN: 1942-4280, 1942-4299. DOI: 10.1080/19424280.2014.918184.
- Yan, Chunze et al. (2014). «Advanced lightweight 316L stainless steel cellular lattice structures fabricated via selective laser melting». In: *Materials & Design* 55, pp. 533–541. ISSN: 02613069. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.10.027.
- Zhang, Jifa et al. (2024). «Pressure-Reducing Design of 3D-Printed Diabetic Shoe Midsole Utilizing Auxetic Lattice Structure». In: *Applied Sciences* 14.12, p. 5291. ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app14125291.
- Zhou, Qixuan et al. (2023). «Numerical Simulation of the Effect of Different Footwear Midsole Structures on Plantar Pressure Distribution and Bone Stress in Obese and Healthy Children». In: *Bioengineering* 10.11, p. 1306. ISSN: 2306-5354. DOI: 10.3390/bioengineering10111306.
- Zhu, Xiaolan et al. (2023). «Effects of Midsole Hardness on the Mechanical Response Characteristics of the Plantar Fascia during Running». In: *Bioengineering* 10.5, p. 533. ISSN: 2306-5354. DOI: 10.3390/bioengineering10050533.



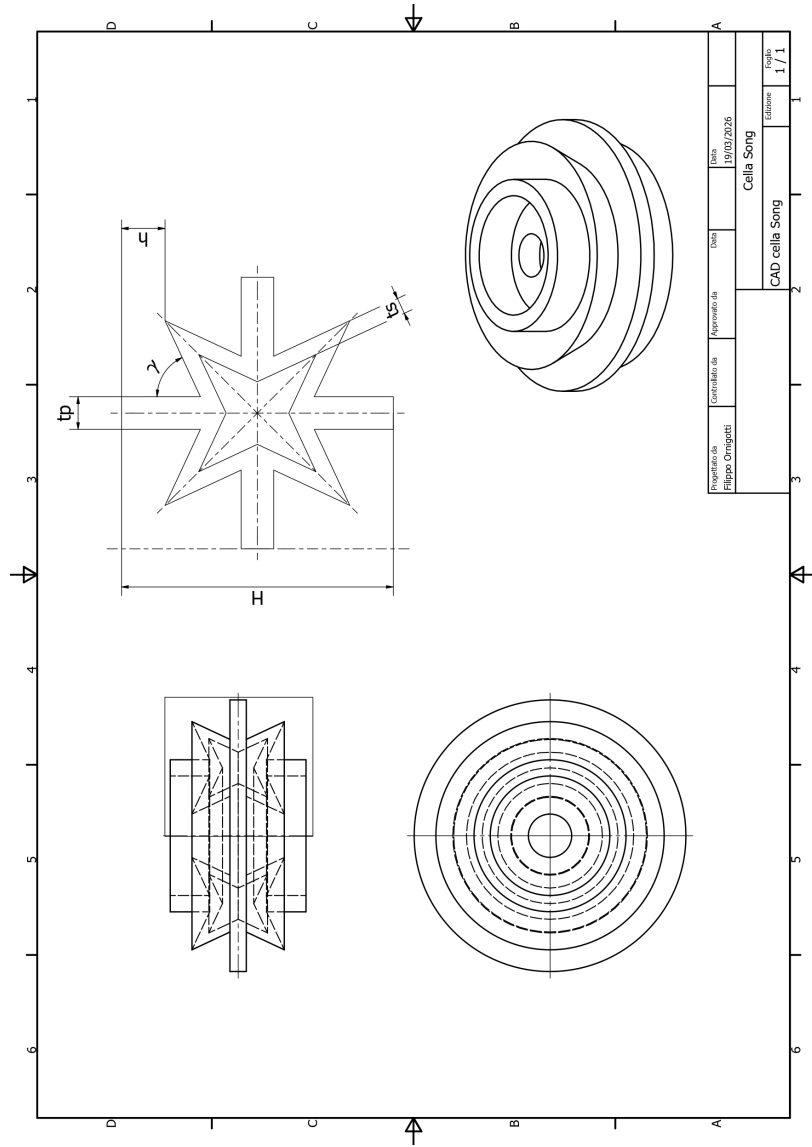
# Allegati

---

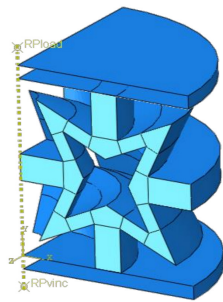
# A CAD Cella Ford



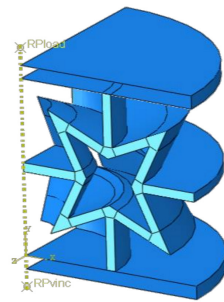
# B CAD Cella Song



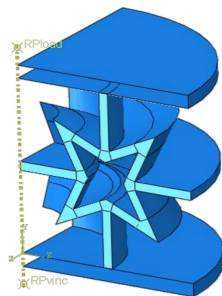
## C Cella Song Solide 3D



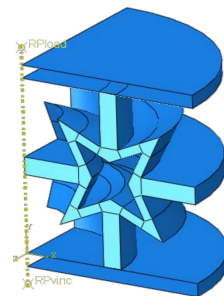
S1



S2



S3

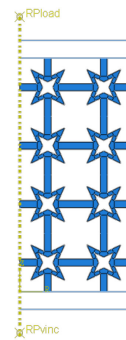


S4

## D Cella Song Assialsimmetriche



A1



A2



A3



A4



A5

