



UNIVERSITÀ
DI PAVIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA

ANALISI NON LINEARE DELLA RISPOSTA SISMICA DI RUDERI DI COSTRUZIONI
MONTANE IN PIETRA E SIMULAZIONI DI POSSIBILI INTERVENTI STRUTTURALI PER
IL RECUPERO

Candidato: Maria Dellapiazza

Relatore: Prof. Ing. Andrea Penna
Correlatore: Dr. Ing. Christian Salvatori
Correlatore: Dott. Ing. Alessia Furiosi

A.A. 2024/2025

INDICE

ABSTRACT	I
SOMMARIO	II
1. INTRODUZIONE	1
2. CASO STUDIO	3
2.1. Il contesto storico e geografico: il borgo di Ghesc	4
2.2. Definizione dell'Unità Strutturale	6
2.3. Caratterizzazione dei materiali	12
3. STRATEGIE DI MODELLAZIONE NUMERICA PER LA MURATURA STORICA	15
3.1. Modellazione numerica della muratura: approccio continuo e discontinuo	16
3.2. Il Metodo agli Elementi Distinti (DEM) e il codice di calcolo 3DEC	18
3.2.1. Formulazione del sistema discontinuo: blocchi e giunti all'interno del software di calcolo 3DEC	18
3.2.2. Formulazione delle equazioni del moto e ciclo di calcolo	22
3.2.3. Algoritmo di Integrazione e Stabilità numerica.....	25
3.3. Il Metodo a Telaio Equivalente e il codice di calcolo TREMURI	26
3.3.1. Risposta meccanica e leggi di danno dei maschi murari	27
3.3.2. Definizione degli elementi trave	34
3.3.3. Comportamento tridimensionale e modellazione dei diaframmi.....	35
3.3.4. Algoritmo di integrazione e stabilità numerica.....	38
4. MODELLAZIONE AD ELEMENTI DISTINTI DELLO STATO DI FATTO	42
4.1. Generazione del modello geometrico tramite il software Rhinoceros	43
4.2. Generazione del modello DEM.....	45
5. ANALISI PRELIMINARI DELLO STATO DI FATTO	49
5.1. Analisi statica e assestamento del modello	50
5.2. Analisi modale	51

6. ANALISI DINAMICA NON LINEARE (STATO DI FATTO)	56
6.1. Inquadramento normativo e parametri di pericolosità sismica.....	57
6.2. Definizione dell'azione sismica e selezione degli accelerogrammi	62
6.3. Integrazione delle equazioni del moto in regime non lineare	64
6.4. Impostazione dell'analisi dinamica in 3DEC.....	64
6.4.1. Modellazione della dissipazione energetica e smorzamento.....	65
6.4.2. Risultati della risposta sismica: quadri di danno.....	66
7. ANALISI DELLA VULNERABILITA' E VERIFICHE SEMPLIFICATE	69
7.1. Analisi statica non lineare	70
7.1.1. Analisi di sensibilità della triangolazione	71
7.1.2. Analisi comparativa delle curve di capacità e dei quadri di danno.....	73
7.1.3. Valutazione dell'efficienza computazionale	80
7.2. Validazione analitica: analisi cinematica.....	82
7.2.1. Analisi cinematica lineare	82
7.2.2. Analisi cinematica non lineare.....	87
8. MODELLAZIONE DELLO STATO DI PROGETTO (MODELLAZIONE EFM - TREMURI)	93
8.1. Costruzione del modello dell'unità strutturale in TREMURI.....	94
8.1.1. Definizione degli interventi previsti nello stato di progetto.....	94
8.1.2. Definizione della geometria.....	96
8.1.3. Caratterizzazione meccanica dei componenti: proprietà di maschi e fasce	101
8.1.4. Definizione del comportamento di piano: le membrane ortotrope	103
8.1.5. Analisi dei carichi e modellazione delle masse	107
8.2. Modellazione dell'aggregato strutturale	110
8.2.1. Definizione del modello nella configurazione collegata (FC)	110
8.2.2. Definizione del modello nella configurazione scollegata (WC).....	114
9. ANALISI DINAMICA NON LINEARE (STATO DI PROGETTO)	120
9.1. Impostazione dell'analisi dinamica in TREMURI	121
9.1.1. Modellazione della dissipazione energetica e smorzamento.....	121
9.2. Risultati della risposta sismica.....	123

9.2.1.	Valutazione dei cicli di isteresi	124
9.2.2.	Valutazione dei quadri di danno e meccanismi di collasso.....	128
9.2.3.	Valutazione dei fenomeni di interazione tra corpi di fabbrica	133
9.2.4.	Valutazione della risposta trasversale e della suscettibilità ai cinematismi fuori piano 134	
9.3.	Analisi critica della risposta globale e transizione al modello di singola parete	137
9.3.1.	Analisi numerica della singola parete: setup e modellazione.....	137
9.3.2.	Discussione dei risultati	143
10.	STRATEGIE DI INTERVENTO E ANALISI DI SENSIBILITÀ DEI RINFORZI	147
10.1.	Definizione degli interventi e criteri di modellazione	148
10.1.1.	Consolidamento tramite sistemi a secco in XLAM	149
10.2.	Analisi dei rinforzi locali all'interno del software: il contrasto dei meccanismi fuori piano 152	
10.2.1.	Chiusura strutturale del sistema a "C"	153
10.2.2.	Analisi di sensibilità sullo spessore del rinforzo.....	159
10.2.3.	Effetti dell'inserimento del solaio rigido	162
10.2.4.	Sintesi della proposta di intervento e validazione finale	170
11.	CONCLUSIONI.....	182
	RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI.....	187
	APPENDICE A	1
	APPENDICE B	11

INDICE DELLE FIGURE

Figura 2.1	Vista aerea del Borgo di Ghesc [3].....	3
Figura 2.2	Inquadramento geografico dell'area di studio.....	4
Figura 2.3	La "Casa del Prete" (2020) - Ghesc.....	5
Figura 2.4	La "Casa Lunga" o "Long House" (2026) - Ghesc.....	6
Figura 2.5	Particolare dell'interfaccia tra le due Unità.....	7
Figura 2.6	Viste dei fronti interni Ovest (sinistra) e Nord (destra) dell'edificio, con evidenza delle aperture originarie.....	8
Figura 2.7	Viste dei fronti interni Sud (sinistra) e Est (destra) dell'edificio, con evidenza dell'affioramento roccioso.....	8
Figura 2.8	Vista dall'alto del fronte Est.....	9
Figura 2.9	Dettaglio della sezione della parete Nord (sinistra) e prospetto esterno della medesima parete (destra).....	9
Figura 2.10	Pianta Piano Terra.....	10
Figura 2.11	Pianta Piano Primo.....	10
Figura 2.12	Pianta Piano Terra semplificata.....	11
Figura 2.13	Pianta Piano Primo semplificata.....	11
Figura 3.1	Modellazione della muratura: (a) macro-modellazione; (b) micro-modellazione semplificata [13].....	17
Figura 3.2	Rappresentazione modellazione DEM, Damiani et al. (2023) [21].....	19
Figura 3.3	Comportamento a taglio per il modello Mohr-Coulomb [1].....	21
Figura 3.4	Andamento parametri di resistenza in funzione dello sforzo normale agente sul giunto [1]..	21
Figura 3.5	Comportamento a trazione per il modello Mohr-Coulomb [1].....	22
Figura 3.6	Schema del ciclo di calcolo adottato all'interno di 3DEC [1].....	23
Figura 3.7	Cinematica del macroelemento non lineare [23].....	27
Figura 3.8	Legame costitutivo originale delle molle di interfaccia [24] (a) e legame costitutivo migliorato [26] (b).....	29
Figura 3.9	Influenza dei parametri β e c_t sulla risposta a taglio non lineare del macroelemento [25].....	31

Figura 3.10	Comportamento degradante degli elementi trave non lineare [2].....	35
Figura 3.11	Modellazione dei nodi in ambiente 2D e 3D e logica di condivisione delle masse [23]	36
Figura 3.12	Metodo di Newton-Raphson [27]	39
Figura 3.13	Metodo di Newton-Raphson modificato [27].....	41
Figura 4.1	Rappresentazione del processo di definizione della tessitura muraria.....	44
Figura 4.2	Modello dell'Unità 1 all'interno di 3DEC	46
Figura 4.3	Schema di astrazione geometrica per la modellazione dell'affioramento roccioso.....	46
Figura 5.1	Primo modo di vibrare	52
Figura 5.2	Secondo modo di vibrare	53
Figura 5.3	Terzo modo di vibrare.....	53
Figura 6.1	Mappa della pericolosità sismica per il Comune di Montecrestese (SLV – $T_R = 475$ anni) [31].....	57
Figura 6.2	Mappa della pericolosità sismica per il Comune di Alpe Veglia- Devero (SLC – $T_R = 975$ anni) [31]	58
Figura 6.3	Spettri elastici in accelerazione per il sito Alpe Veglia-Devero ($T_R = 2475$ anni)	61
Figura 6.4	Spettri elastici in spostamento per il sito Alpe Veglia-Devero ($T_R = 2475$ anni).....	61
Figura 6.5	Disaggregazione per il sito Alpe Veglia-Devero [31]	62
Figura 6.6	Schema dello smorzamento alla Maxwell [1].....	65
Figura 6.7	Quadro di danno accelerogramma più intenso (T_R 975 anni).....	66
Figura 6.8	Quadro di danno accelerogramma più significativo (T_R 2475 anni).....	67
Figura 7.1	Evoluzione della densità della triangolazione superficiale su un blocco campione	72
Figura 7.2	Punti di monitoraggio per l'interpretazione dinamica – Parete Nord (sinistra) e Parete Est (destra)	73
Figura 7.3	Influenza della densità degli elementi sul valore dell'accelerazione di attivazione a_0	74
Figura 7.4	Confronto tra le curve di capacità (Pushover) in direzione X ottenute al variare della discretizzazione dei contatti.....	75
Figura 7.5	Quadro di danno all'innescio del cinematismo – Pushover X.....	77
Figura 7.6	Quadro di danno a cinematismo avanzato – Pushover X.....	77
Figura 7.7	Confronto tra le curve di capacità (Pushover) in direzione Y ottenute al variare della discretizzazione dei contatti.....	78

Figura 7.8	Quadro di danno all'innescio del cinematismo – Pushover Y.....	79
Figura 7.9	Quadro di danno a cinematismo avanzato – Pushover Y.....	79
Figura 7.10	Schema di ipotesi della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Ovest.....	85
Figura 7.11	Schema di ipotesi della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Est.....	85
Figura 7.12	Schema ricavato osservando le analisi di 3DEC della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Ovest.....	89
Figura 7.13	Schema ricavato osservando le analisi di 3DEC della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Est.....	89
Figura 7.14	Confronto tra la curva Pushover derivata dal modello numerico (3DEC) e la retta teorica dell'analisi cinematica non lineare – Caso 1	91
Figura 7.15	Confronto tra la curva Pushover derivata dal modello numerico (3DEC) e la retta teorica dell'analisi cinematica non lineare – Caso 2	91
Figura 8.1	Esempio di idealizzazione a telaio equivalente in presenza di aperture distribuite irregolarmente, Lagomarsino et al. (2013) [1].....	97
Figura 8.2	Pianta con indicazione delle pareti - Modello Isolato.....	99
Figura 8.3	Prospetto Parete 1 - Modello Isolato.....	100
Figura 8.4	Prospetto Parete 2 - Modello Isolato.....	100
Figura 8.5	Prospetto Parete 3 - Modello Isolato.....	100
Figura 8.6	Prospetto Parete Fittizia 4 - Modello Isolato	101
Figura 8.7	a) Deformazione nel piano del solaio in legno b) Rotazione rigida della tavola c) Deformazione a taglio della tavola d) Deformazione flessionale della tavola [36].....	104
Figura 8.8	Pianta con indicazione aree di influenza (a) Piano Terra (b) Piano Primo	107
Figura 8.9	Pianta con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Terra	109
Figura 8.10	Pianta con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Primo	109
Figura 8.11	Pianta con indicazione delle pareti - Modello Collegato	111
Figura 8.12	Prospetto Parete 1 - Modello Collegato	112
Figura 8.13	Prospetto Parete 2 - Modello Collegato	112
Figura 8.14	Prospetto Parete 3 - Modello Collegato	112
Figura 8.15	Prospetto Parete 4 - Modello Collegato	113

Figura 8.16	Prospetto Parete 5 - Modello Collegato	113
Figura 8.17	Particolare dello spessore del giunto.....	115
Figura 8.18	Pianta con indicazione delle pareti - Modello Scollegato.....	116
Figura 8.19	Prospetto Parete 1 - Modello Scollegato.....	117
Figura 8.20	Prospetto Parete 2 - Modello Scollegato.....	117
Figura 8.21	Prospetto Parete 3 - Modello Scollegato.....	117
Figura 8.22	Prospetto Parete Fittizia 4 - Modello Scollegato	118
Figura 8.23	Prospetto Parete 5 - Modello Scollegato.....	118
Figura 8.24	Prospetto Parete 6 - Modello Scollegato.....	118
Figura 9.1	Modello di smorzamento viscoso alla Rayleigh	123
Figura 9.2	Cicli di isteresi - T0819	126
Figura 9.3	Cicli di isteresi – CMI.....	126
Figura 9.4	Cicli di isteresi - FIN0	126
Figura 9.5	Cicli di isteresi – ILLI.....	127
Figura 9.6	Cicli di isteresi - LEF1	127
Figura 9.7	Cicli di isteresi - MOG0.....	127
Figura 9.8	Cicli di isteresi - CLF.....	128
Figura 9.9	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - T0819	130
Figura 9.10	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - CMI	131
Figura 9.11	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - FIN0	131
Figura 9.12	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato – ILLI.....	131
Figura 9.13	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - LEF1.....	132
Figura 9.14	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - MOG0	132
Figura 9.15	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - CLF	132

Figura 9.16	Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti.....	134
Figura 9.17	Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti.....	136
Figura 9.18	Pianta singola parete (Modello Isolato) con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Terra	139
Figura 9.19	Pianta singola parete (Modello Isolato) con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Primo	139
Figura 9.20	Visualizzazione del modello numerico con le flange ortogonali in evidenza.....	141
Figura 9.21	Prospetto Parete 1 - Modello Isolato singola parete	142
Figura 9.22	Prospetto Parete 1 - Modello Collegato singola parete.....	142
Figura 9.23	Prospetto Parete 1 - Modello Scollegato singola parete	142
Figura 9.24	Cicli di isteresi - Modello Isolato	144
Figura 9.25	Cicli di isteresi - Modello Collegato.....	145
Figura 9.26	Cicli di isteresi - Modello Scollegato.....	146
Figura 10.1	Rappresentazione schematica della tecnologia XLAM [39].....	151
Figura 10.2	Prospetto Parete XLAM 4 - Modello Scollegato	154
Figura 10.3	Cicli di isteresi – T0819.....	155
Figura 10.4	Cicli di isteresi – CMI.....	156
Figura 10.5	Cicli di isteresi – FIN0.....	156
Figura 10.6	Cicli di isteresi – ILLI.....	156
Figura 10.7	Cicli di isteresi – LEF1	156
Figura 10.8	Cicli di isteresi – MOG0.....	157
Figura 10.9	Cicli di isteresi - CLF.....	157
Figura 10.10	Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti.....	159
Figura 10.11	Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti.....	162
Figura 10.12	Cicli di isteresi - T0819	164
Figura 10.13	Cicli di isteresi – CMI.....	165
Figura 10.14	Cicli di isteresi - FIN0	165
Figura 10.15	Cicli di isteresi – ILLI.....	165

Figura 10.16	Cicli di isteresi - LEF1	165
Figura 10.17	Cicli di isteresi - MOG0.....	166
Figura 10.18	Cicli di isteresi – CLF.....	166
Figura 10.19	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - T0819	168
Figura 10.20	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - CMI	168
Figura 10.21	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - FIN0	168
Figura 10.22	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – ILLI.....	169
Figura 10.23	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - LEF1	169
Figura 10.24	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - MOG0....	169
Figura 10.25	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - CLF	170
Figura 10.26	Prospetto Parete 3 con rinforzo in XLAM - Modello Scollegato	171
Figura 10.27	Cicli di isteresi - T0819	172
Figura 10.28	Cicli di isteresi – CMI.....	172
Figura 10.29	Cicli di isteresi - FIN0	173
Figura 10.30	Cicli di isteresi – ILLI.....	173
Figura 10.31	Cicli di isteresi - LEF1	173
Figura 10.32	Cicli di isteresi - MOG0.....	174
Figura 10.33	Cicli di isteresi - CLF.....	174
Figura 10.34	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - T0819	176
Figura 10.35	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – CMI.....	176
Figura 10.36	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - FIN0	177
Figura 10.37	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – ILLI.....	177
Figura 10.38	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - LEF1	178
Figura 10.39	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - MOG0....	178
Figura 10.40	Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – CLF	179

Figura A.1	Quadro di danno (T_R 975 anni) – CNP	3
Figura A.2	Quadro di danno (T_R 975 anni) – FIN0	3
Figura A.3	Quadro di danno (T_R 975 anni) – GMN.....	4
Figura A.4	Quadro di danno (T_R 975 anni) – NOR.....	4
Figura A.5	Quadro di danno (T_R 975 anni) – MMO	5
Figura A.6	Quadro di danno (T_R 975 anni) – NRC.....	5
Figura A.7	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – T0819.....	7
Figura A.8	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – CMI	7
Figura A.9	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – FIN0	8
Figura A.10	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – ILLI	8
Figura A.11	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – LEF1	9
Figura A.12	Quadro di danno (T_R 2475 anni) – CLF.....	9
Figura B.1	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) – T0819	13
Figura B.2	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) – T1212	13
Figura B.3	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - NOR.....	13
Figura B.4	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - LEFA	14
Figura B.5	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) – LEF1.....	14
Figura B.6	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - MMO	14
Figura B.7	Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - NRC	15
Figura B.8	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) 2001	17
Figura B.9	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) CNP	17
Figura B.10	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato – (T_R 475 anni) FIN0	17
Figura B.11	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) GMN.....	18
Figura B.12	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) NOR.....	18

Figura B.13	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) MMO	18
Figura B.14	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) NRC	19
Figura B.15	Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti (T_R 475 anni)	21
Figura B.16	Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti (T_R 475 anni) ...	23
Figura B.17	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – 2001	25
Figura B.18	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – CNP	25
Figura B.19	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – FIN0	25
Figura B.20	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – GMN	26
Figura B.21	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – NOR	26
Figura B.22	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – MMO	26
Figura B.23	Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – NRC	27
Figura B.24	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) 2001	29
Figura B.25	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) CNP	29
Figura B.26	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) FIN0	29
Figura B.27	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) GMN	30
Figura B.28	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) NOR	30
Figura B.29	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) MMO	30
Figura B.30	Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) NRC	31
Figura B.31	Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti (T_R 975 anni)	33
Figura B.32	Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti (T_R 975 anni) ...	35

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 2.1	Stralcio della Tabella C8.5.I della Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP	13
Tabella 2.2	Parametri meccanici adottati per la modellazione	14
Tabella 5.1	Periodi e frequenze dei primi sei modi di vibrare	54
Tabella 7.1	Tempi di calcolo per le diverse strategie di discretizzazione.....	81
Tabella 7.2	Risultati dell'analisi cinematica lineare per il meccanismo di ribaltamento della parete Nord	86
Tabella 7.3	Risultati dell'analisi cinematica non lineare per il meccanismo di ribaltamento della parete Nord	90
Tabella 8.1	Stratigrafia solaio interpiano.....	95
Tabella 8.2	Stratigrafia solaio sottotetto	95
Tabella 8.3	Stratigrafia solaio di copertura.....	96
Tabella 8.4	Proprietà meccaniche degli elementi costituenti il modello a telaio equivalente	102
Tabella 8.5	Proprietà meccaniche dei solai di progetto importati in TREMURI.....	106
Tabella 8.6	Proprietà meccaniche delle fasce adottate per rappresentare il giunto tra le due Unità.....	119
Tabella 9.1	Legenda in TREMURI: modalità e grado di danneggiamento degli elementi.....	129
Tabella 10.1	Parametri elastici del pannello XLAM [40].....	152
Tabella 10.2	Parametri geometrici e proprietà inerziali dei montanti equivalenti in XLAM	160

ABSTRACT

The Italian building stock is predominantly composed of load-bearing masonry structures, representing a tangible expression of a centuries-old construction tradition that has shaped the identity of historic centers and rural landscapes. However, a large portion of this heritage, dating back to periods when construction was based on empirical rules rather than code-based design approaches, exhibits inherent structural weaknesses. Often built with poor-quality materials and mortars degraded over time, these buildings were not conceived to resist horizontal actions, making them particularly vulnerable to local collapse mechanisms and masonry delamination.

In this context, there is the need to investigate buildings belonging to vernacular architecture, often overlooked compared to major monuments, but essential to the historical memory of Alpine villages. This thesis focuses on a case study located in Ghesc (Ossola Valley): a 16th - century stone building currently in a ruinous condition. The structure lacks floor and roof diaphragms and consists of three perimeter walls adjacent to another ruinous building, but without effective structural connections.

The study first describes the modelling of the structure in its current condition using the Discrete Element Method (DEM). Through the 3DEC numerical code [1], attention is given to the nonlinear response of masonry material by means of a series of time-history analyses performed with input accelerograms of increasing intensity. Subsequently, the research addresses the definition of the structure in its design configuration and the evaluation of a corresponding intervention proposal using the Equivalent Frame Method (EFM), implemented in the software TREMURI [2].

The main objective of this thesis is to understand the seismic response of the structure through the implementation of advanced strategies that investigate different stages of the knowledge process. By combining detailed analyses (DEM) with the study of the global behavior (EFM), the work aims to provide a comprehensive interpretation of the critical issues affecting the investigated Structural Unit (SU), including the effects associated with interaction phenomena with the adjacent building. The results are intended to offer methodological insights into the mechanical behavior of similar masonry typologies, supporting the application of advanced approaches for the conservation of vernacular architectural heritage.

SOMMARIO

Il patrimonio edilizio italiano è costituito in quota predominante da strutture in muratura portante, testimonianza tangibile di una cultura costruttiva secolare che ha modellato l'identità dei centri storici e del paesaggio rurale. Tuttavia, gran parte di questo patrimonio, risalente a epoche in cui la costruzione si basava su regole empiriche piuttosto che su calcoli normativi, presenta intrinseche fragilità strutturali. Realizzati spesso con materiali poveri e malte degradate nel tempo, questi edifici non sono stati concepiti per resistere alle azioni orizzontali generate dai terremoti, risultando particolarmente vulnerabili a meccanismi di collasso locale e disgregazione muraria.

In questo contesto si inserisce la necessità di studiare e comprendere il comportamento di edifici appartenenti all'architettura cosiddetta "minore" o spontanea, spesso trascurata rispetto ai grandi monumenti, ma fondamentale per la memoria storica dei borghi alpini. Il presente lavoro di tesi analizza un caso studio situato a Ghesc (Val d'Ossola): un edificio risalente al XVI secolo, realizzato in pietra locale e oggi in stato di rudere. Il manufatto, privo di orizzontamenti e copertura, è costituito da tre pareti perimetrali che, pur essendo adiacenti a un altro fabbricato, non presentano un efficace ammassamento strutturale, configurandosi come elementi indipendenti.

Nel corso della trattazione viene descritta la modellazione della costruzione nello stato di fatto attraverso l'ausilio del Metodo degli Elementi Distinti (DEM): tramite il codice di calcolo 3DEC [1] si pone l'attenzione sulla risposta non lineare dei materiali componenti la muratura, avvalendosi di una serie di analisi aventi accelerogrammi in input di intensità crescente. Successivamente, la ricerca affronta la definizione della costruzione nello stato di progetto e la valutazione di una conseguente proposta di intervento avvalendosi del Metodo a Telaio Equivalente (EFM) attraverso il software TREMURI [2].

L'obiettivo finale è quello di comprendere la risposta sismica del manufatto attraverso l'implementazione di strategie avanzate che analizzano step diversi del processo conoscitivo. Attraverso analisi di dettaglio (DEM) e lo studio del comportamento globale (EFM), si mira a definire un quadro interpretativo completo delle criticità dell'Unità Strutturale (US) e degli effetti causati da fenomeni di interazione con l'edificio adiacente. I risultati ottenuti da questo studio intendono fornire utili spunti metodologici per la comprensione del comportamento meccanico di tipologie murarie simili, offrendo un riferimento per l'applicazione di approcci avanzati alla conservazione del patrimonio architettonico minore.

1 INTRODUZIONE

Il patrimonio architettonico italiano è profondamente legato all'edilizia "minore" dei borghi rurali, testimonianza di una cultura costruttiva secolare fondata sull'impiego della pietra locale. Il progressivo abbandono di questi manufatti ne ha tuttavia compromesso la stabilità, accelerando il degrado materico e aggravandone la vulnerabilità sismica. La salvaguardia di tali strutture sottende sfide ingegneristiche complesse, legate alla disomogeneità dei paramenti e all'assenza di un comportamento "scatolare", criticità particolarmente evidenti nei ruderi privi di orizzontamenti e di efficaci connessioni tra le pareti.

In questo scenario, la presente ricerca analizza la risposta sismica e una possibile proposta di consolidamento di un edificio del XVI secolo situato nel borgo di Ghesc (VB), rispondendo alle esigenze di approfondimento strutturale promosse dalla Fondazione Canova per il recupero dell'Unità Strutturale (US). Il manufatto, esemplare dell'architettura ossolana, è costituito da tre setti murari che, pur adiacenti a un'altra unità, risultano strutturalmente indipendenti. Il lavoro di tesi è articolato in modo da seguirne l'intero iter conoscitivo e progettuale, dalla fase di rilievo alla verifica degli scenari di intervento.

A seguito di questo capitolo introduttivo, nel **Capitolo 2** viene presentato l'inquadramento territoriale e storico del borgo di Ghesc, fornendo una descrizione dettagliata dell'US. In questa sezione sono riportati gli esiti del rilievo geometrico e l'analisi dello stato di conservazione, evidenziando le peculiarità morfologiche che ne influenzano la vulnerabilità.

Il **Capitolo 3** illustra i fondamenti teorici delle strategie di modellazione adottate. Vengono discussi i vantaggi dell'approccio DEM tramite il software 3DEC [1] e dell'approccio EFM implementato nel software TREMURI [2], definendo le leggi costitutive e il comportamento degli elementi strutturali.

Nel **Capitolo 4** si descrive il processo di costruzione del modello numerico in ambiente 3DEC. Partendo dalla modellazione solida tridimensionale (eseguita in ambiente CAD/Rhino), si illustrano le procedure di discretizzazione della tessitura muraria e la definizione delle proprietà meccaniche dei materiali.

Il **Capitolo 5** è dedicato alle analisi preliminari sullo stato di fatto. Vengono presentati i risultati dell'analisi statica per soli carichi gravitazionali e dell'analisi modale, fondamentale per comprendere le frequenze naturali e i modi di vibrare principali della struttura.

Nel **Capitolo 6** si esegue la valutazione sismica dello stato di fatto tramite analisi dinamiche non lineari in 3DEC, identificando i quadri di danno e i meccanismi di instabilità dei paramenti.

Il **Capitolo 7** introduce le verifiche semplificate, mettendo a confronto i risultati ottenuti mediante l'analisi statica non lineare (Pushover) con quelli derivanti dall'analisi cinematica lineare e non lineare.

Nel **Capitolo 8** si affronta la modellazione dello stato di progetto in ambiente TREMURI, descrivendo la costruzione del modello dell'unità singola e dell'intero aggregato strutturale, con particolare attenzione alle condizioni di interfaccia tra i corpi di fabbrica.

Il **Capitolo 9** analizza i risultati della risposta dinamica non lineare del modello EFM, valutando i cicli di isteresi, i meccanismi di danno, gli spostamenti trasversali delle principali pareti e i fenomeni di interazione tra le due unità adiacenti. In questa fase si introduce anche la transizione al modello di singola parete, avvalorato dalla presenza di diaframmi particolarmente flessibili nel proprio piano.

Nel **Capitolo 10** vengono definite e analizzate le strategie di intervento, con un focus sul consolidamento tramite sistemi a secco in XLAM. Si conduce un'analisi di sensibilità sugli spessori e sugli effetti dei diaframmi rigidi per validare la proposta progettuale finale.

Infine, il **Capitolo 11** riassume le conclusioni dello studio, evidenziando l'efficacia del percorso metodologico adottato.

2 CASO STUDIO

Il presente capitolo descrive le caratteristiche morfologiche e costruttive dell'edificio, costruendo il quadro conoscitivo attraverso l'analisi del contesto e il rilievo dei dettagli costruttivi. L'indagine si apre con l'inquadramento storico e geografico del borgo di Ghesc, esempio di architettura spontanea in pietra, in cui le dinamiche di abbandono e i successivi interventi di recupero hanno inciso sulla continuità del tessuto edilizio (**Figura 2.1**).

L'attenzione si concentra quindi sull'Unità Strutturale, analizzandone i rapporti con le strutture adiacenti, fondamentali per comprenderne il comportamento statico e dinamico. Il capitolo si conclude con la caratterizzazione materico-costruttiva e la valutazione dello stato di conservazione, fornendo i dati necessari alla successiva modellazione strutturale.



Figura 2.1 Vista aerea del Borgo di Ghesc [3]

2.1. Il contesto storico e geografico: il borgo di Ghesc

L'edificio in esame è situato nel cuore del nucleo storico di Ghesc, località anticamente denominata "Ghesio" in un documento del 1411, come riportato nelle ricostruzioni storiche di Don Tullio Bertamini su Montecrestese [4],[5]. L'insediamento sorge nel territorio del comune di Montecrestese, nella provincia del Verbano-Cusio-Ossola, in un'area del Piemonte caratterizzata dalla stretta vicinanza al confine svizzero (**Figura 2.2**). Geograficamente, il borgo sorge su un terrazzamento naturale a media quota, in una posizione defilata ma strategica che domina la piana dell'Ossola. Questa localizzazione rispondeva, in origine, alle tipiche esigenze dell'economia rurale alpina, basata sullo sfruttamento dei pascoli, sulla coltivazione della vite e della segale e sulla vicinanza ai boschi per l'approvvigionamento di legname.

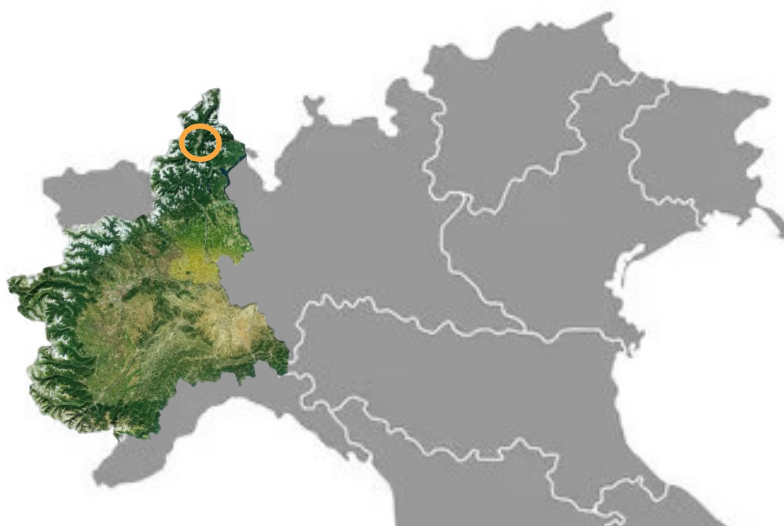


Figura 2.2 Inquadramento geografico dell'area di studio

Le prime tracce documentali che attestano l'esistenza del borgo risalgono al basso Medioevo, ma l'assetto architettonico attuale è frutto di uno sviluppo costruttivo avvenuto prevalentemente tra il XV e il XIX secolo. Ghesc rappresenta un esempio paradigmatico di "architettura spontanea" o "minore", non vi sono palazzi nobiliari o edifici progettati da architetti, bensì costruzioni realizzate da maestranze locali secondo regole empiriche della pratica costruttiva ossolana. L'abitato si configura come un nucleo estremamente compatto, costituito complessivamente da nove edifici in pietra.

La storia recente di Ghesc è segnata da un lungo periodo di spopolamento. Come molti insediamenti montani marginali, il borgo ha subito un progressivo abbandono a partire dalla fine del XIX secolo, accentuatosi nel secondo dopoguerra, che lo ha portato a uno stato di disabitazione per oltre cento anni [6]. Questo "congelamento" temporale ha avuto un duplice effetto: da un lato ha causato il degrado materiale delle strutture (**Figura 2.3**), con il crollo parziale di molte coperture e solai lignei; dall'altro, ha preservato l'autenticità morfologica del luogo, salvandolo da ristrutturazioni incongrue o dall'uso di materiali moderni come il cemento armato, tipici dell'edilizia alpina speculativa degli anni '70 e '80.



Figura 2.3 La "Casa del Prete" (2020) - Ghesc

Oggi Ghesc è noto a livello internazionale come "Villaggio Laboratorio" [6]. Grazie all'impegno della Fondazione Canova [4], il borgo è al centro di un progetto di recupero filologico che mira non solo alla ricostruzione fisica degli edifici, ma anche alla riscoperta delle tecniche costruttive tradizionali (muratura a secco o con malta di calce, carpenteria storica, manti di copertura in piode [7]). È in questo contesto che si inserisce l'edificio oggetto di studio, una struttura che ha progressivamente perso la propria integrità strutturale, configurandosi come un caso significativo per l'analisi della vulnerabilità sismica della muratura storica nella condizione più critica.

2.2. Definizione dell'Unità Strutturale

L'edificio oggetto di studio, identificato d'ora in avanti come Unità 1, rappresenta un caso di particolare interesse all'interno del borgo, dove è storicamente noto con l'appellativo di "Casa Lunga" (o *Long House*). Sebbene la sua genesi rimanga in parte incerta a causa della scarsità di fonti documentarie dirette, l'analisi delle murature e della configurazione planimetrica suggerisce che il fabbricato derivi da un ampliamento realizzato in una fase successiva. Tale corpo di fabbrica risulta addossato a un edificio preesistente (Unità 2), rispetto al quale mantiene comunque una sostanziale indipendenza strutturale (**Figura 2.4**).



Figura 2.4 La "Casa Lunga" o "Long House" (2026) - Ghesc

La data 1561, incisa su una pietra all'ingresso principale, fornisce un primo riferimento cronologico. Iscrizioni simili, risalenti al XVI secolo, si trovano anche nelle aperture dell'adiacente Unità 2. Tuttavia, queste date vanno interpretate con cautela, perché potrebbero derivare dal riuso di materiali oppure riferirsi a fasi costruttive più antiche. Anche la destinazione d'uso originaria non è certa.

La presenza di pavimentazioni in battuto di calce, sia al piano terra sia in alcune tracce al primo piano, suggerisce un uso abitativo. Tuttavia, la mancanza di informazioni non permette di ricostruire con precisione la sua evoluzione nel tempo.

Grazie all'autonomia strutturale riscontrata e alla scelta della Fondazione di concentrare il primo intervento su questo volume, l'analisi si è concentrata esclusivamente sull'Unità 1. La sua origine per addizione spiega il comportamento strutturale atipico rispetto agli altri edifici dell'area. L'unità è infatti delimitata da tre soli muri portanti disposti a "C". Il lato Sud non ha una parete propria, ma utilizza la muratura dell'edificio adiacente come semplice chiusura verticale. Le osservazioni in situ hanno evidenziato l'assenza di collegamenti efficaci tra le due strutture: non sono presenti ammorsamenti né elementi di connessione trasversale tra i muri dell'Unità 1 e la parete dell'Unità 2 (Figura 2.5).



Figura 2.5 Particolare dell'interfaccia tra le due Unità

La definizione della morfologia dell'edificio si basa su una campagna di rilievo diretto condotta in situ, finalizzata all'acquisizione di tutte le informazioni metriche necessarie alla costruzione del modello tridimensionale.

Le operazioni di misura sono state eseguite mediante strumentazione tradizionale, avvalendosi di flessometri e bindelle metriche per le lunghezze accessibili e di distanziometri laser di precisione per il rilevamento delle quote in elevazione e delle distanze interne tra i paramenti. Tale indagine ha permesso di mappare con accuratezza le dimensioni planimetriche esterne ed interne della struttura muraria (**Figura 2.6** e **Figura 2.7**).



Figura 2.6 Viste dei fronti interni Ovest (sinistra) e Nord (destra) dell'edificio, con evidenza delle aperture originarie



Figura 2.7 Viste dei fronti interni Sud (sinistra) e Est (destra) dell'edificio, con evidenza dell'affioramento roccioso

Gli spessori delle pareti sono stati verificati in corrispondenza delle aperture, che ne rendono visibile la sezione (**Figura 2.9**). Sono stati inoltre rilevati posizione e forma di porte e finestre, insieme ai dettagli costruttivi, e l'andamento delle sommità murarie, oggi irregolari a causa dei crolli parziali avvenuti nel tempo (**Figura 2.8**).



Figura 2.8 Vista dall'alto del fronte Est



Figura 2.9 Dettaglio della sezione della parete Nord (sinistra) e prospetto esterno della medesima parete (destra)

Dal punto di vista geometrico, il manufatto presenta una pianta rettangolare con un ingombro esterno di circa 7,70 m x 6,45 m e si sviluppa su due livelli fuori terra (Piano Terra e Primo), raggiungendo un'altezza in gronda di circa 5 metri (**Figura 2.10** e **Figura 2.11**).

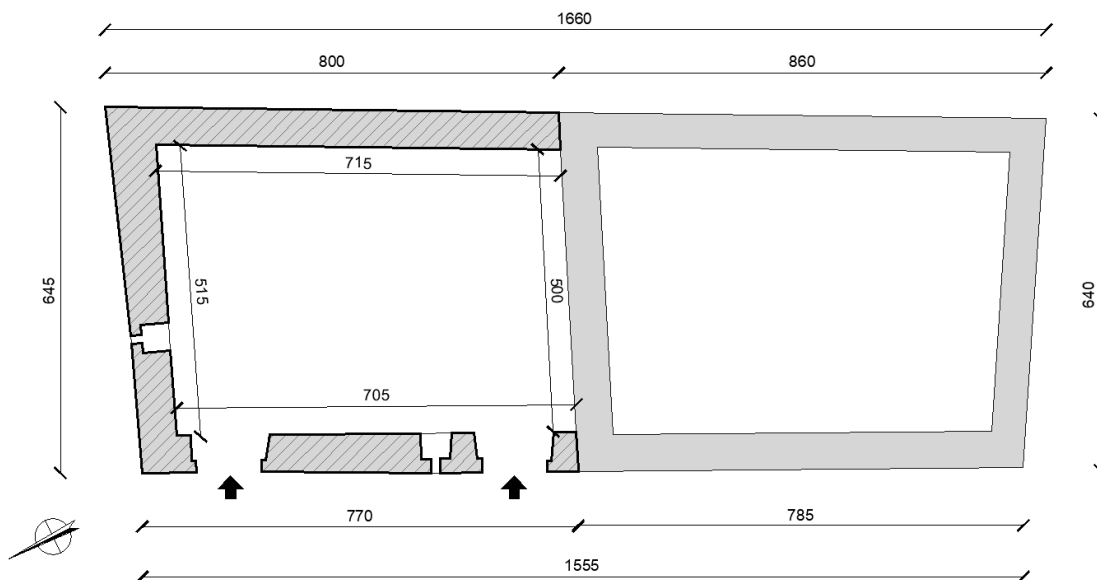


Figura 2.10 Pianta Piano Terra

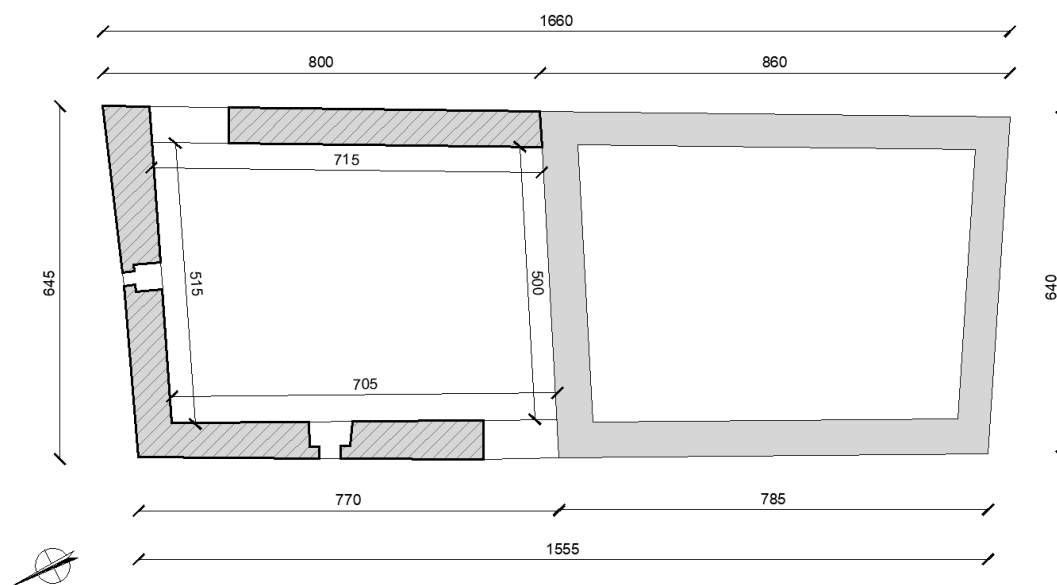


Figura 2.11 Pianta Piano Primo

Sebbene il rilievo abbia evidenziato le naturali irregolarità costruttive dell'edificio, con pareti caratterizzate da leggeri fuori piombo e angoli non perfettamente ortogonali, in fase di restituzione e successiva modellazione numerica si è optato per una idealizzazione geometrica della struttura, riconducendo le pareti a un sistema ortogonale regolare (**Figura 2.12** e **Figura 2.13**).

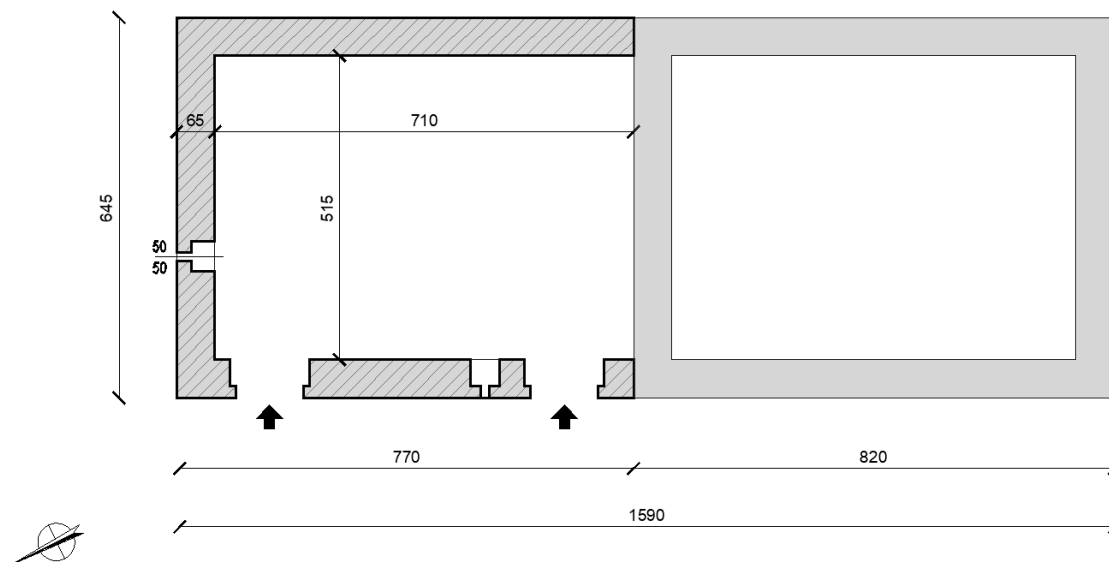


Figura 2.12 Pianta Piano Terra semplificata

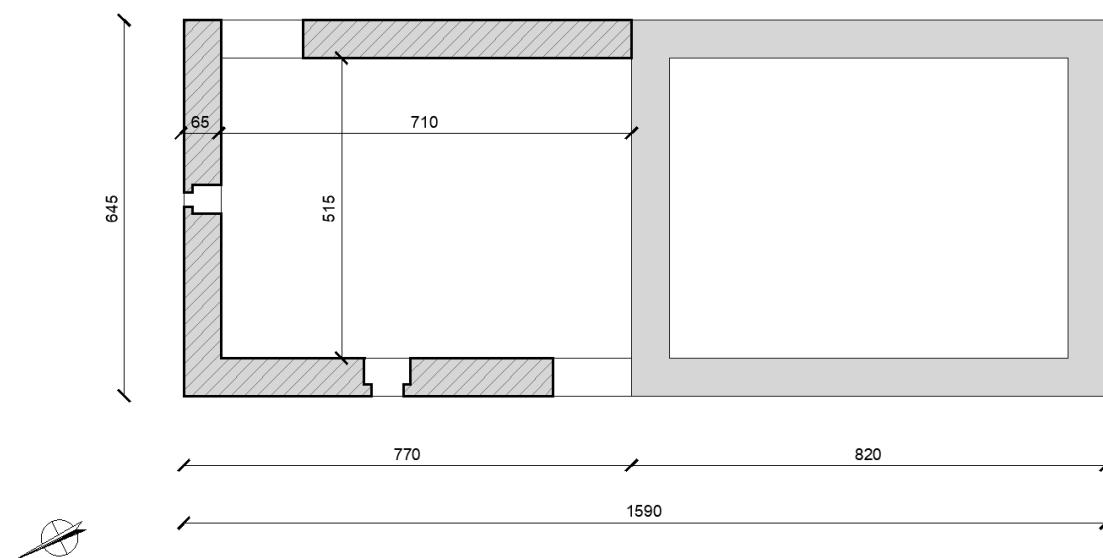


Figura 2.13 Pianta Piano Primo semplificata

Tale semplificazione è ritenuta accettabile poiché, nell'ambito di un'analisi dinamica globale volta a indagare i meccanismi di ribaltamento e disgregazione, deviazioni angolari dell'ordine di pochi gradi non influenzano significativamente la cinematica del collasso. Al contrario, l'uso di una geometria semplificata è fondamentale per garantire una corretta generazione della triangolazione nei modelli di calcolo, evitando elementi distorti o discontinuità numeriche che renderebbero l'analisi più complessa senza migliorare l'accuratezza.

2.3. Caratterizzazione dei materiali

L'edificio è realizzato in muratura di pietra naturale locale, appartenente alla famiglia geologica degli Gneiss. Nello specifico, si tratta di varietà riconducibili alle litologie del serizzo e della beola, pietre metamorfiche tipiche della Val d'Ossola caratterizzate da una spiccata scistosità che ne ha storicamente facilitato la lavorazione in lastre e blocchi squadrati [7].

Attualmente, l'Unità 1 si presenta come un rudere a cielo aperto, completamente privo di solai intermedi e della struttura di copertura. Questa condizione di parziale smantellamento non è recente: l'assenza di macerie all'interno dei vani suggerisce che il tetto sia stato rimosso intenzionalmente, probabilmente per il recupero dei materiali, in un periodo antecedente al 1950. Tale datazione trova conferma nel catasto meccanografico dell'epoca, dove l'immobile risultava già identificato con un tratteggio che ne indicava la mancanza di copertura.

L'assenza di intonaco permette una lettura chiara della tessitura, mettendo in luce una marcata eterogeneità nella pezzatura dei blocchi. La sezione, avente uno spessore medio di circa 65 cm, è riconducibile a una muratura a doppio paramento, costituita da due cortine di elementi lapidei accostati e interconnessi (**Figura 2.9**).

La pezzatura degli elementi risponde a una precisa gerarchia strutturale. In corrispondenza dei cantonali d'angolo e delle aperture si riscontrano blocchi di dimensioni rilevanti (fino a 70 cm di larghezza) che, attraversando l'intera sezione, fungono da diatoni. Nelle campiture correnti prevalgono elementi minori, la cui stabilità è assicurata dall'impiego diffuso di "zeppe" (scaglie lapidee inserite negli interstizi per regolarizzare i piani di appoggio).

Per quanto riguarda il legante, la malta di allettamento è a base di calce, la cui colorazione grigiastra riscontrabile in alcuni punti è dovuta alla natura dell'inerte locale, prevalentemente sabbioso. È interessante notare come l'assenza di malta in alcune porzioni della struttura non sia necessariamente un segno di degrado, ma una caratteristica costruttiva originaria in quanto molte parti della muratura nascevano "a secco" [8].

La definizione delle proprietà fisico-meccaniche della muratura rappresenta un passaggio fondamentale per l'affidabilità del modello numerico. In assenza di prove sperimentali dirette in situ, si è proceduto secondo la normativa vigente facendo riferimento alla Tabella C8.5.I della Circolare 21 gennaio 2019 [9]. Sulla base dell'analisi visiva della tessitura muraria e della sezione trasversale, la tipologia costruttiva è stata classificata come "*Muratura in pietre a spacco con buona tessitura*".

Tabella 2.1 Stralcio della Tabella C8.5.I della Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP

Tipologia di muratura	f (N/mm ²)	τ_0 (N/mm ²)	f_{v0} (N/mm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	w (kN/m ³)
	min - max	min - max		min - max	min - max	
Muratura in pietrame disordinata	1,0 – 2,0	0,018 - 0,032	-	690 - 1050	230 - 350	19
Muratura a conci sbozzati con paramenti di spessore disomogeneo	2,0	0,035 - 0,051	-	1020 - 1440	300 - 480	20
Muratura in pietra a spacco con buona tessitura	2,6 - 3,8	0,056 - 0,074	-	1500 - 1980	500 - 660	21
Muratura irregolare di pietra tenera	1,4 – 2,2	0,028 - 0,042	-	900 - 1260	300 - 420	13 + 16
Muratura a conci regolari di pietra tenera	2,0 - 3,2	0,04 - 0,08	0,10 - 0,19	1200 - 1620	400 - 500	
Muratura a blocchi lapidei squadriati	5,8 – 8,2	0,09 - 0,12	0,18 - 0,28	2400 - 3300	800 – 1100	22

In coerenza con il grado di approfondimento delle indagini svolte e con lo stato di conservazione dell'edificio, è stato adottato un Livello di Conoscenza LC1, cui corrisponde un Fattore di Confidenza $FC = 1,35$.

La determinazione dei parametri di calcolo è avvenuta dunque seguendo un criterio volto a coniugare le prescrizioni normative [10]. Per quanto riguarda le resistenze (f e τ_0), il calcolo è stato eseguito assumendo i valori minimi degli intervalli tabellari, ulteriormente ridotti tramite il coefficiente FC. Diversamente, per i moduli elastici (E e G), sono stati adottati i valori medi degli intervalli di riferimento, senza l'applicazione di fattori correttivi.

Sulla base di tali premesse metodologiche, i parametri numerici implementati nel codice vengono definiti in **Tabella 2.2**.

Tabella 2.2 Parametri meccanici adottati per la modellazione

f [N/m ²]	τ_0 [N/m ²]	E [N/m ²]	G [N/m ²]	w [N/m ³]	c [N/m ²]	f_t [N/m ²]	ϕ [°]
1,93e6	4,15e4	1,74e9	5,80e8	21000	4,15e4	4,15e4	30

Dove:

f : resistenza media a compressione

τ_0 : resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali

E : valore medio del modulo di elasticità normale

G : valore medio del modulo di elasticità tangenziale

w : peso specifico medio

c : coesione

f_t : resistenza a trazione

ϕ : angolo di attrito

3 STRATEGIE DI MODELLAZIONE NUMERICA PER LA MURATURA STORICA

Nel presente capitolo sono illustrati i criteri e gli strumenti adottati per l'analisi strutturale dell'edificio, definendo il quadro metodologico di riferimento e le strategie di modellazione impiegate per simularne il comportamento. Considerata la complessità delle costruzioni storiche, l'analisi richiede approcci in grado di descrivere sia la risposta globale della struttura sia l'attivazione di meccanismi locali. A tal fine, si introduce un confronto tra le principali metodologie di calcolo, distinguendo tra modelli al continuo e modelli al discontinuo. Nel primo caso la muratura è schematizzata come un mezzo continuo anisotropo (macro-modellazione) [11], mentre nel secondo è rappresentata come un insieme di elementi discreti collegati attraverso giunti (micro-modellazione) [12]. Questa distinzione costituisce il riferimento per la scelta degli strumenti numerici, in funzione degli obiettivi dell'analisi, che spaziano dalla valutazione della rigidità globale fino allo studio di possibili meccanismi di collasso locale.

La prima parte del capitolo approfondisce il Metodo agli Elementi Distinti (DEM) attraverso l'utilizzo del software di calcolo 3DEC 9.0 (Itasca) [1]. In questo approccio la struttura è descritta come un insieme di blocchi distinti, separati da superfici di contatto che interagiscono tra di loro permettendo di simulare scorrimenti, aperture e distacchi. Vengono quindi richiamati i principi di base del metodo, con particolare attenzione alla gestione dei contatti e alla formulazione delle equazioni del moto.

Successivamente, il focus si sposta sul Metodo a Telaio Equivalente implementato nel software di calcolo TREMURI [2]. L'edificio è schematizzato mediante macroelementi che rappresentano maschi murari e fasce di piano, il cui comportamento è definito da specifiche leggi costitutive, in modo tale da descrivere in modo efficace la risposta complessiva della struttura. Il capitolo si conclude con la definizione del modello 3D, in cui le pareti sono tra loro interconnesse e i solai sono trattati come elementi flessibili, dove quest'ultima scelta è fondamentale per rispettare la realtà costruttiva delle strutture orizzontali in legno tipiche del Borgo [7].

3.1. Modellazione numerica della muratura: approccio continuo e discontinuo

La muratura storica è un materiale composito costituito da elementi resistenti (blocchi) e giunti di malta o superfici di contatto, che ne determinano un comportamento fortemente non lineare. In particolare, essa è in grado di trasmettere efficacemente gli sforzi di compressione, mentre presenta una resistenza trascurabile a trazione, con conseguente formazione di fessure anche per bassi livelli di sollecitazione [13].

Storicamente, la stabilità delle costruzioni in muratura è stata indagata attraverso criteri di natura geometrico-empirica. Una rigorosa formalizzazione teorica di tale approccio si deve a Heyman (1966) [14],[15], il quale ha definito il comportamento del materiale murario attraverso tre ipotesi fondamentali: resistenza a trazione nulla (“no-tension”), resistenza a compressione infinita e assenza di scorrimento tra i conci. In questo contesto, la sicurezza strutturale risiede nella possibilità di individuare una linea delle pressioni interamente contenuta entro lo spessore murario.

L’analisi limite, inizialmente concepita per lo studio delle condizioni statiche sotto carichi gravitazionali, è stata successivamente estesa alla valutazione di azioni orizzontali e combinazioni di carico complesse [16]. Sebbene tale metodo consenta di individuare con efficacia i cinematismi di collasso e le relative soglie di attivazione, esso presenta intrinseche limitazioni: essendo un approccio di tipo statico, non permette di descrivere né l’evoluzione del danno né gli effetti inerziali e dinamici. Inoltre, le ipotesi semplificative alla base del modello faticano a riprodurre fenomeni dissipativi, scorrimenti reciproci e interazioni locali tra gli elementi strutturali.

Per tali ragioni, l’analisi limite, pur confermandosi un riferimento essenziale per l’interpretazione dei meccanismi locali, necessita di essere integrata da strategie di calcolo più avanzate. Nel panorama della meccanica computazionale, la modellazione si è dunque evoluta verso approcci numerici in grado di restituire una risposta sismica più realistica, distinguendosi principalmente in due categorie: i modelli al continuo e i modelli al discontinuo.

Nella modellazione al continuo (macro-modellazione), la muratura è trattata come un mezzo omogeneo equivalente. Tra gli approcci più diffusi rientra il modello a telaio equivalente (**Figura 3.1 (a)**), nel quale le pareti sono schematizzate mediante macroelementi (maschi murari e fasce di piano) collegati tra loro e governati da leggi costitutive non lineari (si vedano i lavori di Brencich e Lagomarsino (1998) [17]). Questo tipo di modellazione consente di descrivere in modo efficace la risposta globale della struttura, con un costo computazionale contenuto, ma non permette di rappresentare in modo esplicito le discontinuità e i fenomeni locali.

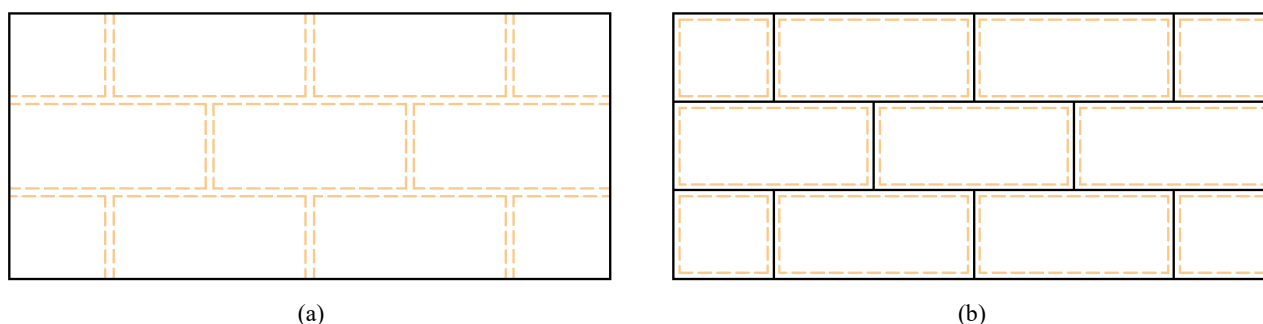


Figura 3.1 Modellazione della muratura: (a) macro-modellazione; (b) micro-modellazione semplificata [13]

La modellazione al discontinuo (micro-modellazione) consente invece di descrivere direttamente la natura discreta della muratura, rappresentandola come un insieme di blocchi interagenti. In questo ambito, la presente tesi adotta un approccio di micro-modellazione semplificata, implementato nel software 3DEC 9.0 (Itasca) [1], in cui i giunti sono modellati come interfacce a spessore nullo (**Figura 3.1 (b)**).

In tale schema, l'interazione tra i blocchi è concentrata nelle interfacce, alle quali sono assegnate proprietà di rigidità e resistenza che rappresentano l'interazione tra blocchi e malta. Il modello, basato sul Distinct Element Method (DEM), consente di analizzare l'evoluzione della risposta nel tempo e di simulare fenomeni quali scorrimenti, aperture, distacchi e grandi spostamenti, risultando particolarmente adatto allo studio della risposta sismica e dei meccanismi di collasso locale.

3.2. Il Metodo agli Elementi Distinti (DEM) e il codice di calcolo 3DEC

Il software 3DEC (*3-Dimensional Distinct Element Code*) è uno standard nella modellazione numerica di materiali discontinui. A differenza dei codici basati su materiali continui, 3DEC permette di simulare ammassi rocciosi fratturati e strutture murarie.

3.2.1. Formulazione del sistema discontinuo: blocchi e giunti all'interno del software di calcolo 3DEC

Il Metodo degli Elementi Distinti (DEM), introdotto da Cundall nel 1971 [18],[19],[20], è alla base del software 3DEC (*3-Dimensional Distinct Element Code*). Originariamente sviluppato per rocce fratturate, il DEM rappresenta i sistemi discontinui come assemblaggi di blocchi interagenti, concentrando la deformazione lungo le interfacce.

La formulazione agli Elementi Distinti rappresenta i sistemi discontinui come un insieme di blocchi separati da interfacce. Per quanto riguarda la definizione dei blocchi, il software è in grado di gestire due tipologie di poliedri:

- Blocchi Rigidi: caratterizzati da sei gradi di libertà riferiti al baricentro, corrispondenti alle tre componenti di traslazione e alle tre di rotazione.
- Blocchi Deformabili: il volume è discretizzato internamente in tetraedri con tre gradi di libertà per nodo (spostamenti). A differenza dei blocchi rigidi, non sono presenti gradi di libertà rotazionali, i quali vengono ricavati direttamente dalla distribuzione delle velocità dei nodi.

Per la struttura in esame, caratterizzata da blocchi lapidei robusti e giunti di malta deboli, si è optato per un approccio a blocchi rigidi. In questo modello, la risposta meccanica e le deformazioni vengono concentrate esclusivamente lungo i contatti, trascurando la deformabilità propria dei singoli elementi.

Per quanto riguarda le interfacce, è necessario descrivere come queste interagiscono tra loro. In 3DEC, i contatti tra blocchi vengono identificati automaticamente tramite il metodo del Piano Comune (Common Plane, C-P) [1].

Questo algoritmo stabilisce un piano fittizio tra due blocchi adiacenti e verifica le distanze relative per determinare se sia presente un contatto. Per rappresentare correttamente la distribuzione degli sforzi sulle superfici di interfaccia, ogni contatto viene suddiviso in sotto-contatti, ciascuno dei quali contribuisce alla trasmissione delle forze. La logica di generazione è simmetrica, assicurando che le interazioni siano bilanciate tra le superfici coinvolte. Dal punto di vista topologico, i contatti possono essere di due tipi principali: vertice-su-faccia e spigolo-su-spigolo. Per i contatti faccia-su-faccia, tipici delle murature, a ciascun sotto-contatto viene assegnata un'area di competenza, che permette di convertire le forze nodali in tensioni medie equivalenti. A ciascun sotto-contatto può essere assegnato un legame costitutivo, che ne definisce il comportamento meccanico, inclusi effetti elastici, plastici o di snervamento. Si riporta una schematizzazione della muratura tramite la metodologia agli elementi distinti tratta da Damiani et al. (2023) [21] (**Figura 3.2**). In questa configurazione, i contatti sono schematizzati mediante un sistema di molle elastiche operanti in direzione normale e trasversale, a ciascuna delle quali viene associata una specifica rigidità.

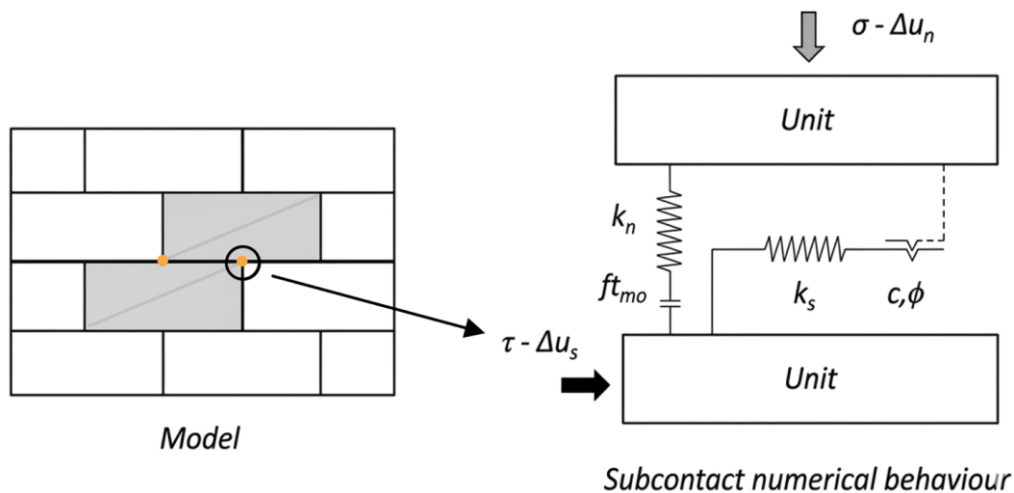


Figura 3.2 Rappresentazione modellazione DEM, Damiani et al. (2023) [21]

Oltre ai parametri di resistenza (coesione e angolo d'attrito), la caratterizzazione meccanica delle interfacce richiede dunque la determinazione delle relative rigidità normali k_n e di taglio k_s , essenziali per definirne il comportamento deformativo. Poiché si adotta un'ipotesi di blocchi rigidi, la deformabilità propria dell'elemento lapideo viene condensata all'interno dei contatti stessi; pertanto, le rigidità dei giunti vengono calibrate sulla base delle proprietà elastiche della muratura complessiva [1].

Nello specifico, la rigidezza normale k_n e la rigidezza tangenziale k_s sono calcolate secondo le formulazioni (3.1) e (3.2):

$$k_n = \frac{E}{d_c} \quad (3.1)$$

$$k_s = \frac{G}{d_c} \quad (3.2)$$

Dove E e G rappresentano rispettivamente i moduli di elasticità normale e tangenziale della muratura, mentre d_c identifica la spaziatura tra i centri dei blocchi.

Una volta definita la tipologia di blocchi implementata e la logica di generazione dei contatti, è possibile dunque affermare che la risposta meccanica del sistema dipende interamente dal comportamento delle interfacce. Per simulare il comportamento non lineare delle murature storiche alpine, le discontinuità in 3DEC sono modellate mediante il modello costitutivo di Mohr-Coulomb.

La formulazione distingue i meccanismi di collasso per trazione e per taglio mentre, in linea con la letteratura consolidata sui materiali lapidei, la resistenza a compressione dei blocchi è stata assunta come infinita. Tale ipotesi si giustifica col fatto che la risposta strutturale è governata in via principale dalla cinematica dei giunti e dalle proprietà di contatto tra gli elementi.

Il comportamento delle interfacce a taglio è descritto da un modello a rigidezza lineare fino al raggiungimento della soglia di picco, integrando le proprietà elastiche con i criteri di resistenza definiti da attrito, coesione e resistenza a trazione. La formulazione adottata permette inoltre di simulare sia la fase elastica, sia la progressiva degradazione della capacità resistente una volta superata la tensione massima del giunto (**Figura 3.3**).

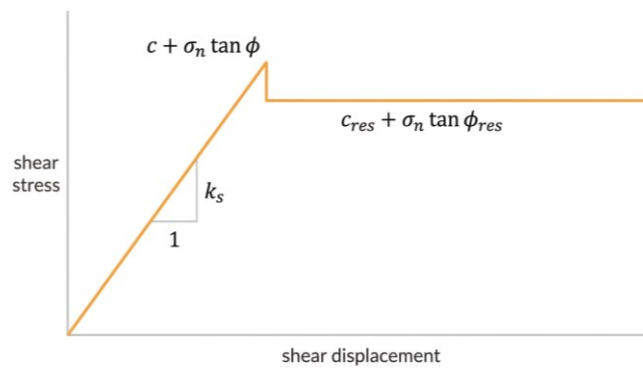


Figura 3.3 Comportamento a taglio per il modello Mohr-Coulomb [1]

In questo lavoro di tesi, è stata assunta una coesione residua c_{res} nulla dopo il raggiungimento del picco, trasformando il contatto in un'interfaccia puramente attritiva, la cui capacità resistente dipende esclusivamente dal carico normale σ_n e dall'angolo di attrito ϕ_{res} . Questa scelta consente di rappresentare fedelmente le murature storiche, dove, una volta superata la limitata resistenza del legante, l'integrità cinematica del sistema è assicurata dall'ingranamento meccanico e dall'attrito tra i conci. L'evoluzione delle grandezze iniziali e residue, analizzate in relazione alla tensione normale applicata all'interfaccia del giunto, è illustrata nel grafico di **Figura 3.4**.

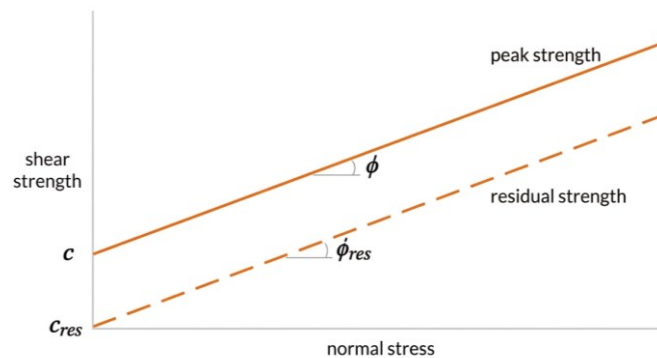


Figura 3.4 Andamento parametri di resistenza in funzione dello sforzo normale agente sul giunto [1]

Analogamente, la risposta normale è vincolata da una soglia di resistenza a trazione: la tensione normale diminuisce proporzionalmente all'apertura del giunto secondo la rigidità elastica, ma crolla al valore residuo (assunto nullo per default) quando il limite di trazione è superato, simulando l'apertura della fessura e l'annullamento della trasmissione degli sforzi normali (**Figura 3.5**).

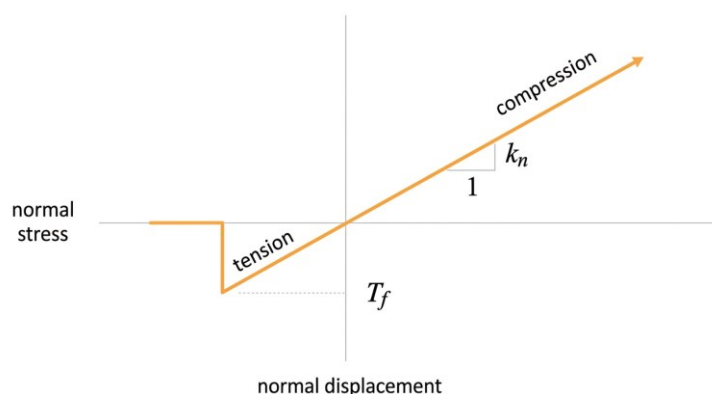


Figura 3.5 Comportamento a trazione per il modello Mohr-Coulomb [1]

Dal punto di vista computazionale, il codice monitora istante per istante lo stato di ciascun sotto-contatto, tracciando se l'elemento è in fase elastica, in rottura attiva o già decaduto. Questa “memoria del danno” permette di seguire l'evoluzione progressiva delle fessurazioni, distinguendo tra zone in danneggiamento e zone ormai stabilizzate.

In sintesi, il modello richiede l'assegnazione di parametri meccanici che includono rigidzze elastiche e resistenze di picco e residue (coesione, attrito, trazione). In assenza di dati diagnostici diretti, come già discusso all'interno del § 2.3, tali parametri sono stati definiti sulla base di norme (NTC18), garantendo una calibrazione coerente con le caratteristiche materiche del sito.

3.2.2. Formulazione delle equazioni del moto e ciclo di calcolo

Il software di calcolo di 3DEC si basa su un algoritmo risolutivo nel dominio del tempo, che risolve le equazioni del moto del sistema attraverso un metodo esplicito alle differenze finite. Come dimostrato da Cundall (1987), uno schema risolutivo basato sulle equazioni complete del moto è decisamente più idoneo a individuare le modalità di collasso nei sistemi discontinui rispetto ad algoritmi statici o di rilassamento che trascurano le velocità e le forze d'inerzia.

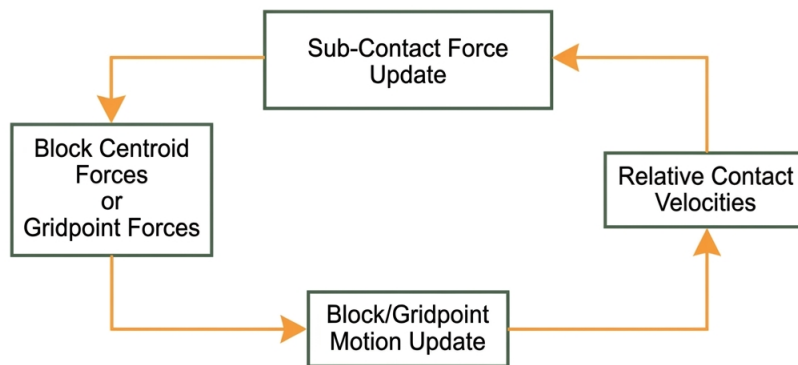


Figura 3.6 Schema del ciclo di calcolo adottato all'interno di 3DEC [1]

La sequenza logica delle operazioni che compongono il ciclo di calcolo, derivata dalla documentazione ufficiale di 3DEC [1], è sintetizzata nello schema di **Figura 3.6**.

Il ciclo di calcolo, ripetuto a ogni passo temporale (*timestep*), si articola dunque in una sequenza circolare:

1. Legge del moto: L'integrazione delle equazioni dinamiche fornisce le nuove posizioni e velocità dei blocchi (o dei nodi della triangolazione).
2. Cinematica dei contatti: Dalle nuove posizioni dei corpi si derivano gli incrementi di spostamento relativo (o le velocità relative) alle interfacce.
3. Legge costitutiva: Applicando le relazioni forza-spostamento prescritte ai sotto-contatti, si calcolano le nuove forze di interfaccia.
4. Chiusura del ciclo: Le forze aggiornate vengono riapplicate ai blocchi come condizioni al contorno per il passo temporale successivo.

Questo processo iterativo garantisce che l'evoluzione del sistema rispetti istante per istante l'equilibrio dinamico e la congruenza geometrica.

La procedura di calcolo delle forze scambiate tra i blocchi si fonda sulla definizione cinematica delle velocità relative ai sotto-contatti. Il punto di partenza è la determinazione della velocità relativa istantanea attraverso il giunto. Tale grandezza è calcolata come differenza tra la velocità del punto materiale appartenente al sotto-contatto e la velocità del punto omologo sulla faccia opposta.

Nel caso di blocchi rigidi, la velocità in un punto generico è derivata dalle equazioni del moto del baricentro. Una volta ottenute le velocità, l'incremento di spostamento relativo per il passo temporale Δt è calcolato tramite l'equazione (3.3):

$$\Delta U_i = V_i \Delta t \quad (3.3)$$

Dove Δt il passo temporale dell'analisi mentre V_i è la velocità relativa dei sotto-contatti.

Tale vettore viene successivamente scomposto nelle sue componenti normale e tangenziale (di taglio) rispetto al Piano Comune mediante le relazioni (3.4) e (3.5):

$$\Delta U^n = \Delta U_i n_i \quad (3.4)$$

$$\Delta U_i^s = \Delta U_i - \Delta U_i n_i n_j \quad (3.5)$$

In cui n_i e n_j denotano le componenti spaziali del versore normale al piano di contatto, espresse secondo la notazione indiciale rispetto al sistema di riferimento globale.

Dagli incrementi di spostamento si ricavano gli incrementi di forza elastica, assumendo un comportamento lineare (fino al raggiungimento dei limiti di resistenza) tramite le relazioni (3.6) e (3.7):

$$\Delta F^n = -K_n \Delta U^n A_c \quad (3.6)$$

$$\Delta F_i^s = -K_s \Delta U_i^s A_c \quad (3.7)$$

Dove K_n e K_s sono le rigidezze normale e tangenziale, e A_c è l'area di competenza del sotto-contatto. Nel caso di contatto faccia-faccia, quest'area viene dimezzata per compensare la doppia generazione dei sotto-contatti su entrambi i lati dell'interfaccia.

Le forze totali vengono aggiornate sommando gli incrementi calcolati ai valori accumulati nei passi precedenti tramite le equazioni (3.8), (3.9) e (3.10):

$$F^n := F^n + \Delta F^n \quad (3.8)$$

$$F_i^s := F_i^s + \Delta F_i^s \quad (3.9)$$

$$F_i = -(F^n n_i + F_i^S) \quad (3.10)$$

per poi essere corrette in base alla legge costitutiva del giunto (criterio di Mohr-Coulomb) per verificare eventuali crisi per trazione o scorrimento. Infine, le forze di contatto risultanti vengono applicate ai blocchi per chiudere il ciclo dinamico. Per i blocchi rigidi, la forza F_i e il momento risultante (calcolato come prodotto vettoriale rispetto al baricentro) vengono sommati alle azioni globali agenti sul centro di massa.

3.2.3. Algoritmo di Integrazione e Stabilità numerica

L'integrazione numerica dell'equazione del moto nel dominio temporale rappresenta il motore computazionale dell'analisi dinamica. Essa consiste nella discretizzazione dell'asse dei tempi in intervalli finiti Δt , permettendo di calcolare la configurazione deformata del sistema istante per istante a partire dallo stato precedente, risolvendo le equazioni differenziali del secondo ordine che governano l'equilibrio dinamico.

Nel panorama degli algoritmi disponibili, si distingue tra metodi impliciti (incondizionatamente stabili, ma onerosi per grandi matrici) e metodi espliciti (condizionatamente stabili, ma efficienti per non-linearità severe).

Per la presente modellazione in 3DEC, coerentemente con la natura discontinua del mezzo murario, è stato adottato l'algoritmo di integrazione Esplicito alle Differenze Centrali (*Central Difference Method*). A differenza dei metodi impliciti che richiedono l'inversione della matrice di rigidità globale a ogni passo, il metodo esplicito risolve le equazioni del moto disaccoppiate direttamente a livello dei nodi. Questa formulazione è "condizionatamente stabile", ciò significa che il passo di integrazione Δt non può essere scelto arbitrariamente, ma deve essere inferiore a un valore critico (nell'ordine di 10^{-5} secondi) per garantire la stabilità numerica.

3.3. Il Metodo a Telaio Equivalente e il codice di calcolo TREMURI

Per la valutazione della risposta sismica globale dello stato di progetto è stato utilizzato il software TREMURI (Lagomarsino et al., 2013) [2], un codice di calcolo basato sulla strategia di modellazione a telaio equivalente. Questo approccio permette di simulare il comportamento di organismi murari complessi attraverso l'impiego di macroelementi non lineari. Il cuore della metodologia risiede nell'identificazione di porzioni deformabili, dove si concentra la non linearità, connesse da porzioni rigide che si assumono prive di danneggiamento significativo. Osservando i quadri di danno sismico, la letteratura distingue due componenti principali: i maschi murari, elementi verticali portanti, e le fasce di piano, elementi orizzontali che, pur non essendo destinati ai carichi verticali, mediano l'interazione tra i maschi adiacenti, influenzandone le condizioni di vincolo e il comportamento quando soggetti a carichi laterali.

Il software TREMURI offre diverse formulazioni per i pannelli murari, inclusi i macroelementi non lineari, e permette di modellare esplicitamente la flessibilità dei diaframmi di piano [22]. Quest'ultimo aspetto è particolarmente rilevante per le costruzioni storiche, dove i solai raramente garantiscono un comportamento rigido. L'assemblaggio 3D del software consente di accoppiare la risposta nel piano delle pareti con l'azione di ripartizione dei solai, ottimizzando l'onere computazionale attraverso una riduzione strategica dei gradi di libertà.

È tuttavia fondamentale evidenziare che tale approccio ignora sistematicamente il comportamento fuori piano degli elementi strutturali, poiché la risposta globale della costruzione viene ipotizzata come interamente governata dalla resistenza nel piano dei singoli setti. Di conseguenza, si assume implicitamente che qualsiasi meccanismo locale sia impedito da un adeguato grado di connessione. La veridicità di questa assunzione deve quindi essere verificata in separata sede attraverso analisi specifiche (cinematiche lineari o non lineari), volte ad accertare che i collassi locali non precedano il raggiungimento della capacità globale prevista dal modello a telaio equivalente.

3.3.1. Risposta meccanica e leggi di danno dei maschi murari

La validità di un modello a telaio equivalente risiede nella sua capacità di interpretare correttamente la risposta dei singoli componenti. Per gestire questa complessità con un onere computazionale sostenibile, il software implementa una strategia particolarmente efficiente, che permette l'esecuzione di analisi non lineari su modelli complessi in tempi ridotti.

In quest'ottica, la modellazione dei setti murari all'interno di TREMURI si affida a un macroelemento specifico, la cui concezione originaria si deve ai lavori di Brencich e Lagomarsino (1998) [17]. Questo elemento è stato sviluppato per riprodurre la risposta strutturale di maschi e fasce attraverso un set ridotto di variabili computazionali, che si traduce in 8 gradi di libertà totali (**Figura 3.7**). La sua formulazione puramente meccanica è orientata alla rappresentazione dei due principali meccanismi di rottura nel piano: il meccanismo di pressoflessione (*rocking* con possibile *toe-crushing* della sezione) e quello di taglio-scorrimento (*shear-sliding*). A tal proposito, la formulazione del macroelemento prevede la presenza di variabili di stato che monitorano e descrivono l'evoluzione del danneggiamento, governando sia il decadimento della resistenza (*softening*) sia la degradazione della rigidità del pannello.

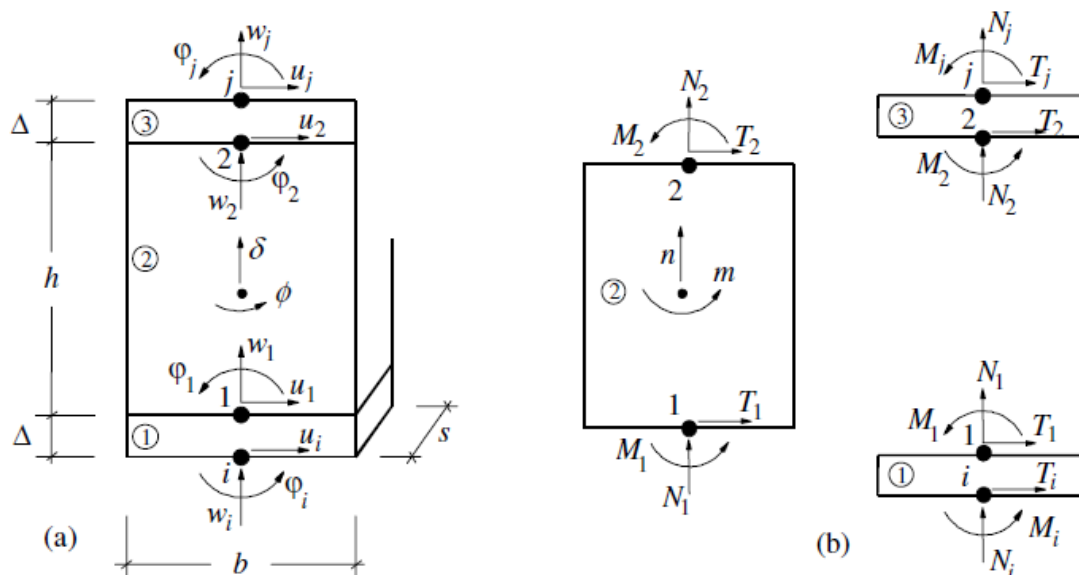


Figura 3.7 Cinematica del macroelemento non lineare [23]

La struttura interna del macroelemento è idealmente ripartita in tre porzioni:

- Interfacce di estremità (inferiore e superiore): in queste zone, di spessore trascurabile, viene concentrata la risposta flessionale e assiale, mentre sono rigide nei confronti di azioni taglianti. Nelle interfacce di estremità si manifestano le deformazioni longitudinali, con annesse non linearità dovute a parzializzazioni e/o schiacciamenti del materiale.
- Corpo centrale: questa porzione è deputata esclusivamente alla risposta tagliante. Per ipotesi di modello, essa è considerata infinitamente rigida rispetto alle sollecitazioni assiali e flessionali, mentre funge da connettore tra le due interfacce di estremità per ristabilire l'equilibrio a livello locale.

La cinematica bidimensionale dell'elemento è definita da una terna di gradi di libertà per ciascuno dei nodi esterni (spostamento verticale w , traslazione orizzontale u e rotazione nel piano φ), a cui si aggiungono due parametri interni relativi alla zona centrale: lo spostamento assiale δ e la rotazione nel piano ϕ . Questa configurazione permette di disaccoppiare i diversi contributi deformativi, garantendo al contempo la continuità e la coerenza degli spostamenti tra le diverse parti del macroelemento durante l'analisi non lineare.

Meccanica delle interfacce: comportamento per pressoflessione

Nella formulazione del macroelemento, la risposta assiale e flessionale delle interfacce estreme viene analizzata in modo indipendente. Il comportamento meccanico di tali regioni è governato da variabili statiche, ovvero lo sforzo normale N e il momento flettente M , e dalle corrispondenti variabili cinematiche, ovvero lo spostamento assiale w e la rotazione nel piano φ .

Nel caso di sezione interamente reagente, il problema assiale e quello flessionale risultano disaccoppiati, permettendo di definire la risposta delle interfacce attraverso relazioni lineari tra le sollecitazioni e le relative deformazioni tramite il sistema di equazioni (3.11):

$$\begin{cases} N = kltw \\ M = \frac{k}{12} tl^3 \varphi \end{cases} \quad (3.11)$$

dove l e t rappresentano rispettivamente la lunghezza e lo spessore della parete muraria.

Un ruolo centrale è affidato al parametro k , definito come la rigidezza assiale per unità di superficie dell'interfaccia, la cui entità è funzione del modulo di elasticità normale della muratura E e dell'altezza del setto h , secondo la relazione $k = 2E/h$. Infine, le variabili cinematiche w e φ descrivono l'allungamento e la rotazione relativa dell'interfaccia al netto degli atti di moto rigido del corpo centrale. Nello specifico, per il nodo inferiore i , lo spostamento relativo è calcolato come $w = w_i - \delta$ e la rotazione relativa nel piano come $\varphi = \varphi_i - \phi$. Considerazioni analoghe possono essere applicate all'interfaccia superiore.

Nel caso di sezione non interamente reagente, invece, azione assiale e flessionale non sono più disaccoppiate e, di conseguenza, il problema diventa non lineare. A tal proposito, il macroelemento adottato implementa una formulazione particolarmente efficiente dal punto di vista computazionale, che si basa sul calcolo analitico di correzioni inelastiche da applicare ai contributi elastici per ricavare la risposta non lineare delle interfacce estreme. In particolare, Penna et al. (2014) [24] ha proposto un modello bilineare analiticamente integrato sulle interfacce estreme: la scarsa resistenza a trazione è descritta da un comportamento di tipo *no-tension*, mentre la limitata resistenza a compressione del legame costitutivo governa il fenomeno dello schiacciamento della muratura (*toe-crushing*).

Per tenere in considerazione il progressivo degrado di rigidità che caratterizza un pannello murario soggetto ad azioni cicliche, Penna et al. (2014) [24] ha proposto un ramo di scarico ricentrante (**Figura 3.8 (a)**). Tuttavia, diverse simulazioni numeriche hanno evidenziato come tale modello comporti una sistematica sottostima della dissipazione energetica. Per questo motivo, per svolgere le analisi dinamiche non lineari nel presente elaborato, è stato utilizzato il legame costitutivo proposto da Bracchi et al. (2021) [25], il cui scarico con pendenza parallela al ramo elastico permette un maggiore accumulo di danno e conseguente incremento della dissipazione isteretica (**Figura 3.8 (b)**).

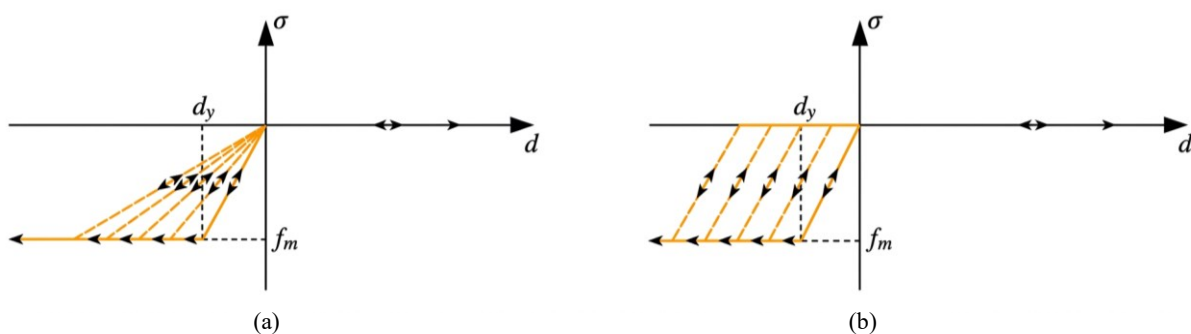


Figura 3.8 Legame costitutivo originale delle molle di interfaccia [24] (a) e legame costitutivo migliorato [25] (b)

Oltre ad un legame costitutivo più adeguato, Bracchi et al. (2021) [25] ha proposto un algoritmo iterativo per correggere la rigidità flessionale del macroelemento proposto da Penna et al. (2014) [24]. Infatti, la rigidità delle interfacce è calibrata in modo da preservare la corretta rigidità assiale di un elemento beam equivalente. Tuttavia, questa calibrazione comporta un errore sulla rigidità flessionale.

Secondo la formulazione di Penna et al. (2014) [24] il modulo di Young assegnato al macroelemento deve essere opportunamente modificato per tenere in conto di questo errore. Tuttavia, la rigidità flessionale dipende dalle condizioni al contorno dell'elemento, le quali tipicamente variano a seguito del danneggiamento dell'edificio. Inoltre, una modifica del modulo di Young comporta un errore dal lato della rigidità assiale.

Per superare queste incongruenze, Bracchi et al. (2021) [25] ha introdotto un algoritmo iterativo che si basa sulla determinazione ad ogni step della luce di taglio per consentire al macroelemento di adattare la propria rigidità flessionale in tempo reale, garantendo la coerenza meccanica sia con la risposta assiale che con l'effettiva configurazione cinematica assunta dalla parete.

Risposta a taglio: danneggiamento e scorrimento

Come precedentemente accennato, la risposta tagliante del macroelemento risiede nella porzione centrale ed è descritta da un'aliquota elastica u_{el} e una componente plastica s dovuta allo scorrimento come descritto dall'equazione (3.12):

$$u = (u_i - u_j + \phi \cdot h) + s = u_{el} + s \quad (3.12)$$

Dove u_i, u_j, ϕ e h sono i parametri rappresentati in **Figura 3.7**.

Infatti, i giunti di malta degli elementi murari consistono in potenziali piani di scorrimento, portando a una definizione della resistenza data dalla combinazione di un contributo attritivo e uno coesivo.

Sotto l'azione di un carico monotono, il pannello esibisce inizialmente un comportamento elastico lineare, regolato dal modulo di taglio G e dalla geometria del setto (l, t, h) tramite la relazione (3.13):

$$V = \frac{G \cdot l \cdot t}{h} \cdot u \quad (3.13)$$

L'attivazione della componente plastica avviene al superamento della soglia di attrito statico V_f , funzione dello sforzo normale e del coefficiente di attrito μ . Una volta innescato lo scorrimento, la forza di taglio totale integra il contributo della coesione V_c , il quale dipende dallo spostamento plastico s e da un parametro di rigidezza governato dalla variabile di danno α , che quantifica l'estensione del deterioramento nel pannello. Il parametro α evolve da zero (pannello integrità) fino all'unità (raggiungimento della resistenza di picco), superata la quale si entra nel ramo di *softening* (Gambarotta e Lagomarsino, 1997) [26].

Il legame a taglio è completamente descritto da due parametri: β governa la pendenza del ramo di softening, mentre Gc_t ne determina la posizione del picco di resistenza (**Figura 3.9**).

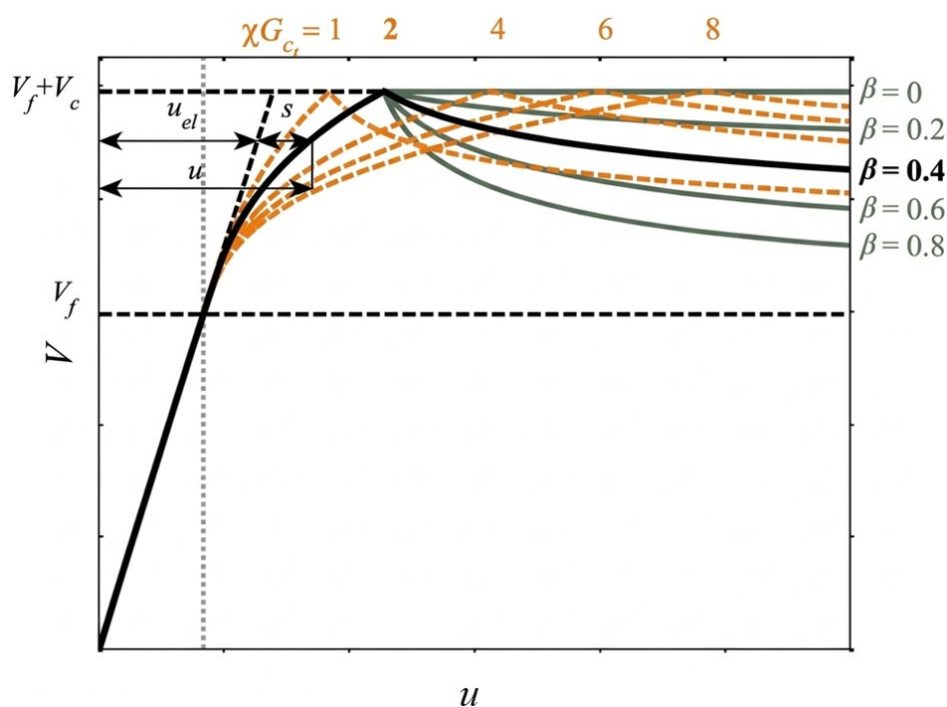


Figura 3.9 Influenza dei parametri β e c_t sulla risposta a taglio non lineare del macroelemento [25]

Sebbene il criterio di rottura a taglio implementato faccia riferimento a un meccanismo di scorrimento alla Coulomb, le tipologie di rottura a taglio che si verificano in pannelli murari possono essere diverse. In particolare, nelle murature con tessitura regolare, il collasso può avvenire per fessurazione dei blocchi, lesioni a "scaletta" attraverso i giunti di malta, o scorrimento lungo i giunti orizzontali. Al contrario, nelle murature a tessitura irregolare il comportamento del materiale è assimilabile a un continuo omogeneo, con la formazione di una fessurazione diagonale.

Bracchi e Penna (2021) [25] hanno esteso la formulazione del macroelemento al fine di cogliere meccanismi di rottura aggiuntivi. In particolare, mediante una linearizzazione del criterio di rottura scelto nell'intorno dello sforzo normale corrente, è possibile definire parametri di coesione e attrito equivalenti da assegnare al legame costitutivo implementato nel macroelemento. Questo procedimento, svolto automaticamente all'interno del software, può riprodurre:

- Meccanismi di scorrimento (Sliding): la resistenza allo scorrimento è valutata sia considerando l'intera sezione del pannello, sia tenendo conto della sola porzione compressa. Questo permette di modellare la risposta di murature dove i giunti di malta costituiscono il piano di debolezza principale.
- Fessurazione diagonale (criterio di Turnšek-Sheppard): questo criterio viene attivato per modellare il raggiungimento della resistenza a trazione macroscopica della muratura. È l'opzione di riferimento per questo studio, in quanto meglio interpreta il comportamento di paramenti murari storici e irregolari, dove la crisi non segue i giunti ma attraversa la massa muraria in modo diagonale.
- Crisi delle unità resistenti (criterio di Mann-Müller): Il software include la possibilità di monitorare il superamento della resistenza a trazione dei singoli blocchi (mattoni o pietre squadrate), parametro che funge spesso da limite superiore per la capacità portante nelle murature a tessitura regolare.

Sebbene la prassi di calcolo preveda solitamente l'attivazione di tutti i criteri sopra citati per ricavare la resistenza ultima come involucro inferiore delle diverse capacità portanti, nella presente trattazione si è scelto di considerare esclusivamente il criterio di Turnšek-Sheppard.

Tale scelta è motivata dalla natura dei paramenti murari oggetto di analisi, tipici dell'edilizia storica e caratterizzati da una forte irregolarità e disomogeneità. In queste condizioni, il comportamento del setto è meglio approssimato da un modello che tratti la muratura come un materiale macroscopicamente omogeneo, dove la rottura non segue i piani regolari dei giunti di malta ma attraversa la massa muraria diagonalmente. Focalizzando l'analisi su questo singolo meccanismo, è stato possibile rappresentare fedelmente la vulnerabilità intrinseca di murature storiche esistenti, la cui resistenza a taglio è governata principalmente dalla limitata capacità a trazione diagonale del materiale.

In questa configurazione, la resistenza dipende dalla resistenza a trazione della muratura f_{tu} e da un coefficiente b che modula la distribuzione delle tensioni tangenziali al centro del pannello in base alla sua snellezza tramite la relazione (3.14):

$$V_{res} = \frac{f_{tu}lt}{b} \sqrt{1 + \frac{N}{f_{tu}lt}} \quad (3.14)$$

All'interno della formulazione, le variabili l e t rappresentano rispettivamente lo sviluppo longitudinale e lo spessore dell'elemento murario. Il parametro f_{tu} esprime la resistenza a trazione convenzionale del materiale, dedotta a partire da indagini sperimentali di compressione diagonale, mentre N identifica il carico assiale medio agente. Infine, V_{res} definisce la capacità portante a taglio (taglio ultimo) e b costituisce un fattore correttivo correlato al rapporto di snellezza del pannello.

Sintesi del modello e parametri meccanici

Per completare la trattazione del macroelemento adottato, è necessario sintetizzare le relazioni derivate in una formulazione matriciale compatta. La risposta globale del macroelemento è espressa separando la componente elastica lineare dalle diverse aliquote di correzione non lineare.

Il legame tra le variabili cinematiche ($w_i, u_i, \varphi_i, w_j, u_j, \varphi_j, \delta, \phi$) e quelle statiche è stato precedentemente esplicitato attraverso la definizione delle equazioni costitutive. Tali relazioni coinvolgono non solo le sei sollecitazioni ai nodi ($N_i, T_i, M_i, N_j, T_j, M_j$), ma anche le forze associate al corpo centrale n e m ; la valutazione di queste ultime deriva direttamente dalle equazioni di equilibrio interno che governano il comportamento dell'elemento strutturale. In forma matriciale, la relazione si scrive mediante la (3.15):

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_j \\ T_j \\ M_j \\ n \\ m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} klt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -klt & 0 \\ 0 & \frac{Glt}{h} & 0 & 0 & -\frac{Glt}{h} & 0 & 0 & -Glt \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}ktl^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{12}ktl^3 \\ 0 & 0 & 0 & ktl & 0 & 0 & -klt & 0 \\ 0 & -\frac{Glt}{h} & 0 & 0 & \frac{Glt}{h} & 0 & 0 & Glt \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}ktl^3 & 0 & -\frac{1}{12}ktl^3 \\ -klt & 0 & 0 & -klt & 0 & 0 & 2klt & 0 \\ 0 & -Glt & -\frac{1}{12}ktl^3 & 0 & Glt & -\frac{1}{12}ktl^3 & 0 & Glt + \frac{1}{6}ktl^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_i \\ u_i \\ \varphi_i \\ w_j \\ u_j \\ \varphi_j \\ \delta \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_i^* + N_i^{**} \\ T_i^* \\ M_i^* + M_i^{**} \\ N_j^* + N_j^{**} \\ T_j^* \\ M_j^* + M_j^{**} \\ n^* + n^{**} \\ m^* + m^{**} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

3.3.2. Definizione degli elementi trave

La modellazione a telaio equivalente facilita l'introduzione di elementi diversi dai pannelli murari, rendendo agevole la modellazione di edifici misti. A tal proposito, la risposta degli elementi trave viene simulata attraverso elementi a plasticità concentrata con formulazione alla Timoshenko, assumendo un legame di tipo bilineare con scarico ricentrante [2].

Il sistema di equazioni in campo elastico lineare di tale elemento è sintetizzato di seguito tramite il sistema matriciale (3.16):

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_j \\ T_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & -\frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} \\ 0 & \frac{EA}{h} & 0 & 0 & -\frac{EA}{h} & 0 \\ -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(4+\psi)}{h(1+\psi)} & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(2-\psi)}{h(1+\psi)} \\ \frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & \frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} \\ 0 & -\frac{EA}{h} & 0 & 0 & \frac{EA}{h} & 0 \\ -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(2-\psi)}{h(1+\psi)} & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(4+\psi)}{h(1+\psi)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ \varphi_i \\ u_j \\ w_j \\ \varphi_j \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

dove:

- Il coefficiente ψ , definito come $\frac{1,2EI^2}{Gh^2}$, accoppia la risposta flessionale a quella tagliante;
- I moduli elastici E e G sono rispettivamente il modulo di Young e il modulo di taglio della muratura;
- Le proprietà geometriche A e J rappresentano l'area della sezione trasversale e il momento d'inerzia del pannello;
- Il coefficiente di riduzione η è un parametro correttivo essenziale per simulare la rigidità "fessurata" del pannello.

Per tenere conto della storia di carico e dei fenomeni di danneggiamento ciclico tipici dell'azione sismica, la rigidezza viene aggiornata al valore secante al massimo spostamento raggiunto dall'elemento durante l'intera storia di carico, come rappresentato in **Figura 3.10**.

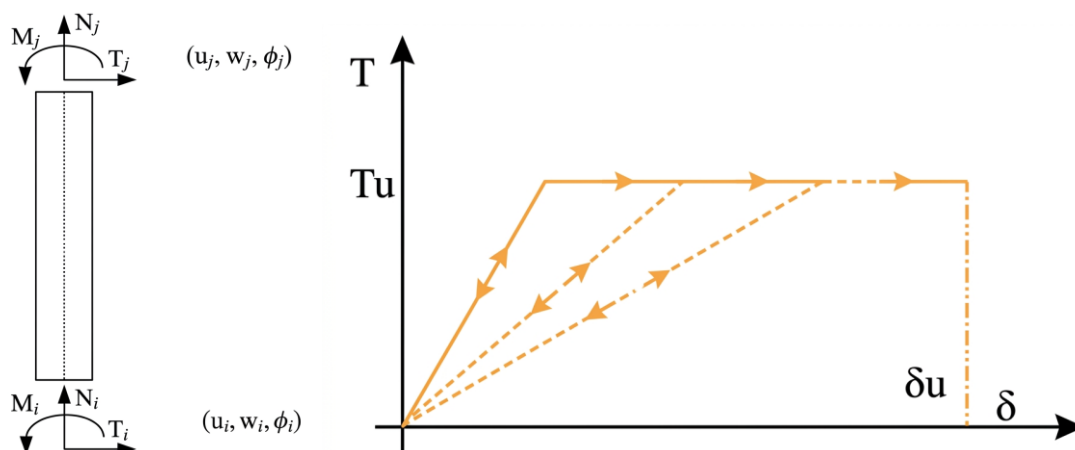


Figura 3.10 Comportamento degradante degli elementi trave non lineare [2]

3.3.3. Comportamento tridimensionale e modellazione dei diaframmi

Per la definizione della struttura tridimensionale, il software adotta un sistema di coordinate cartesiane globale (X, Y, Z). Ogni parete è individuata nel piano orizzontale attraverso le coordinate di un suo punto e l'angolo di inclinazione rispetto all'asse X globale. Questa impostazione permette di trattare le singole pareti come telai piani nel proprio sistema locale, dove i nodi interni mantengono 3 gradi di libertà (due traslazioni e una rotazione nel piano). In questo schema, le pareti assumono il ruolo di elementi portanti primari, mentre i diaframmi assolvono la funzione di ripartire le azioni orizzontali tra i diversi allineamenti resistenti. La complessità del modello emerge nei nodi 3D, ovvero i punti di intersezione o d'angolo tra pareti ortogonali o convergenti. In questi nodi, vengono definiti 5 gradi di libertà globali ($u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_y$). È importante notare che la rotazione attorno all'asse verticale viene trascurata, in coerenza con l'ipotesi di comportamento a membrana adottata sia per i solai che per le pareti. Tali nodi spaziali sono ottenuti dall'assemblaggio dei nodi rigidi 2D appartenenti a ciascun piano di parete, proiettando i relativi gradi di libertà locali lungo gli assi del sistema globale.

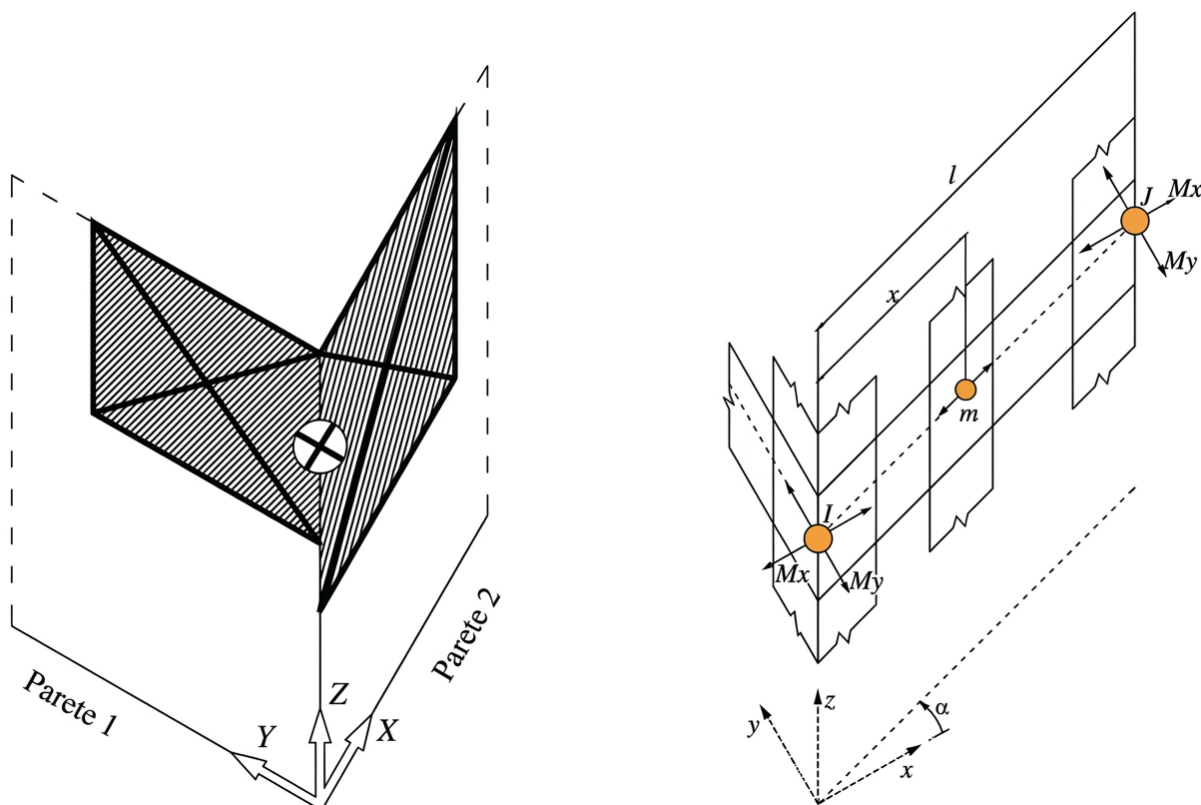


Figura 3.11 Modellazione dei nodi in ambiente 2D e 3D e logica di condivisione delle masse [23]

Poiché i nodi 2D interni alle pareti non possiedono gradi di libertà ortogonali al piano del setto, il software adotta una specifica strategia per la ripartizione delle masse associate ai movimenti fuori piano. La quota di massa nodale relativa ai gradi di libertà fuori piano viene ripartita tra i due nodi 3D più vicini (solitamente gli incroci d'angolo) appartenenti alla medesima parete e allo stesso impalcato (**Figura 3.11**).

Le componenti di massa M_x e M_y vengono ridistribuite secondo relazioni geometriche che tengono conto della distanza del nodo 2D dai nodi 3D di riferimento e dell'angolo di incidenza α della parete tramite le relazioni (3.17) e (3.18) considerando le grandezze riportate in **Figura 3.11**:

$$M_x^l = M_x^l + m(1 - |\cos \alpha|) \frac{l - x}{l} \quad (3.17)$$

$$M_y^l = M_y^l + m(1 - |\sin \alpha|) \frac{l - x}{l} \quad (3.18)$$

La corretta caratterizzazione della rigidità dei diaframmi rappresenta uno dei parametri più sensibili dell'intera analisi, rendendo una modellazione accurata essenziale per evitare errori sistematici nella valutazione della risposta strutturale. Se l'ipotesi di diaframmi infinitamente flessibili impedisce di fatto il trasferimento di carico tra pareti non complanari, l'assunzione di diaframmi infinitamente rigidi rischia di condurre a una pericolosa sovrastima della capacità di redistribuzione delle forze, risultando raramente applicabile all'edilizia storica data la natura deformabile dei solai impiegati.

Per simulare il reale comportamento dei solai esistenti, TREMURI adotta elementi finiti di tipo membrana ortotropa a 3 o 4 nodi con comportamento elastico lineare. Ogni nodo della membrana possiede due gradi di libertà traslazionali (u_x, u_y) nel piano dell'elemento. Gli elementi membrana sono definiti dai seguenti contributi:

- Moduli di Young (E_1, E_2): definiscono la rigidità assiale lungo le due direzioni principali;
- Modulo di taglio (G_{12}): è il parametro che governa la distribuzione delle azioni sismiche orizzontali tra i diversi allineamenti resistenti.

Introducendo il rapporto di ortotropia $e = \frac{E_1}{E_2}$ e il coefficiente di Poisson ν , il legame tra le componenti di sforzo e di deformazione viene stabilito attraverso la matrice di rigidità \hat{D} :

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - e \cdot \nu^2} & \frac{e \cdot \nu \cdot E_1}{1 - e \cdot \nu^2} & 0 \\ \frac{e \cdot \nu \cdot E_1}{1 - e \cdot \nu^2} & \frac{e \cdot E_1}{1 - e \cdot \nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Nel caso specifico dell'insediamento di Ghesc, la scelta di adottare membrane ortotrope risulta cruciale per rappresentarne fedelmente la risposta strutturale. I solai nello stato di progetto, realizzati secondo la tradizione costruttiva ossolana con orditure primarie e secondarie in legno, presentano una spiccata flessibilità nel piano e un'evidente anisotropia meccanica.

Nella presente tesi, la calibrazione dei parametri di rigidità assiale e a taglio è stata orientata alla simulazione di tali orizzontamenti flessibili. Questa scelta modellistica permette di cogliere il reale comportamento dello stato di progetto del manufatto, dove la limitata rigidità del diaframma riduce l'effetto di redistribuzione delle forze sismiche tipico dei solai moderni (come quelli in laterocemento), mettendo in luce la vulnerabilità dei singoli setti murari.

3.3.4. Algoritmo di integrazione e stabilità numerica

Per la risoluzione delle equazioni del moto in ambito dinamico, il codice adotta un metodo numerico al passo noto come metodo di Newmark dell'accelerazione media costante. Nello specifico, tale variante assume che la configurazione al passo successivo dipenda da un'accelerazione costante, pari alla media tra i valori dell'istante corrente e di quello successivo. Queste approssimazioni rendono l'algoritmo incondizionatamente stabile, impedendo divergenze numeriche indipendentemente dall'ampiezza del passo temporale Δt scelto.

Le relazioni cinematiche risultanti sono ricavate tramite (3.20) e (3.21):

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \dot{\mathbf{u}}_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{\mathbf{u}}_i + 2\beta\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}] \quad (3.20)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{u}}_i + \gamma\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}] \quad (3.21)$$

dove \mathbf{u}_i , $\dot{\mathbf{u}}_i$, $\ddot{\mathbf{u}}_i$, \mathbf{u}_{i+1} , $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$, $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ rappresentano rispettivamente lo spostamento, la velocità e l'accelerazione al passo corrente e successivo.

Assumendo i coefficienti $\beta = 1/4$ e $\gamma = 1/2$ (caratteristici del regime ad accelerazione media), è possibile esplicitare l'accelerazione $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ e la velocità $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ in funzione dello spostamento incognito \mathbf{u}_{i+1} , giungendo alla definizione dell'equazione del moto al passo successivo tramite la relazione (3.22):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{i+1} + \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i+1}) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g(t)_{i+1} \quad (3.22)$$

In questo contesto, se il sistema permane in campo elastico lineare, l'equazione può essere risolta direttamente senza ricorrere a solutori iterativi. Al contrario, l'ingresso nel campo della non linearità materiale (tipico delle murature soggette a fessurazione e plasticizzazione) rende la relazione tra le forze esterne applicate \mathbf{F} e gli spostamenti nodali \mathbf{u} non più proporzionale, rendendo quindi necessario l'impiego di una procedura iterativa, in questo caso basata sul metodo di Newton-Raphson (**Figura 3.12**).

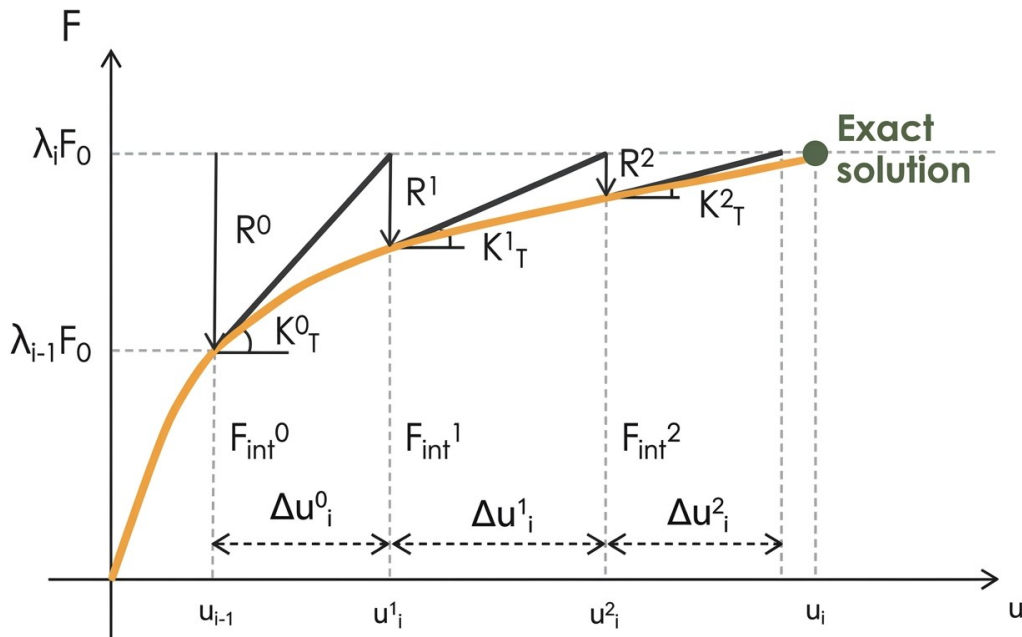


Figura 3.12 Metodo di Newton-Raphson [27]

Il problema si traduce nella ricerca dello zero di una funzione residua \mathbf{R} , che rappresenta lo squilibrio tra il vettore delle forze esterne \mathbf{F}_{ext} e quello delle forze interne resistenti della struttura \mathbf{F}_{int} mediante la relazione (3.23):

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}_{ext} - \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}) \quad (3.23)$$

Il cuore di questa metodologia si basa sulla linearizzazione della funzione residua attorno a una configurazione nota \mathbf{u}^n tramite lo sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo ordine identificato dalla relazione (3.24).

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}^{n+1}) = \mathbf{R}(\mathbf{u}^n) + \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{u}^n)}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u}^n \quad (3.24)$$

dove $\Delta \mathbf{u}^n$ rappresenta l'incremento correttivo di spostamento calcolato all'iterazione n.

Definendo la matrice di rigidezza tangente \mathbf{K}_T secondo l'equazione (3.25):

$$\mathbf{K}_T = -\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{F}_{int}}{\partial \mathbf{u}} \quad (3.25)$$

L'equazione (3.25) si può dunque riscrivere tramite la relazione (3.26):

$$\mathbf{K}_T^n \cdot \Delta \mathbf{u}^n = \mathbf{R}^n \quad (3.26)$$

Pertanto, ogni passo di carico (incremento di forza) viene risolto attraverso una serie di iterazioni "correttive":

1. Al generico istante temporale, si parte dalla configurazione finale del passo precedente e si calcola il residuo \mathbf{R}^0 , che indica quanto la struttura è lontana dall'equilibrio sotto il nuovo carico;
2. Viene calcolata la matrice \mathbf{K}_T (la derivata della curva forza-spostamento). Geometricamente, questa rappresenta la pendenza della curva nel punto attuale.
3. Si ricava l'incremento di spostamento $\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{K}_T)^{-1} \mathbf{R}$. Questo rappresenta la "correzione" necessaria per tentare di annullare il residuo seguendo la pendenza tangente.
4. Infine, si aggiorna la configurazione della struttura $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta \mathbf{u}^n$ e si ricalcolano le forze interne resistenti in base al nuovo stato deformativo.

Il processo prosegue iterativamente finché il residuo non risulta inferiore alla tolleranza imposta. Successivamente, il solutore avanza all'istante temporale successivo della *time-history*.

Tuttavia, all'interno dell'ambiente di calcolo TREMURI, la risoluzione delle equazioni non lineari è affidata a una variante dell'algoritmo di Newton-Raphson, definita "modificata". La peculiarità di questo approccio risiede nell'ottimizzazione della matrice di rigidezza, infatti, a differenza del metodo standard, che prevede l'aggiornamento della matrice a ogni singola iterazione, la versione modificata mantiene costante la rigidezza iniziale per l'intero processo incrementale (**Figura 3.13**).

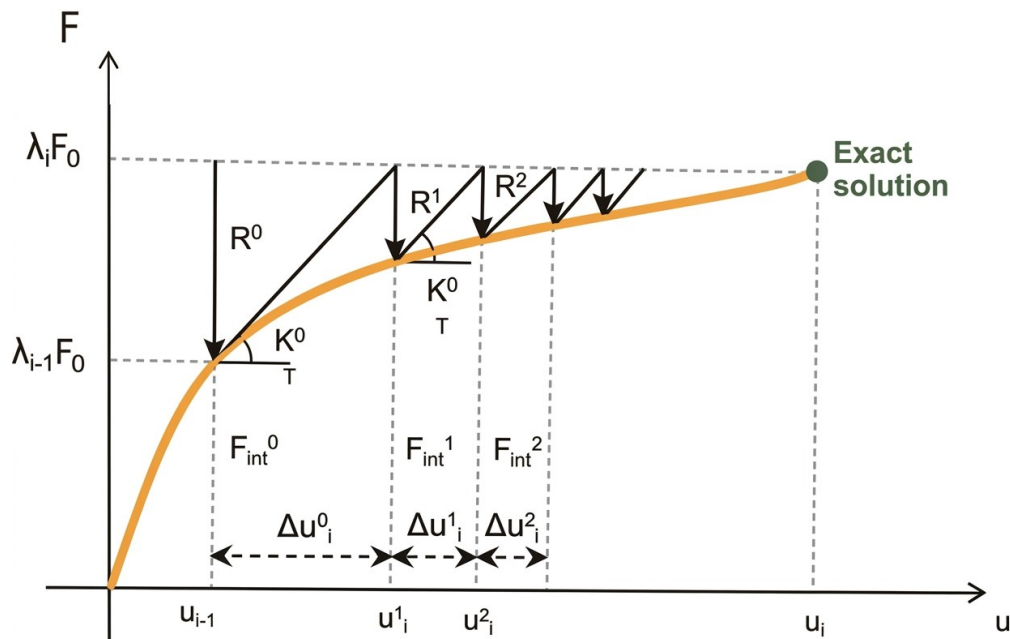


Figura 3.13 Metodo di Newton-Raphson modificato [27]

Questa scelta metodologica si traduce in un abbattimento del costo computazionale per singolo ciclo, poiché evita il ricalcolo e l'inversione della matrice di rigidità tangente. Sebbene in presenza di forti non-linearità della muratura tale strategia possa richiedere un numero superiore di iterazioni per raggiungere la convergenza numerica, ciò non costituisce un limite operativo per il codice di calcolo.

Grazie alla snellezza del metodo a telaio equivalente su cui si basa TREMURI, le analisi rimangono estremamente rapide e performanti, garantendo tempi di elaborazione minimi anche per modelli di aggregati complessi. In sintesi, il software privilegia la stabilità numerica e la velocità della singola operazione algebrica, assicurando una convergenza robusta senza penalizzare l'efficienza globale dell'analisi.

4 MODELLAZIONE AD ELEMENTI DISTINTI DELLO STATO DI FATTO

In questo capitolo viene descritto il processo seguito per generare il modello numerico dell'edificio oggetto di studio, utilizzando il software commerciale 3DEC. Nella costruzione del modello è necessario eseguire una serie di scelte e assunzioni, le quali devono essere valutate accuratamente per garantire l'affidabilità dei risultati e la corretta rappresentazione dei meccanismi di collasso. Le strutture in muratura storica richiedono particolare attenzione, poiché le irregolarità del materiale devono essere gestite con cura nel passaggio dal rilievo al modello numerico. Un aspetto critico riguarda la geometria: mentre il modello ideale assume forme regolari, le murature antiche presentano irregolarità nella disposizione dei conci e nel grado di ammorsamento.

Come indicato nel § 2.1, si è deciso di modellare solo l'Unità 1, principale oggetto dell'intervento di recupero promosso dalla Fondazione Canova nella prima fase dei lavori. Il resto dell'aggregato, pur vicino, ha un ruolo secondario e non influenza direttamente i meccanismi locali che si vogliono studiare, in quanto risulta scollegato dall'edificio oggetto di analisi.

Nelle sezioni seguenti viene illustrato l'iter metodologico che ha condotto dalla fase conoscitiva del manufatto alla definizione del modello numerico, ponendo l'accento sulle principali criticità riscontrate e sulle semplificazioni adottate in fase di modellazione.

Il percorso analitico ha inizio con la gestione della geometria, finalizzata alla transizione dai dati di rilievo alla ricostruzione tridimensionale in ambiente CAD. In questa fase, l'impiego di Rhinoceros 8 è risultato fondamentale per razionalizzare e ottimizzare le superfici, rendendole idonee alla successiva discretizzazione computazionale.

Successivamente, viene analizzato il passaggio all'ambiente di calcolo 3DEC, con un focus specifico sulla generazione della tessitura muraria e sull'attribuzione delle proprietà meccaniche ai blocchi e alle interfacce. Il capitolo approfondisce inoltre la definizione delle condizioni al contorno specifiche per il contesto di Ghesc, passaggio essenziale per modellare accuratamente le peculiari condizioni di vincolo imposte dal sito.

4.1. Generazione del modello geometrico tramite il software Rhinoceros

La costruzione del modello numerico inizia con una necessaria semplificazione della geometria. I rilievi, descritti nel § 2.2, restituiscono infatti un edificio caratterizzato da irregolarità costruttive, fuori piombo delle murature e angoli non perfettamente ortogonali. Nella modellazione si è scelto di regolarizzare queste geometrie, riportando le pareti a un sistema ortogonale. Questa scelta non rappresenta una perdita di informazione, ma una semplificazione atta a garantire la stabilità del modello numerico. Nel Metodo degli Elementi Distinti, infatti, piccole imperfezioni geometriche possono generare contatti non corretti, concentrazioni di sforzo non realistiche o instabilità locali che non riflettono il comportamento globale della struttura.

Anche la rappresentazione della tessitura muraria nel modello numerico ha richiesto un inevitabile processo di semplificazione. Sebbene la disposizione reale dei conci sia marcatamente irregolare, una modellazione "pietra su pietra" è risultata tecnicamente non percorribile, sia per l'eccessivo onere computazionale, sia per ragioni di stabilità numerica.

Nell'ambito del DEM, l'integrazione di blocchi con volumetrie fortemente eterogenee, come la compresenza di scaglie di ridotte dimensioni e grandi blocchi d'angolo, può generare problemi nella definizione delle rigidità di contatto (k_n , k_s). Per ovviare a tali criticità, si è optato per una discretizzazione basata su elementi di dimensioni più uniformi, finalizzata a garantire un comportamento numerico equilibrato e una convergenza affidabile.

A queste considerazioni di carattere modellistico si aggiungono i limiti intrinseci del rilievo; in particolare, nelle zone basali dell'edificio, lo stato di conservazione della malta e la persistenza di strati di intonaco occludono la vista della tessitura originaria, rendendo impossibile una mappatura puntuale dei conci.

Pertanto, la configurazione geometrica non deriva dal rilievo dei singoli elementi lapidei, bensì da una sintesi grafica supportata da un'accurata documentazione fotografica. L'analisi dei prospetti, condotta sulle porzioni faccia a vista meglio conservate, ha permesso di campionare una sequenza di cinque corsi caratterizzati da una pezzatura omogenea, assunti come riferimento per l'intero paramento.

Dal punto di vista operativo, tale schema è stato definito importando le immagini raddrizzate in ambiente AutoCAD 2025. Attraverso il ricalco vettoriale dei conci selezionati, sono stati fissati i rapporti dimensionali e lo sfalsamento dei giunti verticali (**Figura 4.1**); il modulo così ottenuto, espressione della tessitura muraria locale, è stato poi replicato lungo l'altezza delle pareti, con adattamenti manuali in corrispondenza delle diverse sezioni architettoniche.



Figura 4.1 Rappresentazione del processo di definizione della tessitura muraria

Il processo di idealizzazione ha tuttavia previsto un'eccezione per gli elementi strutturalmente più critici, come gli architravi. Al di sopra delle aperture, la geometria dei monoliti è stata ricalcata direttamente dalle fotografie, mantenendone forma e dimensioni reali.

Le polilinee vettoriali, una volta verificate in ambiente CAD, sono state importate in Rhinoceros 8 per la modellazione solida. In questa fase si è scelto di partire da un volume continuo rappresentante le pareti e di suddividerlo utilizzando le linee vettoriali come piani di taglio. Questo approccio ha permesso di ottenere i singoli conci garantendo la corretta adiacenza tra i blocchi ed evitando sovrapposizioni.

Un aspetto importante ha riguardato la gestione dello spessore murario, pari a 65 cm. La parete è stata suddivisa in paramento interno ed esterno, evitando però la formazione di giunti verticali continui. A questo scopo è stato definito un modulo ripetuto su quattro corsi, che consente di alternare i giunti e garantire l'ammorsamento tra le due cortine. Questa configurazione, ripetuta lungo tutta l'altezza, assicura la continuità trasversale della muratura.

Particolare attenzione è stata dedicata anche agli angoli, in particolare ai cantonali Nord-Ovest e Nord-Est. In queste zone le pareti sono state ammorsate, alternando conci di testa e di fascia, in modo da garantire la continuità tra le facciate. Questo aspetto è fondamentale per il comportamento strutturale, perché favorisce il comportamento scatolare dell'edificio ed evita meccanismi locali di ribaltamento delle pareti. Il risultato è una discretizzazione regolare, con blocchi di dimensioni medie coerenti con la muratura reale:

- lunghezza media: 350 mm;
- altezza media: 120 mm;
- profondità media nello spessore: 325 mm.

4.2. Generazione del modello DEM

Completata la definizione della geometria tridimensionale, il modello è stato importato in ambiente 3DEC (**Figura 4.2**). Per consentire al solutore una gestione efficiente della complessa rete di blocchi e delle relative interazioni, si è resa necessaria un'organizzazione strutturata del sistema numerico.

A tal fine, i volumi sono stati ripartiti in specifici gruppi funzionali (*Groups*). Tale discretizzazione non è meramente organizzativa, ma risulta propedeutica alla corretta caratterizzazione del modello: essa permette infatti di distinguere le diverse porzioni della struttura e di attribuire in modo univoco le diverse tipologie di contatto. Nello specifico, l'edificio è stato suddiviso in sei gruppi principali, una strategia che ha consentito di differenziare con precisione la rigidità delle differenti tipologie di giunto (orizzontali, verticali e di spessore).

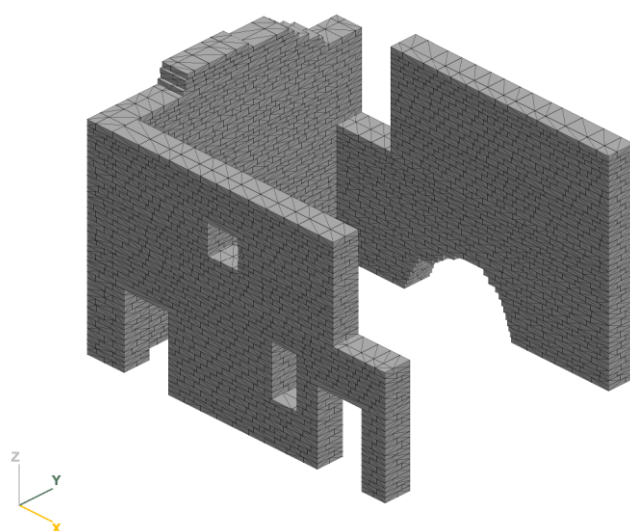


Figura 4.2 Modello dell'Unità 1 all'interno di 3DEC

L'esito di tale procedura di discretizzazione si traduce in un modello numerico costituito complessivamente da 4587 blocchi rigidi. Mentre la struttura in elevazione è definita da 4564 elementi, i restanti 23 blocchi assolvono la funzione di sistema di fondazione e interfaccia per le condizioni al contorno. Una peculiarità del sito di Ghesc è l'integrazione dell'architettura nel substrato geologico, evidente nella parete Est, parzialmente edificata su un imponente affioramento roccioso (circa 2,45 x 1,25 m). Per rispecchiare tale eterogeneità, il monolito è stato incluso tra i 23 blocchi facenti parte del sistema di vincolo (**Figura 4.3**).

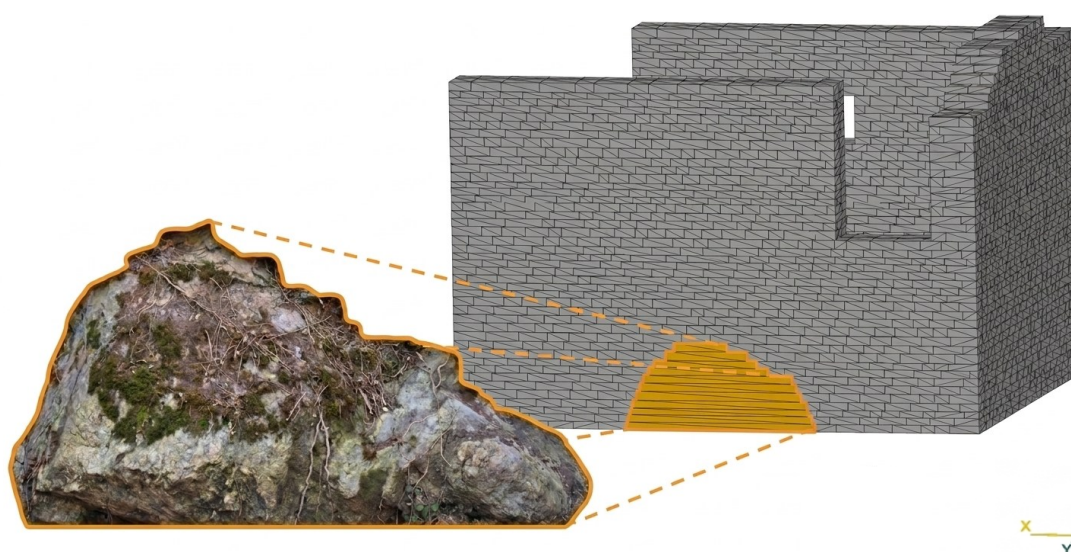


Figura 4.3 Schema di astrazione geometrica per la modellazione dell'affioramento roccioso

Il modello è stato quindi trasferito da Rhinoceros 8 a 3DEC utilizzando il formato VRML 2.0 (.wrl), prestando un'adeguata attenzione alla corretta importazione delle geometrie. Questa scelta è risultata conveniente nel caso in esame, poiché permette di importare direttamente i blocchi come volumi distinti, riducendo i passaggi intermedi e semplificando la gestione del modello all'interno del codice di calcolo. In questo modo, 3DEC può riconoscere correttamente le interfacce tra i blocchi e generare automaticamente i contatti necessari per la simulazione. Tramite questo approccio, la gestione della discretizzazione avviene all'interno del software, consentendo di controllare in modo più flessibile la definizione dei contatti e di adattarla alle esigenze dell'analisi.

Una volta importata la geometria e definiti i gruppi funzionali, il modello è costituito da blocchi adiacenti ma non ancora interagenti dal punto di vista meccanico. L'attivazione del comportamento strutturale avviene attraverso la generazione dei sotto-contatti (sub-contacts), che rappresentano la discretizzazione delle interfacce tra i blocchi e permettono la trasmissione degli sforzi.

In 3DEC, questa procedura prevede la triangolazione delle facce e la successiva generazione dei punti di contatto. Inoltre, coerentemente con l'ipotesi di blocchi rigidi, ai conci non sono stati assegnati parametri di deformabilità. L'unica proprietà definita è la densità (ρ), utilizzata per il calcolo del peso proprio e delle forze inerziali nelle analisi dinamiche. Un ulteriore aspetto centrale della modellazione risiede nella caratterizzazione delle interfacce. Attraverso l'organizzazione in gruppi, è stato possibile distinguere tre tipologie funzionali di giunto:

1. Giunti Orizzontali (di allettamento): identificati dall'intersezione tra i corsi *Pari* e i corsi *Dispari* rappresentano i piani di posa principali;
2. Giunti Verticali (di testa): identificati all'interno dello stesso gruppo di appartenenza;
3. Giunti di Spessore: identificati dall'intersezione tra i gruppi del paramento *Interno* e quelli del paramento *Esterno*.

A tutte le interfacce così classificate è stato assegnato il criterio di rottura di Mohr-Coulomb con tension cut-off secondo quanto riportato nel § 3.2.1. Sulla base di queste tre tipologie, essendo i moduli elastici E e G assunti uniformi per l'intero edificio, la variazione della rigidezza dipende esclusivamente dalla distanza tra i centroidi dei blocchi, identificata rispettivamente con le dimensioni medie l_x , l_y e l_z . Di conseguenza, le rigidezze sono state differenziate nelle tre categorie appena descritte per rispecchiare l'anisotropia geometrica della tessitura.

Giunti Orizzontali: la rigidezza è governata dall'altezza del corso. Pertanto, il denominatore è stato posto pari all'altezza media del blocco (l_z) tramite le relazioni (4.1).

$$k_{n,orizz} = \frac{E}{l_z} ; k_{s,orizz} = \frac{G}{l_z} \quad (4.1)$$

Giunti Verticali longitudinali: per i contatti verticali lungo il paramento murario, la dimensione che governa la deformabilità assiale è la lunghezza del blocco (l_x) secondo la (4.2).

$$k_{n,vert} = \frac{E}{l_x} ; k_{s,vert} = \frac{G}{l_x} \quad (4.2)$$

Giunti Verticali trasversali (nello spessore): per i contatti che collegano i paramenti interni ed esterni o che attraversano lo spessore del muro, la dimensione di riferimento è la larghezza/spessore del blocco (l_y) considerando l'equazione (4.3).

$$k_{n,spess} = \frac{E}{l_y} ; k_{s,spess} = \frac{G}{l_y} \quad (4.3)$$

Questa differenziazione permette di ottenere una risposta elastica globale del modello che sia coerente con la geometria reale dei conci, evitando di avere una struttura artificialmente troppo rigida o troppo deformabile in una specifica direzione. È importante poi sottolineare che le proprietà assegnate non rimangono costanti durante l'evoluzione dell'analisi non lineare. Il software gestisce l'aggiornamento dello stato dei contatti in funzione del danno accumulato. Inizialmente, ai giunti vengono assegnati valori di picco per coesione (c) e resistenza a trazione (f_t). Tuttavia, quando si verifica uno scorrimento relativo o un distacco tra due blocchi, si generano "nuovi" contatti o si modificano quelli esistenti.

Come anticipato nel § 3.2.1, per simulare correttamente il comportamento post-rottura, a questi contatti degradati vengono assegnate proprietà residue: le rigidezze (k_n e k_s) e l'angolo di attrito (ϕ) vengono mantenuti (o riassegnati in base alla nuova configurazione geometrica), mentre la coesione e la resistenza a trazione vengono abbattute a zero. Questo permette di simulare realisticamente lo scorrimento frizionale puro che caratterizza i crolli di murature in pietra dopo la rottura del legante.

5 ANALISI PRELIMINARI DELLO STATO DI FATTO

Definito l'assetto geometrico e caratterizzate le leggi costitutive dei materiali, il modello numerico, pur completo nella sua forma, si trova in uno stato fisico che potremmo definire "latente", i blocchi sono posizionati nello spazio cartesiano ma non interagiscono ancora sotto il profilo tensionale, e il sistema non è ancora soggetto all'azione della gravità. Il presente capitolo illustra dunque la fase fondamentale di inizializzazione e validazione del modello, passaggi necessari per stabilizzare l'equilibrio statico e identificare le proprietà dinamiche intrinseche del manufatto prima di procedere con le analisi sismiche.

L'indagine prende avvio con l'assestamento statico, operazione necessaria per applicare i carichi gravitazionali e stabilizzare l'equilibrio. Tale fase permette di generare lo stato di compressione iniziale tra le interfacce dei blocchi. Successivamente, mediante l'analisi modale, vengono identificate le proprietà dinamiche intrinseche della struttura. L'estrazione delle frequenze proprie e dei modi di vibrare consente non solo di individuare le porzioni murarie più suscettibili a vulnerabilità locali, ma fornisce anche i parametri necessari per calibrare lo smorzamento di Maxwell, requisito essenziale per le successive simulazioni *time-history* non lineari.

5.1. Analisi statica e assestamento del modello

La prima fase della simulazione ha riguardato l'applicazione dei carichi gravitazionali, operazione preliminare necessaria per verificare la congruenza geometrica ed eliminare eventuali sovrapposizioni residue tra i blocchi.

Per garantire una convergenza stabile verso l'equilibrio durante tale processo, si è adottato il modello di smorzamento globale adattivo (local damping) implementato in 3DEC. Tale algoritmo regola automaticamente le forze dissipative in funzione dello stato energetico del sistema, consentendo di mantenere condizioni di quasi-staticità ed evitando oscillazioni numeriche fittizie.

Conclusa la fase di assestamento, è stata eseguita una verifica della consistenza fisica del modello per accertare che la discretizzazione numerica non avesse introdotto errori volumetrici e che la massa sismica corrispondesse a quella di progetto. Il volume netto della struttura, ricavato direttamente dal modello geometrico in ambiente Rhinoceros, è stato assunto come valore di riferimento per determinare la massa totale dei blocchi.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti:

- Volume totale: $57,7[m^3]$
- Densità: $2038,7 [kg/m^3]$
- Massa totale: $M = V \cdot \rho = 57,7 \cdot 2.038,7 = 11767 [kg]$

Parallelamente, è stata implementata una routine in linguaggio FISH per estrarre il dato dal modello 3DEC. Lo script è stato programmato per sommare massa e volume di ogni singolo elemento, escludendo i blocchi vincolati della fondazione.

I risultati numerici ottenuti, come riportato nell'output della console, sono i seguenti:

- Volume Totale (V_{3DEC}): $57,72[m^3]$
- Massa Totale (M_{3DEC}): $11767 [kg]$

Per valutare quantitativamente l'accuratezza della modellazione, si è proceduto al calcolo della differenza percentuale ($Diff\%$) tra la massa teorica manuale (M), derivata dal volume geometrico CAD, e quella numerica (M_{3DEC}), tramite la relazione (5.1):

$$Diff \% = \frac{M_{3DEC} - M}{M} \cdot 100 \cong 0\% \quad (5.1)$$

Il calcolo della differenza percentuale tra la massa teorica e quella numerica ha restituito un valore nullo ($Diff\% = 0\%$), evidenziando una perfetta coincidenza tra i valori e confermando che il modello numerico è correttamente inizializzato per le successive analisi dinamiche.

5.2. Analisi modale

Ottenuto l'equilibrio statico, il passaggio successivo consiste nell'analisi agli autovalori (Eigenvalue Analysis) per indagare il comportamento dinamico del manufatto nello stato di fatto. Questa procedura è fondamentale per comprendere la distribuzione di massa e rigidità, ma soprattutto per la corretta calibrazione dello smorzamento di Maxwell.

L'analisi modale in un codice a elementi distinti come 3DEC differisce dalla classica analisi agli elementi finiti. Il sistema viene infatti linearizzato attorno al punto di equilibrio raggiunto al termine dell'assestamento. Questa scelta è cruciale poiché solo partendo dalla configurazione deformata, in cui i blocchi si sono assestati e i contatti sono stati aggiornati alla distribuzione di carico effettiva, la matrice di rigidità globale risulta rappresentativa della realtà fisica della muratura.

Per la caratterizzazione dinamica dell'edificio si è scelto di estrarre i primi 6 modi di vibrare, ritenuti sufficienti per cogliere le principali forme di attivazione della massa sismica.

La restituzione grafica dei risultati in 3DEC avviene tramite campi vettoriali di spostamento; poiché i blocchi sono rigidi, la forma modale è visualizzata come la tendenza al movimento relativo dei baricentri dei conci. In tali rappresentazioni, vettori di lunghezza maggiore indicano zone a maggiore mobilità relativa, mentre l'orientamento dei vettori descrive la cinematica globale della struttura per quello specifico modo.

Dall'analisi dei campi vettoriali di spostamento (**Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3**), emerge con chiarezza che i primi tre modi di vibrare non mostrano una risposta globale di tipo scatolare, bensì sono dominati da meccanismi locali di ribaltamento fuori piano delle singole pareti libere in sommità, fenomeno coerente con l'assenza di un efficace vincolo di piano.

In particolare, il primo modo vibrazionale è caratterizzato dal ribaltamento della parete Est, mentre il secondo modo attiva il meccanismo fuori piano del setto Ovest. Infine, il terzo modo mostra la risposta vibrazionale della parete Nord, confermando la propensione dell'intera struttura a sviluppare modi locali indipendenti.

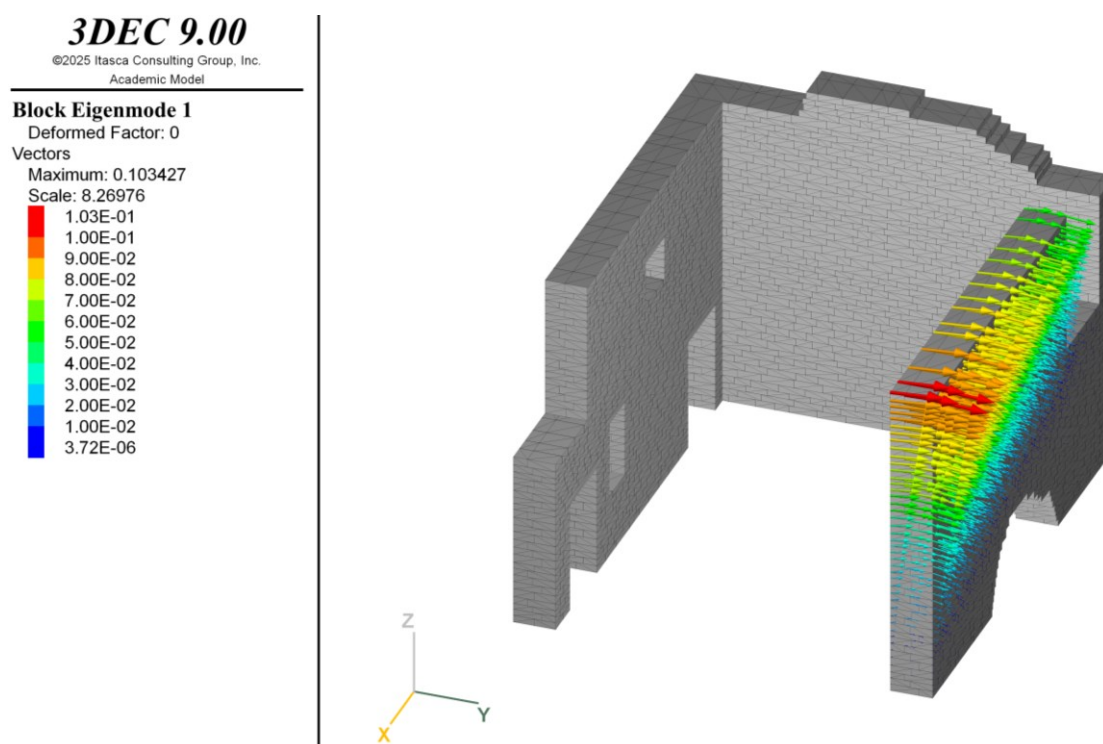


Figura 5.1 Primo modo di vibrare

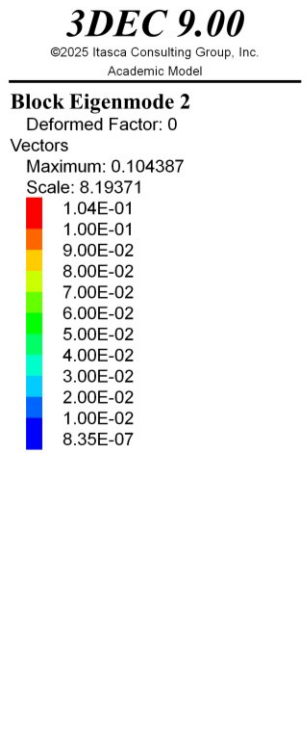


Figura 5.2 Secondo modo di vibrare

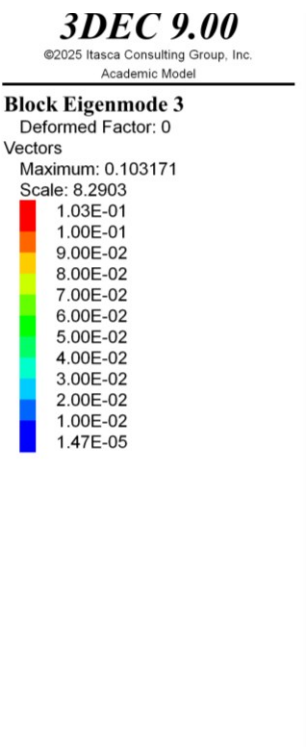


Figura 5.3 Terzo modo di vibrare

In **Tabella 5.1** sono riportati i valori ottenuti in termini di Periodi T e Frequenze f:

Tabella 5.1 Periodi e frequenze dei primi sei modi di vibrare

<i>Modo</i>	<i>Periodo [s]</i>	<i>Frequenza [Hz]</i>
1	0,205	4.89
2	0,177	5.65
3	0,104	9.62
4	0,090	11.08
5	0,075	13.27
6	0,066	15.21

Al fine di verificare la plausibilità fisica dei risultati ottenuti dall'analisi modale numerica, si è ritenuto indispensabile procedere a una validazione preliminare confrontando i periodi propri estratti dal codice 3DEC con stime analitiche manuali. Tale operazione, pur nella sua semplicità, permette di escludere macro-errori nella calibrazione delle rigidità dei giunti e di confermare che il comportamento globale della struttura ricada in un intervallo atteso per edifici in muratura di analoga morfologia.

Il riferimento normativo principale per la definizione delle azioni sismiche è rappresentato dalle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 (D.M. 17/01/2018) [10]. Analizzando il § 7.3.3.2, relativo all'Analisi Lineare Statica, la normativa propone una relazione per la stima del periodo fondamentale T_1 [Eq. 7.3.6], espressa tramite la (5.2):

$$T_1 = 2\sqrt{d} \quad (5.2)$$

dove d rappresenta lo spostamento laterale elastico del punto più alto dell'edificio sotto l'azione dei carichi sismici.

Tuttavia, nel contesto di una validazione indipendente del modello numerico, l'applicazione di questa formula risulta metodologicamente non adatta. Essa richiederebbe infatti di conoscere a priori lo spostamento d , un dato che è esso stesso un risultato dell'analisi che si intende validare. Utilizzare lo spostamento calcolato dal software per verificare il periodo del software instaurerebbe un ragionamento circolare privo di efficacia di controllo.

Per ovviare a tale limitazione e ottenere una stima indipendente dalla rigidità numerica assegnata, si è scelto di fare riferimento alla formulazione presente nella precedente normativa NTC 2008 (D.M. 14/01/2008) [28]. Anche in questo caso, all'interno del § 7.3.3.2 dedicato all'Analisi Lineare Statica, viene fornita una formula empirica [Eq. 7.3.5] che lega il periodo fondamentale esclusivamente alle caratteristiche geometriche dell'edificio, svincolandosi dagli spostamenti tramite la relazione (5.3):

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} \quad (5.3)$$

Dove H è l'altezza della costruzione dal piano di fondazione e C_1 è un coefficiente tipologico che assume valore pari a 0,050 per le strutture in muratura (classificate come "*altri tipi di struttura*" dalla normativa).

Applicando tale relazione al caso studio, si è considerata un'altezza H pari a 5,4 m, valore derivante dalla media tra l'altezza in gronda (5,0 m) e quella al colmo della parete nord (5,8 m), ottenendo così un primo valore di riferimento teorico tramite l'equazione (5.4):

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} = 0,050 \cdot 5,4^{3/4} = 0,18 \text{ [s]} \quad (5.4)$$

Il confronto tra queste stime analitiche (0,18 s) e il periodo del primo modo traslazionale estratto dal modello numerico 3DEC (0,22 s) evidenzia una sostanziale coerenza nei risultati. Sebbene il modello numerico a blocchi distinti sia intrinsecamente più complesso di queste formule semplificate, il fatto che i valori numerici si attestino nel medesimo ordine di grandezza conferma che la rigidità globale assegnata al sistema murario è corretta e rappresentativa della realtà fisica, validando il modello per le successive analisi.

6 ANALISI DINAMICA NON LINEARE (STATO DI FATTO)

Concluse le fasi preliminari di validazione statica e caratterizzazione modale, si procede con l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari (*Non-linear Time History Analysis*). Tale approccio consente di valutare la risposta sismica della muratura considerando l'evoluzione dei meccanismi di danno, la perdita di contatto tra i conci e i grandi spostamenti post-critici.

L'articolazione del capitolo segue un percorso logico che inizia con la definizione della domanda sismica fino a giungere alla valutazione dei risultati ottenuti mediante la modellazione DEM. In prima istanza, si procederà all'inquadramento normativo e alla definizione dei parametri di pericolosità sismica del sito. Verrà in seguito illustrato il processo di definizione dell'azione sismica, dettagliando i criteri di selezione e scalatura degli accelerogrammi naturali spettro-compatibili per i diversi periodi di ritorno indagati.

Successivamente, l'attenzione si sposterà sugli aspetti della modellazione in 3DEC. Verranno descritte le fasi di impostazione dell'analisi, con particolare riguardo alla stabilità numerica dell'algoritmo di integrazione e alla calibrazione dello smorzamento di Maxwell.

La parte conclusiva del capitolo sarà dedicata alla discussione critica dei risultati della risposta sismica. L'indagine si articolerà su una valutazione fenomenologica volta a mappare i quadri di danno osservati.

6.1. Inquadramento normativo e parametri di pericolosità sismica

La definizione rigorosa dell'input sismico costituisce la premessa indispensabile per qualsiasi analisi dinamica, in quanto lega la risposta strutturale attesa alla specifica pericolosità del sito e all'importanza strategica del manufatto.

L'edificio oggetto di studio, sito nel comune di Montecrestese (VB), è ubicato in Zona Sismica 3, caratterizzata da una sismicità medio-bassa, con accelerazioni di progetto non trascurabili. Secondo l'Ordinanza del PCM n. 3274/2003 [29] e la Delibera della Giunta Regionale del Piemonte n. 4-3084 del 12.12.2011 [30] (e successive modifiche), il territorio di Montecrestese presenta una pericolosità sismica definita, che non esclude la possibilità di eventi significativi seppur con frequenza di accadimento rara. L'accelerazione orizzontale massima convenzionale su suolo rigido (a_g) attesa per la zona varia tra 0,075 g e 0,10 g, con una probabilità del 10% di essere superata in un periodo di 50 anni ($T_R = 475$ anni). Pertanto, la progettazione strutturale e le verifiche di sicurezza devono attenersi rigorosamente alle normative antisismiche vigenti.

In **Figura 6.1** è riportata la mappa della pericolosità sismica specifica per la zona, ricavata dai dati dell'INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia) [31]. I diversi colori indicano il valore di scuotimento (PGA) atteso su suolo rigido e pianeggiante.

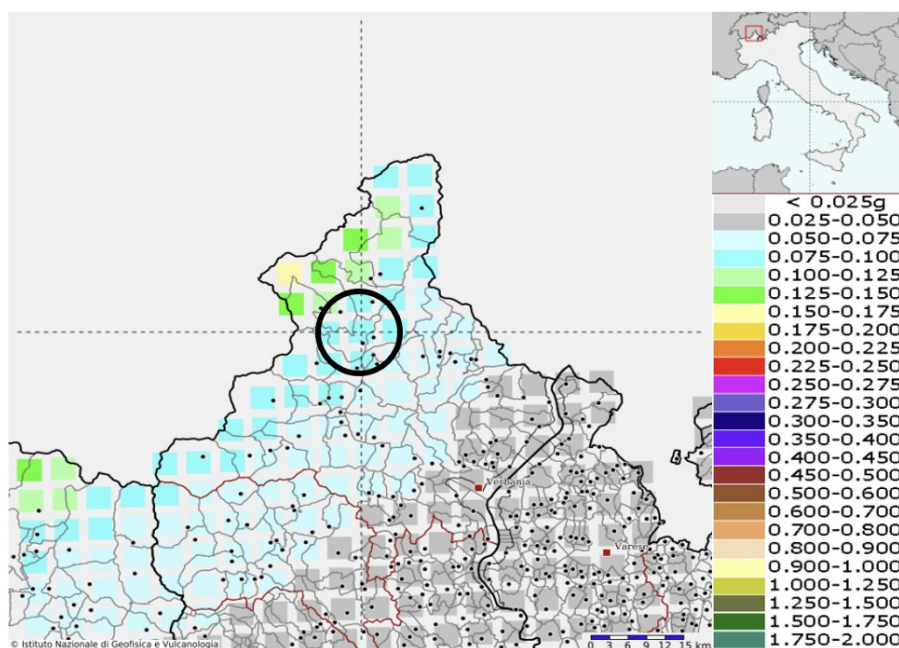


Figura 6.1 Mappa della pericolosità sismica per il Comune di Montecrestese (SLV – $T_R = 475$ anni) [31]

Un aspetto cruciale della presente modellazione riguarda la scelta del livello di scuotimento da applicare. Sebbene per le verifiche standard di edifici esistenti si faccia spesso riferimento allo Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV), nel presente studio si è optato per indagare il comportamento della struttura estendendo l'indagine a diversi scenari di intensità, corrispondenti a periodi di ritorno T_R crescenti: 475, 975 e 2475 anni. Tale metodologia è strettamente legata alla natura dell'analisi numerica condotta, in cui l'obiettivo non è limitarsi alla verifica di una soglia elastica o di un danno riparabile, bensì osservare l'evoluzione cinematica dei meccanismi di instabilità e determinare il margine di sicurezza ultimo prima del crollo globale.

Consultando le mappe INGV per il territorio di Montecrestese [31], si osserva che per lo scenario SLC, caratterizzato da un periodo di ritorno T_R di 975 anni, l'accelerazione di picco su suolo rigido si colloca nella fascia compresa tra 0,100 g e 0,125 g. Tuttavia, un'analisi più attenta del contesto territoriale circostante rivela un significativo gradiente di pericolosità spostandosi verso ovest, in direzione del confine svizzero (**Figura 6.2**).

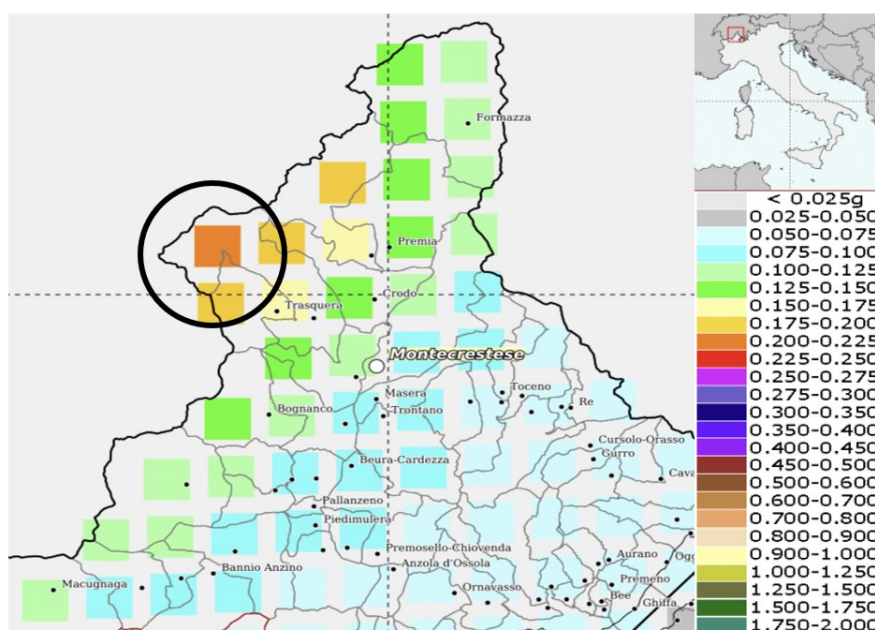


Figura 6.2 Mappa della pericolosità sismica per il Comune di Alpe Veglia-Devero (SLC – $T_R = 975$ anni) [31]

Nello specifico, in corrispondenza dell'area dell'Alpe Veglia e Devero, analoga al sito in esame, le mappe sismiche evidenziano picchi di accelerazione spettrale decisamente più severi, con valori di PGA allo SLC che raggiungono l'intervallo 0,200 g – 0,225 g.

Alla luce di questa osservazione, e considerando la sostanziale omogeneità tipologica del patrimonio edilizio dell'intera vallata, caratterizzato da costruzioni in pietra a secco o debolmente legata, morfologicamente identiche a quella oggetto di studio, si è deciso di adottare un approccio metodologico di tipo conservativo. Anziché dimensionare l'input sismico sui valori puntuali di Montecrestese, si è scelto di assumere come riferimento i parametri di scuotimento propri della zona più critica (Alpe Veglia-Devero). Tale scelta è finalizzata a testare la vulnerabilità del modello edilizio "tipo" della Val d'Ossola sotto le condizioni di sollecitazione più gravose verosimili per l'area geografica di riferimento.

In questo modo, i risultati dell'analisi non si limitano a certificare la sicurezza locale, ma forniscono una valutazione di robustezza estendibile alla casistica peggiore, garantendo che, se l'edificio resiste a tali accelerazioni, esso sarà a maggior ragione verificato anche per la sismicità specifica del sito di ubicazione.

L'azione sismica è stata determinata secondo l'approccio semplificato delle NTC 2018 [10], definendo lo spettro di risposta elastico in base alle caratteristiche specifiche del sito e dell'opera. In assenza di indagini geofisiche dirette finalizzate alla misurazione puntuale della velocità di propagazione delle onde di taglio (V_S), si è proceduto all'assunzione dei parametri identificativi del suolo sulla base dell'inquadramento geomorfologico generale dell'area e di criteri di tipo cautelativo.

Nel caso in esame, si è scelto di classificare il sito nella categoria C, come indicato nella Tabella 3.2.II delle NTC 2018. La condizione topografica dell'edificio in esame rientra invece nella categoria T1 (Tabella 3.2.III delle NTC 2018). Sulla base di queste assunzioni, è stato possibile costruire lo spettro di risposta elastico in accelerazione, che rappresenta la base per la corretta selezione degli accelerogrammi.

Ai fini della valutazione della sicurezza sismica dell'edificio, sono stati individuati i parametri di vita nominale dell'opera V_N e coefficiente d'uso C_U , come previsto dal § 2.4 delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018.

La vita nominale V_N è stata assunta pari a 50 anni, in quanto l'opera oggetto di studio rientra nella categoria delle costruzioni con livello prestazionale ordinario, secondo quanto riportato nella Tabella 2.4.I delle NTC 2018. Tale valore rappresenta l'orizzonte temporale di riferimento per il quale devono essere garantiti i requisiti di sicurezza e prestazione strutturale dell'edificio. Per quanto riguarda la classe d'uso, è stato adottato un coefficiente d'uso C_U pari a 1,0, corrispondente alla Classe d'Uso II, come indicato nella Tabella 2.4.II delle NTC 2018. Tale classe è appropriata per edifici il cui uso preveda normali affollamenti, come ad esempio costruzioni ad uso residenziale.

La combinazione dei due parametri V_N e C_U concorre alla determinazione della vita utile di riferimento per la definizione dei parametri sismici di progetto, influenzando direttamente la pericolosità sismica di riferimento e, conseguentemente, gli spettri di progetto da selezionare.

Ad ogni Stato Limite è associata una probabilità di superamento P_{VR} che rappresenta la probabilità che nel periodo di riferimento V_R si verifichi un evento sismico di prefissato periodo di ritorno T_R .

Il periodo di ritorno T_R è stato calcolato mediante l'espressione (6.1):

$$T_R = \frac{-V_R}{\ln(1 - P_{VR})} \quad (6.1)$$

Dove P_{VR} è la probabilità di superamento associata allo Stato Limite considerato ed è stata desunta dalla Tabella 3.2.I delle NTC2018.

Sulla base di queste probabilità e considerando una vita nominale di 50 anni, l'analisi, come già discusso nel capitolo precedente, è stata estesa a tre scenari principali per coprire l'intera evoluzione della risposta non lineare della muratura, corrispondenti a periodi di ritorno T_R crescenti: 475, 975 e 2475 anni.

Seguendo le espressioni fornite al § 3.2.3.2.1 delle NTC 2018, sono stati calcolati gli spettri di risposta elastici in accelerazione per i diversi stati limite, utilizzando i parametri precedentemente definiti. In **Figura 6.3** si riportano gli spettri di risposta elastici ottenuti.

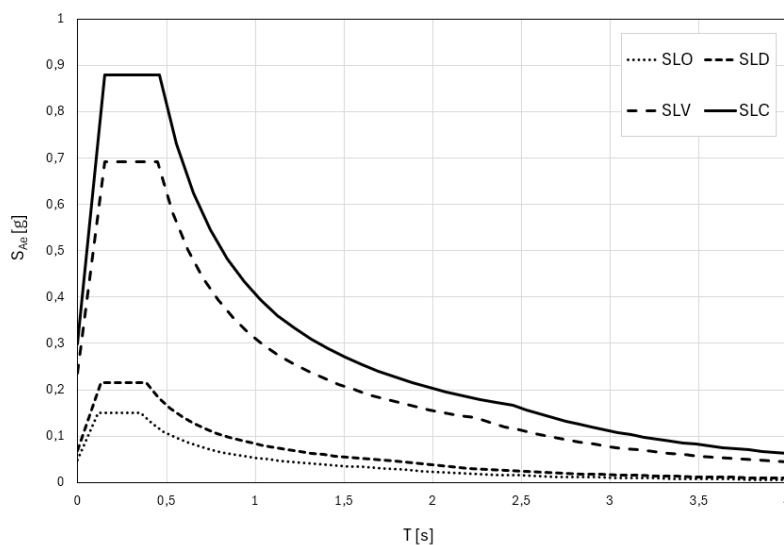


Figura 6.3 Spettri elastici in accelerazione per il sito Alpe Veglia-Devero ($T_R = 2475$ anni)

Successivamente, a partire dagli spettri in accelerazione, sono stati ricavati gli spettri in spostamento mediante trasformazione diretta, applicando la relazione (6.2):

$$S_{De}(T) = S_{Ae}(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad (6.2)$$

Le rappresentazioni grafiche degli spettri in spostamento per ciascuno stato limite considerato sono riportate in **Figura 6.4**.

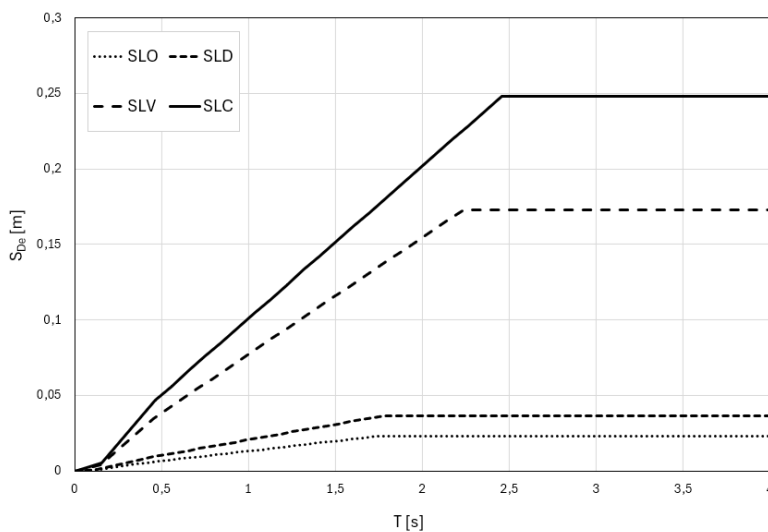


Figura 6.4 Spettri elastici in spostamento per il sito Alpe Veglia-Devero ($T_R = 2475$ anni)

6.2. Definizione dell'azione sismica e selezione degli accelerogrammi

Uno degli aspetti più critici dell'analisi dinamica non lineare è la selezione degli accelerogrammi, che devono risultare spettro-compatibili con lo spettro di risposta elastico definito in base alla pericolosità sismica del sito. Secondo il § 3.2.3.6 delle NTC2018 [10], la compatibilità deve essere verificata sulla media delle ordinate spettrali dei vari accelerogrammi per uno smorzamento del 5%.

Al fine di selezionare un set di eventi compatibili con la sismicità attesa per il sito in esame, si è proceduto all'analisi della disaggregazione della pericolosità sismica. Tale indagine è stata condotta consultando direttamente gli strumenti e le banche dati disponibili sul portale dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV) [31].

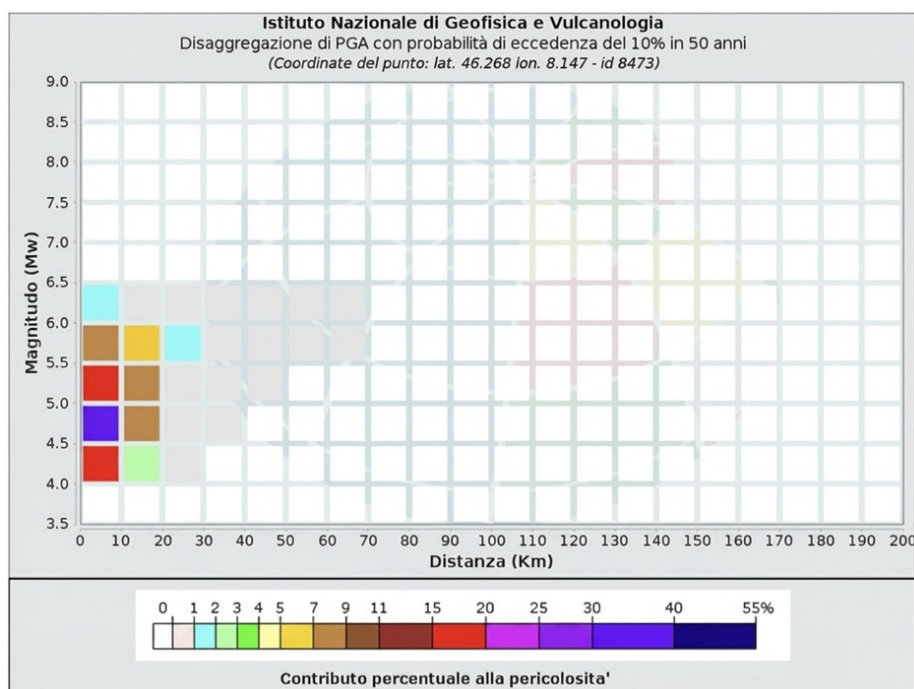


Figura 6.5 Disaggregazione per il sito Alpe Veglia-Devero [31]

Data la grande variabilità delle caratteristiche come magnitudo (M) e distanza epicentrale (R) dei diversi eventi sismici, è stato necessario, in prima battuta, ottenere gli intervalli di valori di M e R che hanno maggiormente contribuito alla definizione della pericolosità sismica del sito in esame (**Figura 6.5**).

Dunque, per il presente caso di studio sono stati adottati, rispettivamente, gli intervalli $4 < M < 6$ e $0 < R < 20$ km, che hanno portato, con riferimento al database ESM, alla selezione di 7 coppie di accelerogrammi, ossia 7 storie temporali per 2 direzioni.

La procedura operativa di selezione è stata eseguita mediante il software SeismoSelect, un applicativo avanzato che consente di interrogare il database europeo degli scuotimenti forti (*European Strong-Motion Database - ESM*) e di estrarre set di accelerogrammi naturali compatibili con uno spettro target predefinito [32].

In prima istanza, è stato generato all'interno del software lo spettro di risposta elastico di riferimento secondo le NTC 2018 [10], impostando i parametri relativi al tempo di ritorno considerato, alla Categoria di Sottosuolo C e alla Categoria Topografica T1. Successivamente, sono stati imposti i filtri di ricerca derivanti dalla disaggregazione descritti in precedenza.

Il criterio di spettro-compatibilità è stato verificato imponendo che la media degli spettri dei segnali selezionati non si discostasse dalle tolleranze normative (-10% e $+30\%$) all'interno di un intervallo di periodi significativo per la struttura.

Nello specifico, tale range di controllo (plateau) è stato definito tra 0,1 s e 0,8 s, un intervallo sufficientemente ampio da includere i periodi fondamentali della fabbrica muraria e tener conto del loro possibile allungamento dovuto al danneggiamento progressivo. Un'attenzione particolare è stata riservata alla conservazione delle caratteristiche fisiche del segnale originale: al fine di "snaturare" il meno possibile le registrazioni e garantire il realismo dell'input energetico, il fattore di scala (SF) applicabile dal software ai singoli accelerogrammi è stato limitato tassativamente a un valore massimo pari a 2.

L'applicazione di tali vincoli ha condotto alla selezione finale di 7 coppie di accelerogrammi (componenti orizzontali Nord-South ed East-West) per ciascun periodo di ritorno, che garantiscono una base solida e coerente per l'analisi dinamica non lineare della struttura.

6.3. Integrazione delle equazioni del moto in regime non lineare

Tale metodologia prevede l'integrazione numerica diretta delle equazioni del moto nel dominio del tempo (*Time-History Analysis*). Questo approccio consente di valutare l'evoluzione della risposta strutturale istante per istante, risolvendo per ogni passo temporale l'equazione fondamentale dell'equilibrio dinamico (6.3):

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + F(u) = -MR\ddot{x}_g \quad (6.3)$$

Dove:

- M è la matrice (o vettore) delle masse concentrate del sistema;
- C è la matrice di smorzamento viscoso o isteretico;
- F rappresenta il vettore delle forze interne resistenti;
- R è il vettore di influenza che direziona l'input sismico;
- \ddot{x}_g è la storia temporale dell'accelerazione applicata alla base del modello;
- \ddot{u} , \dot{u} e u rappresentano rispettivamente i vettori di accelerazione, velocità e spostamento dei nodi liberi della struttura.

6.4. Impostazione dell'analisi dinamica in 3DEC

Nel presente studio, la risposta strutturale è stata valutata applicando alla base del modello, considerata infinitamente rigida, le storie temporali di accelerazione selezionate sotto forma di velocità. Poiché l'obiettivo è cogliere la risposta spaziale dell'edificio, l'analisi tridimensionale ha richiesto l'applicazione simultanea delle due componenti orizzontali ortogonali del sisma (X e Y) per ciascun evento considerato.

In conformità con le prescrizioni delle NTC 2018 (par. 7.3.5) [10], è stato utilizzato un set composto da 7 gruppi di accelerogrammi (ciascuno formato da due componenti orizzontali), numero superiore al minimo normativo di tre, per ciascuno dei tre periodi di ritorno considerati.

È bene specificare che l'implementazione dell'input sismico nel solutore 3DEC ha richiesto una specifica fase di pre-processamento, finalizzata alla conversione dei dati nel formato richiesto dal software. Poiché il codice prevede l'applicazione del sisma sotto forma di storie temporali di velocità alla base del modello, si è proceduto all'integrazione numerica nel dominio del tempo delle accelerazioni precedentemente corrette.

6.4.1. Modellazione della dissipazione energetica e smorzamento

La modellazione della dissipazione energetica rappresenta un punto critico dell'analisi dinamica, poiché nelle strutture in muratura l'energia si disperde sia per via isteretica, attraverso l'attrito e l'apertura dei giunti, sia per lo smorzamento viscoso del materiale stesso. Sebbene la prassi utilizzi spesso lo smorzamento di Rayleigh, questo approccio manifesta limiti evidenti nel contesto degli elementi distinti, poiché tende a generare uno smorzamento incontrollato alle alte frequenze. Tale fenomeno non solo priva la risposta di contenuti energetici reali, ma introduce anche una rigidità fittizia che costringe a ridurre drasticamente il passo temporale di integrazione, rendendo i tempi di calcolo eccessivamente onerosi. Per ovviare a queste criticità, si è optato per il modello di Maxwell, che sostituisce il semplice smorzatore viscoso con una serie di unità molla-smorzatore disposte in parallelo (**Figura 6.6**). Questa configurazione risulta decisamente più efficiente poiché svincola il passo di calcolo dalla viscosità del sistema. L'adozione di una configurazione a tre componenti permette di stabilizzare il profilo di smorzamento, mantenendolo costante nell'intervallo di frequenze di interesse ingegneristico e minimizzando l'over-damping. La calibrazione finale viene quindi eseguita sovrapponendo tre diverse curve a campana, la cui somma garantisce un valore di smorzamento globale uniforme che copre l'intero spettro, dai modi fondamentali della struttura fino alle frequenze più elevate del segnale sismico.

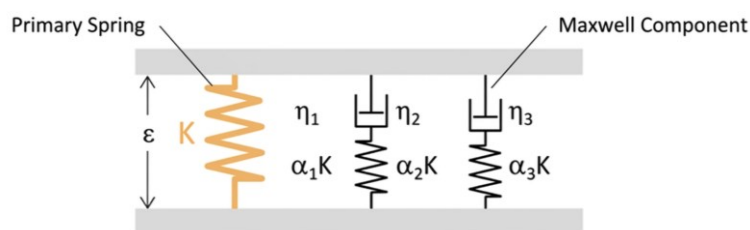


Figura 6.6 Schema dello smorzamento alla Maxwell [1]

Per quanto riguarda la presente tesi, la sovrapposizione degli effetti di questi tre componenti garantisce che, nell'intervallo operativo compreso tra 0,2 Hz e 10 Hz, lo smorzamento totale del sistema si attesti stabilmente attorno al valore del 5%, in conformità con quanto previsto dalle normative per le strutture in muratura, senza tuttavia introdurre forze viscosi artificiali eccessive che potrebbero falsare i meccanismi di crollo.

6.4.2. Risultati della risposta sismica: quadri di danno

Nel presente capitolo vengono esposti e commentati i risultati derivanti dalle simulazioni dinamiche. L'obiettivo principale è la valutazione della risposta globale della struttura sotto l'azione dei diversi input sismici, analizzando l'evoluzione dei meccanismi di danno e la stabilità complessiva del sistema murario. In prima istanza, la struttura è stata sottoposta alle terne accelerometriche con un periodo di ritorno di 975 anni. Nonostante l'intensità del segnale, l'analisi condotta con il codice 3DEC non ha evidenziato espulsioni di blocchi o attivazioni di cinematismi di ribaltamento macroscopici. Inoltre, i valori di spostamento registrati nei punti di controllo sono rimasti entro soglie trascurabili, indicando che la struttura permane in un campo di sostanziale stabilità cinematica.

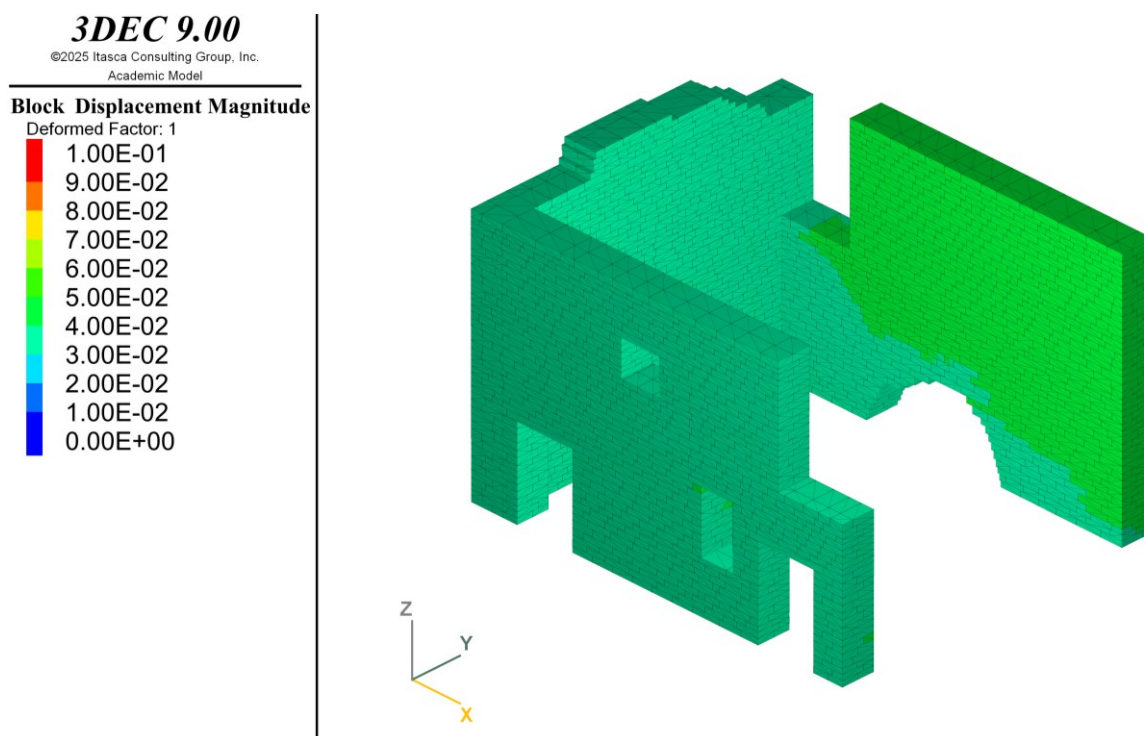


Figura 6.7 Quadro di danno accelerogramma più intenso (T_R 975 anni)

In **Figura 6.7** si riporta la configurazione della struttura al termine della simulazione dinamica di maggiore intensità, condizione fondamentale per valutare l'entità delle deformazioni plastiche residue. Le deformazioni registrate sono risultate estremamente contenute rispetto alle dimensioni complessive del manufatto: a fronte di un'altezza superiore ai 5 m, lo spostamento residuo finale si attesta su appena 0,04 m. Tale evidenza conferma la capacità della struttura di assorbire l'energia sismica mantenendosi sostanzialmente in un campo di danneggiamento limitato, senza manifestare alterazioni geometriche permanenti o dissesti strutturali significativi.

Data l'elevata stabilità riscontrata per lo scenario precedente, l'indagine è stata estesa al periodo di ritorno di 2475 anni, corrispondente a un'azione sismica caratterizzata da un'accelerazione di picco al suolo a_g pari a 0,289 g. Nonostante l'incremento del contenuto energetico dell'input, anche in questo scenario, non si sono manifestati fenomeni di instabilità critica o di espulsione di conci. L'analisi degli spostamenti conferma la stabilità del sistema: il valore residuo registrato a fine simulazione è di soli 0,08 m che, pur essendo superiore ai risultati dello scenario a 975 anni, non prefigura condizioni di imminente collasso (**Figura 6.8**).

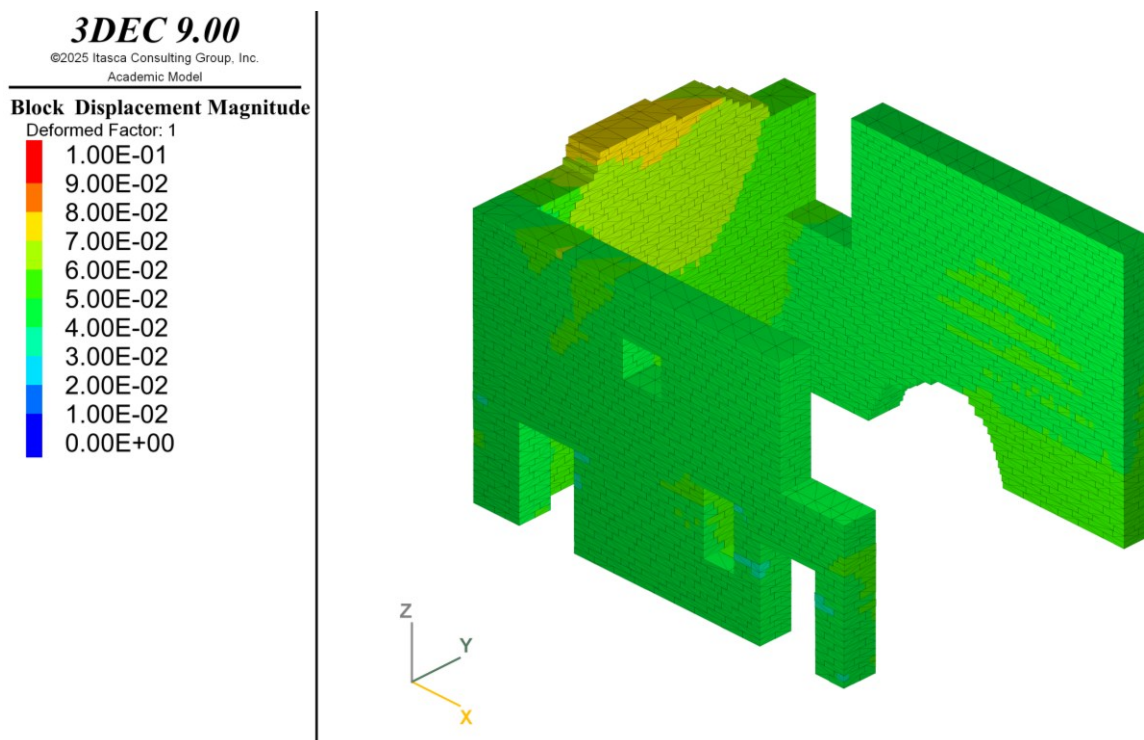


Figura 6.8 Quadro di danno accelerogramma più significativo (T_R 2475 anni)

In sintesi, l'analisi evidenzia che non emergono quadri di danneggiamento significativi nemmeno per l'azione sismica massima considerata. Per una consultazione esaustiva di tutte le risposte dinamiche relative alle diverse combinazioni di accelerogrammi, si rimanda alla documentazione completa riportata in APPENDICE A.

La sostanziale assenza di cinematismi di collasso o fenomeni di disgregazione, anche sotto le accelerazioni più elevate previste, suggerisce che la struttura possiede ampi margini di sicurezza. Un ruolo determinante è svolto dalla geometria e dall'inerzia delle pareti, che presentano uno spessore considerevole di 65 cm a fronte di un'altezza contenuta di circa 5,4 m. Parallelamente, l'efficacia degli ammorsamenti modellati tra i blocchi e negli incroci d'angolo garantisce una superiore continuità cinematica. Nella modellazione a elementi distinti, infatti, la qualità dell'ingranamento tra i conci agisce come un vincolo interno fondamentale, in cui, anche in presenza di una malta povera, è la reciproca posizione dei blocchi a impedire la disgregazione, costringendo la parete a comportarsi come un elemento sostanzialmente monolitico.

In conclusione, l'analisi dimostra come la robustezza geometrica e la continuità della tessitura prevalgano sulla modesta qualità dei materiali, garantendo l'integrità strutturale e l'assenza di collassi parziali anche di fronte a eventi di maggiore severità. Tuttavia, la stabilità globale riscontrata nel modello tridimensionale non esclude a priori la possibilità di crisi localizzate, che potrebbero essere mascherate dall'effetto d'insieme o dalla rigidità complessiva dell'organismo edilizio.

7 ANALISI DELLA VULNERABILITÀ E VERIFICHE SEMPLIFICATE

Il presente capitolo approfondisce la risposta sismica del manufatto attraverso un confronto tra modellazione numerica avanzata e analisi cinematica locale. La necessità di operare su scala locale emerge dagli esiti delle simulazioni dinamiche, che non hanno evidenziato cinematismi di collasso macroscopici a causa della moderata sismicità del sito e dell'elevata rigidità della struttura. Tale scelta trova riscontro anche nell'analisi modale (§ 5.2), la quale ha delineato un comportamento dominato da modi locali associati a ribaltamenti fuori piano. Si è proceduto, pertanto, con analisi statiche non lineari volte a indurre l'attivazione dei meccanismi di danno e a indagarne l'evoluzione. Tale approccio permette di quantificare l'effettiva riserva di capacità del sistema, validando la robustezza dei modelli numerici mediante il confronto con i parametri cinematici previsti dalle NTC 2018 [10].

La prima parte del capitolo è dedicata all'analisi statica non lineare (Pushover) eseguita tramite il software 3DEC [1]. Tale metodologia consente di investigare la capacità portante e le modalità di collasso dei principali setti murari, soggetti ad azioni orizzontali crescenti. Un'attenzione particolare viene rivolta all'impatto della triangolazione, analizzando come la discretizzazione del modello influenzi non solo l'accuratezza del quadro fessurativo e delle curve di capacità, ma anche l'onere computazionale della simulazione. Attraverso la definizione di tre diversi livelli di dettaglio della triangolazione, si cercherà di individuare il miglior compromesso tra precisione del calcolo e velocità di elaborazione.

Parallelamente all'approccio numerico, la vulnerabilità dell'edificio viene indagata mediante l'analisi cinematica dei meccanismi locali di collasso. Tale procedura, basata sul teorema della cinematica del calcolo a rottura, permette di valutare la stabilità di porzioni isolate della struttura rispetto ai possibili ribaltamenti fuori piano. L'analisi verrà declinata sia in ambito lineare, per la determinazione dell'accelerazione di attivazione del meccanismo, sia in ambito non lineare, al fine di studiare l'evoluzione dell'equilibrio del sistema al crescere dello spostamento, fornendo così una visione esaustiva e cautelativa della risposta locale riguardante lo stato di fatto dell'Unità 1.

7.1. Analisi statica non lineare

Per quantificare la capacità ultima dei paramenti murari principali, si è scelto di implementare una serie di analisi statiche non lineari (Pushover) all'interno dell'ambiente 3DEC. Una particolarità operativa del software risiede nell'impossibilità di eseguire un'analisi statica non lineare attraverso l'applicazione diretta di un vettore di forze orizzontali crescenti, come avviene nei comuni software di calcolo strutturale agli elementi finiti. Per ovviare a questo limite e determinare la capacità ultima del manufatto, si è fatto ricorso alla tecnica del Tilt Test numerico.

Con questa tipologia di analisi, si vuole indagare la risposta strutturale di ciascun paramento murario sotto l'effetto di un'accelerazione orizzontale via via crescente, incrementata per step discreti (fissati a $\Delta_n = 0,20 \text{ m/s}^2$). Attraverso questo incremento graduale, si intende identificare la configurazione di equilibrio limite, ovvero il valore di picco oltre il quale l'attrito e l'ingranamento tra i conci non sono più in grado di contrastare le forze ribaltanti. Tale procedura permette di individuare con precisione la soglia di attivazione del cinematismo.

Il metodo adottato consente di analizzare l'intero processo di danneggiamento strutturale, seguendo un'evoluzione che parte da una fase elastica iniziale in cui il modello risponde con elevata rigidità e contatti integri tra i blocchi.

All'aumentare dell'accelerazione si osserva una progressiva riduzione della rigidità, visibile nel cambiamento della pendenza della curva capacità–spostamento. Questo comportamento è dovuto alla formazione delle prime fessure e allo scorrimento tra i blocchi murari. Il processo termina al raggiungimento dello spostamento di cutoff, il quale corrisponde all'istante in cui il modello mostra l'avvio del meccanismo di ribaltamento attraverso la formazione della fessura principale.

Dal punto di vista numerico, l'algoritmo simula l'inclinazione del piano di fondazione ruotando il vettore della gravità rispetto alla verticale del modello. In pratica, non si ruota la geometria, ma si applica il principio di equivalenza tra gravità verticale e forze d'inerzia orizzontali crescenti [33].

In una prima fase, il sistema viene stabilizzato sotto il solo peso proprio. Successivamente, viene imposta al sistema un'accelerazione risultante data dalla somma vettoriale di una componente verticale costante (la gravità terrestre $g = -9,81 \text{ m/s}^2$) e una componente orizzontale incrementale g_x (rappresentata nel codice dalla variabile n).

Questo approccio equivale a inclinare il "mondo virtuale" del modello di un angolo θ rispetto all'orizzontale, definito dalla relazione (7.1) mediante considerazioni puramente trigonometriche:

$$\theta = \arctan\left(\frac{g_x}{g}\right) = \arctan\left(\frac{n}{9,81}\right) \quad (7.1)$$

Ad ogni iterazione del ciclo, l'aumento del valore di n corrisponde quindi a un aumento della pendenza virtuale del piano di posa. In questa formulazione, la componente n agisce come una forza d'inerzia orizzontale distribuita, proporzionale alla massa di ogni singolo blocco, simulando l'azione sismica.

Nonostante l'algoritmo fornisca dati continui sull'evoluzione degli spostamenti, l'individuazione del punto critico di attivazione non è affidata a un automatismo numerico, ma deriva da una procedura di valutazione manuale basata sulla sensibilità dell'operatore e sull'osservazione diretta del modello. In questa ricerca si è adottato un criterio fenomenologico di prima fessurazione.

Per noi, il moltiplicatore critico α_0 (ovvero l'accelerazione orizzontale di attivazione n) corrisponde all'istante in cui si osserva visivamente l'innesco della discontinuità cinematica: il momento preciso in cui le interfacce tra i blocchi perdono il contatto completo e si genera la fessura che darà origine al ribaltamento.

7.1.1. Analisi di sensibilità della triangolazione

Un aspetto metodologico cruciale di questa fase riguarda lo studio della sensibilità alla discretizzazione. Siccome la trasmissione delle forze tra elementi adiacenti avviene attraverso i punti di contatto generati in corrispondenza dei vertici della triangolazione, la fedeltà nel catturare la reale distribuzione delle tensioni e l'accuratezza nella risposta sono strettamente correlate alla sua densità.

Al fine di validare il modello e indagare l'influenza della densità dei contatti sulla risposta globale, sono state adottate tre differenti strategie di discretizzazione, mantenendo invariate le dimensioni geometriche dei conci e variando esclusivamente la triangolazione dei blocchi.

- Triangolazione Grossolana: configurazione di base con ogni faccia del blocco discretizzata in 2 triangoli. Presenta un totale di 159469 sotto-contatti.
- Triangolazione Intermedia: caratterizzata da un parametro di bordo fissato a 0,2 m, che eleva il numero complessivo di sotto-contatti a 273116.
- Triangolazione Fine: discretizzazione spinta con parametro pari a 0,1 m, portando il modello a un totale di 548680 sotto-contatti.

Il passaggio dalla configurazione grossolana a quella intermedia comporta un aumento dei punti di contatto del 71%, mentre la configurazione fine determina un incremento massivo pari al 244% rispetto alla triangolazione di base. Per rendere evidente l'impatto di tali strategie sulla densità numerica del modello, si riporta il confronto della triangolazione superficiale su uno stesso blocco campione di riferimento: il passaggio dalla configurazione grossolana a quella fine comporta un incremento dei punti di calcolo per ogni singola faccia del blocco, che passano rispettivamente da 2 facce (triangoli), a 8 facce, fino a un dettaglio di 24 facce (**Figura 7.1**).

Questo confronto permette di stabilire quanto la discretizzazione delle superfici dei blocchi influenzi la rigidità iniziale e, soprattutto, la duttilità del sistema, garantendo che i parametri ottenuti non siano condizionati da una eccessiva semplificazione geometrica.

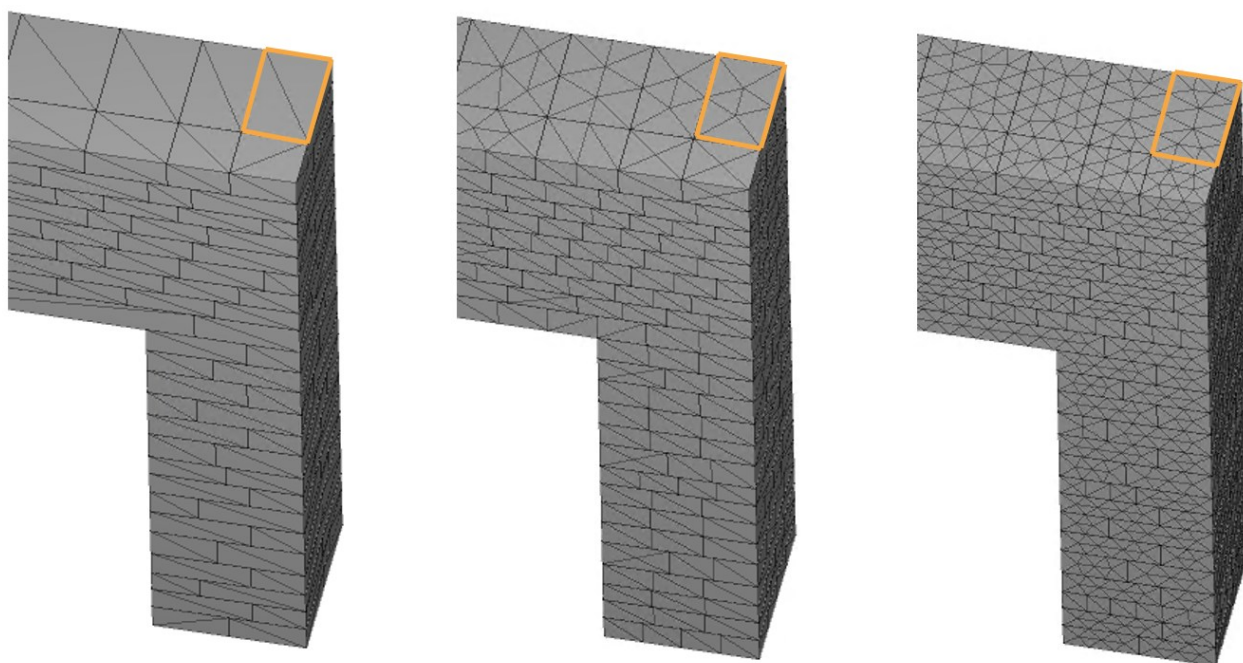


Figura 7.1 Evoluzione della densità della triangolazione superficiale su un blocco campione

7.1.2. Analisi comparativa delle curve di capacità e dei quadri di danno

In questa sezione vengono presentati i risultati ottenuti dalle simulazioni quasi-statiche condotte sulle tre diverse configurazioni di triangolazione. Complessivamente, sono state eseguite sei analisi Pushover (tre in direzione X e tre in direzione Y, ovvero due per ogni tipologia di discretizzazione), finalizzate a caratterizzare la curva di capacità attraverso il monitoraggio del taglio alla base e degli spostamenti dei nodi di controllo in sommità.

La definizione delle curve di capacità ha richiesto l'individuazione di specifici nodi di controllo. In direzione X, il punto di riferimento è stato collocato sulla sommità del timpano della parete Nord, essendo questo l'elemento maggiormente interessato dal ribaltamento fuori piano (Nodo N_c in **Figura 7.2**). Per quanto riguarda la direzione Y, l'attenzione si è concentrata sulla Parete Est, in particolare sulla porzione sommitale più esterna (Nodo E_c in **Figura 7.2**).

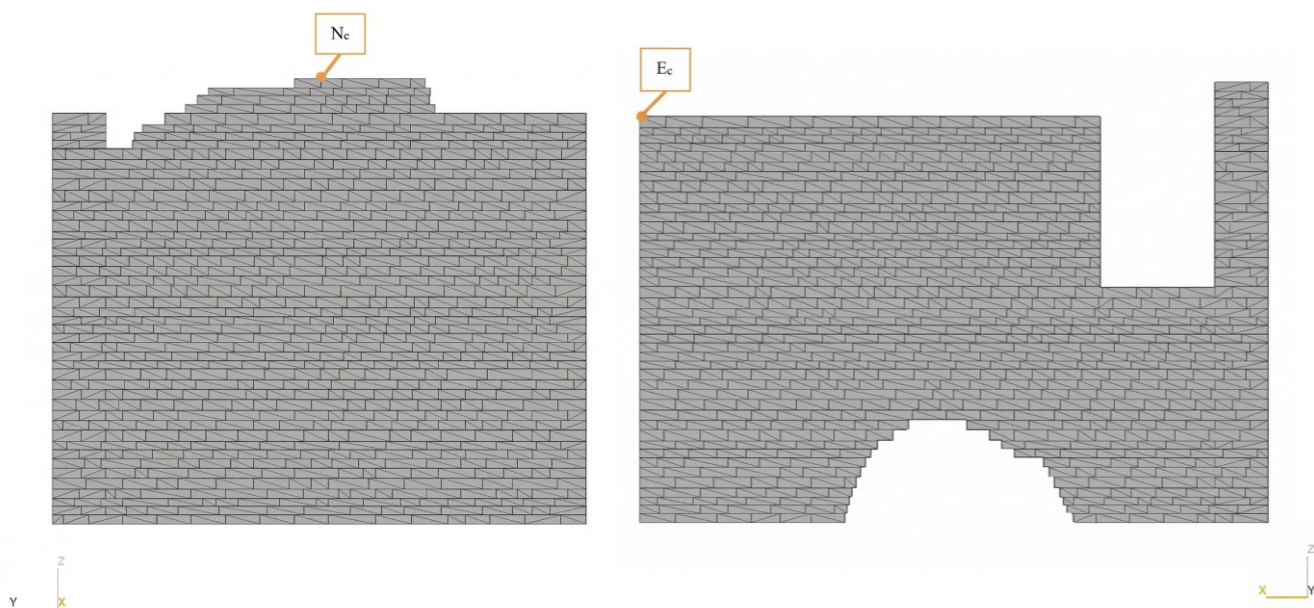


Figura 7.2 Punti di monitoraggio per l'interpretazione dinamica – Parete Nord (sinistra) e Parete Est (destra)

Tale scelta è supportata sia dai risultati delle analisi pushover, che hanno identificato questa zona come la più suscettibile a spostamenti significativi, sia dall'analisi modale precedentemente condotta, la quale ha evidenziato come il primo modo di vibrare interessi proprio il lembo libero della medesima parete. Il monitoraggio di tali nodi costituisce il presupposto necessario per la determinazione rigorosa dell'accelerazione di attivazione del meccanismo di ribaltamento.

È infatti proprio su questo parametro che è stata impostata la costruzione delle curve Pushover e la successiva comparazione tra i modelli.

Il confronto sistematico tra le diverse strategie di discretizzazione ha permesso di definire tre distinti livelli di **accelerazione critica** a_0 , confermando come la densità dei contatti influenzi direttamente la soglia di innesco del cinematismo. Nello specifico, la sensibilità della triangolazione ha evidenziato una proporzionalità inversa tra il grado di affinamento e la resistenza allo slittamento/rotazione: si è passati infatti da un valore di 2,2 m/s² per la triangolazione grossolana, a 2,0 m/s² per quella intermedia, fino a raggiungere la soglia più conservativa di 1,8 m/s² in corrispondenza di quella fine.

Come illustrato nel grafico di **Figura 7.3**, all'aumentare della risoluzione numerica del blocco corrisponde una graduale riduzione dell'accelerazione di attivazione a_0 , stabilizzando i risultati verso una stima più cautelativa del comportamento murario.

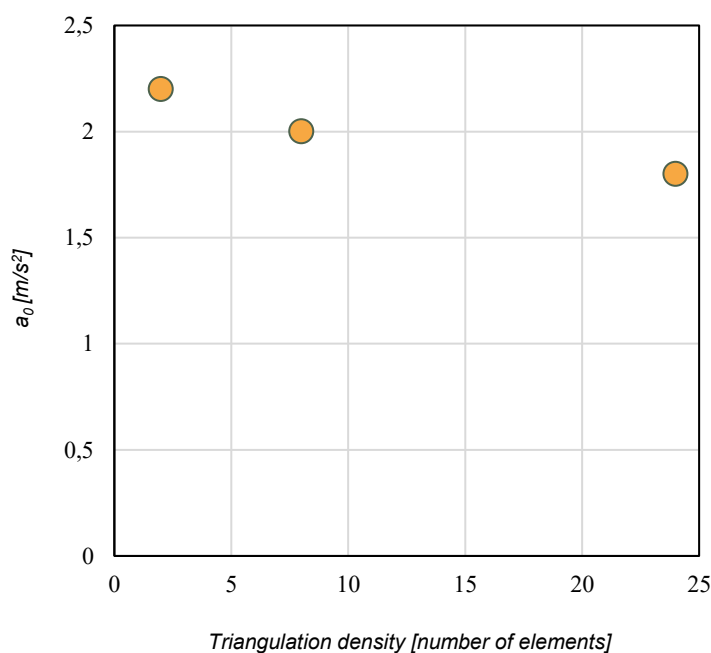


Figura 7.3 Influenza della densità degli elementi sul valore dell'accelerazione di attivazione a_0

Pushover X

Per isolare l'influenza della discretizzazione dei contatti sulla risposta sismica, si è proceduto al confronto diretto delle curve di capacità ottenute per le tre strategie di discretizzazione. La **Figura 7.4** mostra le tre curve Pushover (Grossolana, Intermedia, Fine) sovrapposte in un unico grafico, mettendo in relazione il taglio totale alla base e lo spostamento del nodo di controllo. È opportuno ricordare che tali curve sono state costruite considerando i dati estratti in corrispondenza dell'innescò del cinematismo, determinato secondo le modalità discusse all'inizio di questo stesso Capitolo.

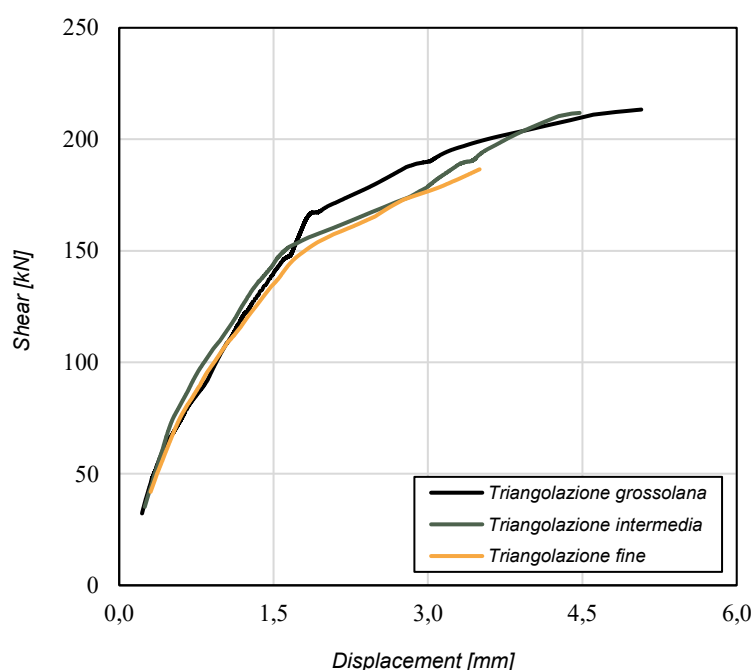


Figura 7.4 Confronto tra le curve di capacità (Pushover) in direzione X ottenute al variare della discretizzazione dei contatti

Dall'analisi comparativa delle curve sovrapposte, emerge chiaramente l'influenza della discretizzazione dei contatti sulla risposta ottenuta, evidenziando un trend coerente con la teoria della sensibilità numerica, in cui la triangolazione grossolana funge da "involucro superiore" dell'intero set di dati, presentando i valori più elevati sia in termini di forza di picco che di spostamento massimo. Al contrario, la triangolazione fine restituisce la curva più bassa, caratterizzata da una minore forza di attivazione e da un minore spostamento di picco.

Questo fenomeno è spiegabile attraverso la maggiore densità di sotto-contatti, che porta generalmente a risultati più cautelativi, poiché permette di intercettare in modo più precoce le concentrazioni di sforzo responsabili dell'innescò della fessurazione. Di conseguenza, l'instabilità del cinematismo tende a manifestarsi prima rispetto a quanto previsto da schematizzazioni più semplificate. La triangolazione intermedia si colloca coerentemente in una posizione mediana tra le due precedenti, confermando che il modello converge verso una soluzione più cautelativa man mano che si aumenta il dettaglio della discretizzazione superficiale.

Per quanto riguarda l'evoluzione del quadro di danno, essa è stata documentata analizzando due istanti determinanti del processo di carico. La **Figura 7.5** mostra la configurazione al raggiungimento del moltiplicatore critico ($1,8 \text{ m/s}^2$ per la triangolazione fine). In questa fase, la perdita di contatto tra le interfacce dei blocchi lungo le linee di frattura predefinite sancisce l'innescò del cinematismo.

Si tratta di un meccanismo di ribaltamento fuori piano della parete Nord, che coinvolge l'intera facciata a timpano. Tuttavia, il cinematismo non si limita alla sola parete trasversale, ma a causa del parziale grado di ammorsamento tra i paramenti, trascina con sé due cunei di muratura delle pareti perpendicolari (Est e Ovest).

La **Figura 7.6** mostra invece il cinematismo in fase avanzata, restituendo la configurazione deformata del modello quando il meccanismo risulta ormai chiaramente innescato. È possibile notare come la parete Nord e i cunei laterali si muovano come un unico corpo rigido, ruotando attorno a una cerniera orizzontale alla base.

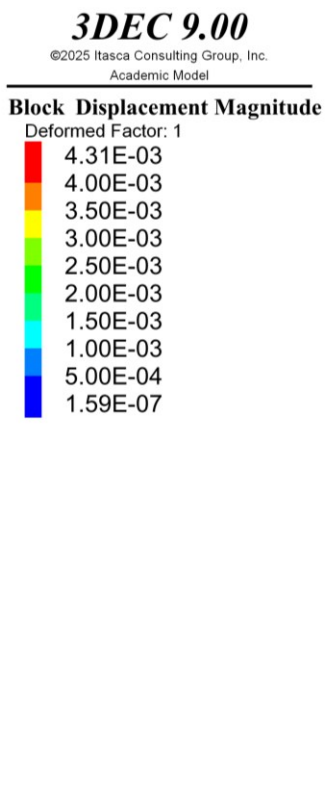


Figura 7.5 Quadro di danno all'inesco del cinematismo – Pushover X

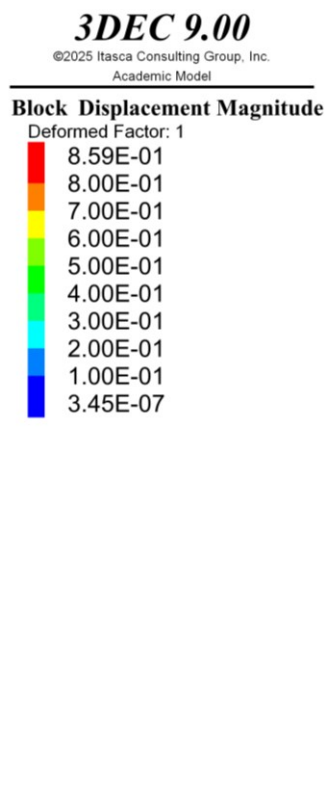


Figura 7.6 Quadro di danno a cinematismo avanzato – Pushover X

Pushover Y

Seguendo la stessa impostazione adottata per la direzione X, l'analisi è stata estesa alla direzione Y per valutare la risposta fuori piano delle pareti laterali, con particolare riferimento alla Parete Est. Anche in questo caso, le curve di capacità confermano che una triangolazione più grossolana sovrastima rigidità e capacità ultima, mentre una triangolazione più fine intercetta più precocemente l'instabilità. Ciò è dovuto alla migliore rappresentazione dei contatti, soprattutto nello spessore, che consente di individuare prima le concentrazioni di sforzo e fornisce quindi stime più cautelative della forza di attivazione (**Figura 7.7**).

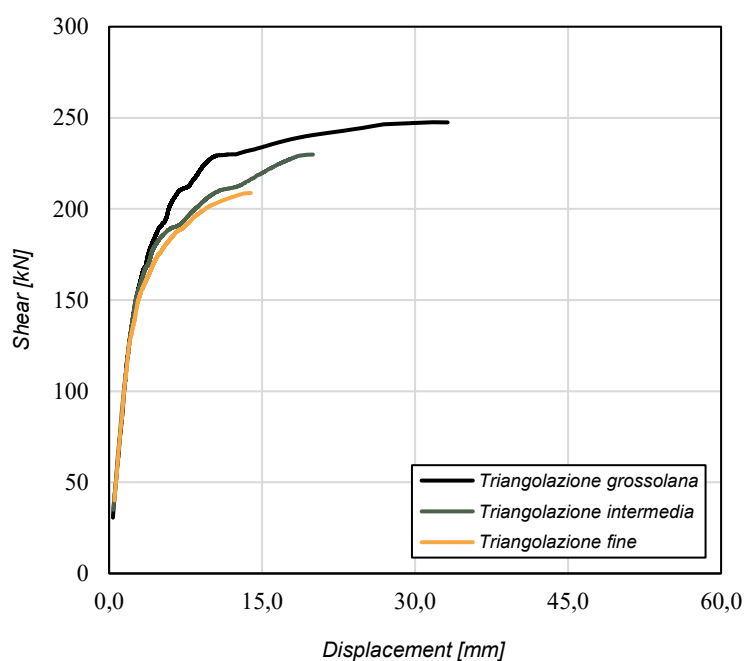


Figura 7.7 Confronto tra le curve di capacità (Pushover) in direzione Y ottenute al variare della discretizzazione dei contatti

Le **Figura 7.8** e **Figura 7.9** documentano l'evoluzione del quadro fessurativo e la successiva formazione del meccanismo di collasso per la configurazione a triangolazione fine. L'analisi permette di osservare lo sviluppo di un ribaltamento fuori piano asimmetrico delle pareti Est e Ovest, innescato dalla spinta in direzione Y.

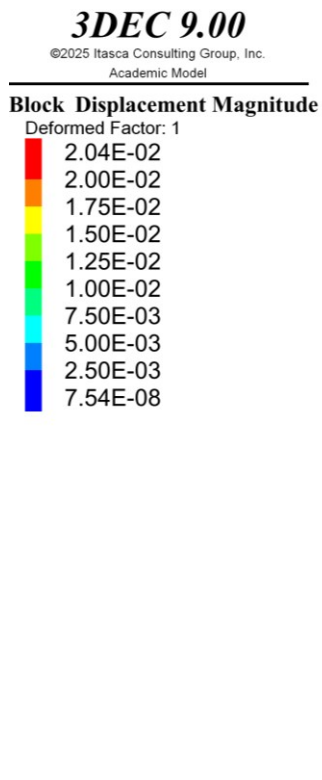


Figura 7.8 Quadro di danno all'insacco del cinematismo – Pushover Y

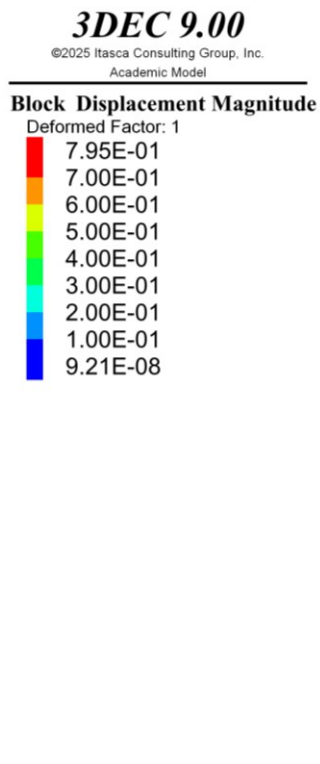


Figura 7.9 Quadro di danno a cinematismo avanzato – Pushover Y

Inizialmente (**Figura 7.8**), il danno si manifesta attraverso lesioni diagonali che isolano i macro-blocchi instabili. Si osserva un comportamento differenziato dovuto alla geometria dove la parete Ovest, grazie all'efficacia dell'ammorsamento, trascina con sé una porzione della facciata Nord. Al contrario, nella parete Est, la presenza di un'apertura in quota interrompe la continuità della compagine muraria, forzando la parete a un ribaltamento autonomo. Tale risposta rispecchia fedelmente l'analisi modale, che aveva già individuato in queste porzioni le maggiori vulnerabilità locali. Nella fase di collasso avanzato (**Figura 7.9**), il cinematismo si compie con la definitiva rotazione rigida dei macro-elementi attorno a cerniere cilindriche orizzontali poste alla base.

7.1.3. Valutazione dell'efficienza computazionale

Nella modellazione avanzata DEM, la scelta della discretizzazione non influisce solo sull'accuratezza dei risultati, ma determina in modo critico l'onere computazionale associato alle 'analisi. Un'elevata densità di contatti (triangolazione fine) comporta infatti un aumento del costo computazionale associato al modello. È dunque essenziale individuare un compromesso ottimale tra la precisione dei risultati e la sostenibilità dei tempi di calcolo.

Per valutare quantitativamente l'efficienza delle tre strategie di triangolazione adottate, è stato condotto un test di benchmark misurando il tempo macchina necessario per completare un singolo incremento di accelerazione pari a $\Delta_n = 0,20 \text{ m/s}^2$. Per rendere il test significativo ma al contempo gestibile, la misurazione è stata effettuata durante i passaggi (step) iniziali dell'analisi, tipicamente più veloci in quanto caratterizzati da una minore non-linearità immediata, assumendo un valore di accelerazione pari a $n = 0,60 \text{ m/s}^2$. I risultati ottenuti sono riassunti nella **Tabella 7.1**.

Per il calcolo della variazione percentuale è stata utilizzata la formula (7.2):

$$\Delta\% = \frac{T_{attuale} - T_{rif}}{T_{rif}} \cdot 100 \quad (7.2)$$

dove il riferimento (T_{rif}) è il tempo di calcolo della triangolazione grossolana, mentre $T_{attuale}$ è il tempo riferito alla triangolazione considerata per il confronto (Intermedia e Fine).

Tabella 7.1 Tempi di calcolo per le diverse strategie di discretizzazione

Strategia di triangolazione	Numero di sotto-contatti totali	Tempo di calcolo per incremento [h:m:s]	Incremento relativo del tempo [%]
Grossolana	159469	00:06:11	0% (Riferimento)
Intermedia	273116	00:07:14	+17,0%
Fine	548680	00:09:00	+45,6%

L'analisi dei dati evidenzia come il passaggio dalla configurazione grossolana a quella fine comporti un incremento dei tempi di calcolo del 45,6%. In ambiente 3DEC, ogni faccia aggiuntiva moltiplica il numero di contatti potenziali che il solutore deve monitorare per valutare scambi di forze, distacchi e scivolamenti. Sebbene nel caso in esame l'aumento in termini assoluti sia contenuto (da circa 6 a 9 minuti), tale scarto diventa indicativo dell'onere computazionale che si dovrebbe affrontare estendendo la modellazione a edifici più complessi o eseguendo analisi più gravose, come le dinamiche non lineari.

È importante sottolineare che, nonostante la triangolazione fine restituisca risultati leggermente più conservativi, questi si sovrappongono sostanzialmente a quelli ottenuti con la triangolazione grossolana. La congruenza dei risultati tra le due configurazioni dimostra che l'affinamento della triangolazione non altera in modo significativo la risposta strutturale né l'individuazione dei meccanismi di danno.

Tale evidenza valida la scelta metodologica di adottare una triangolazione ottimizzata, confermando l'efficacia di un approccio multiscala: l'accuratezza del metodo DEM nell'indagare i cinematismi locali si integra con la rapidità dei modelli globali a telaio equivalente (TREMURI). Questa strategia bilancia la precisione fenomenologica necessaria per l'Unità 1 con la sostenibilità del calcolo richiesta per valutare le interazioni di aggregato nello stato di progetto.

7.2. Validazione analitica: analisi cinematica

All'interno della presente sezione si procede alla determinazione dei moltiplicatori di attivazione α_0 , seguendo le prescrizioni della normativa vigente (NTC 2018 [10]) per i meccanismi locali di collasso. L'indagine è finalizzata a fornire un riferimento analitico per la validazione dei risultati delle analisi pushover, e per la conferma dell'affidabilità della modellazione numerica avanzata.

Per ragioni di rigore metodologico e chiarezza nel confronto, l'analisi cinematica manuale è stata condotta esclusivamente per la parete Nord (facciata con timpano). Questa scelta è motivata dalla sua linearità geometrica e dalla configurazione vincolare simmetrica, caratteristiche che permettono una definizione più semplice della catena cinematica e un calcolo manuale del Principio dei Lavori Virtuali. A tale semplificazione geometrica si aggiunge una valutazione di tipo strutturale: la direzione X risulta essere quella caratterizzata dalla minore capacità sismica; pertanto, il ribaltamento fuori piano di questa parete è identificabile come il meccanismo di danno predominante e più vulnerabile dell'intero organismo. Al contrario, le pareti Est e Ovest, presentando un'estremità libera verso Sud (non vincolata da pareti trasversali), manifestano un comportamento asimmetrico che renderebbe l'ipotesi di un meccanismo rigido a priori meno rappresentativa e più complessa da validare analiticamente.

7.2.1. Analisi cinematica lineare

Il metodo dell'analisi cinematica lineare permette di determinare il moltiplicatore α_0 dei carichi orizzontali che induce l'attivazione di un meccanismo locale di danno. Poiché una costruzione storica può essere soggetta a molteplici cinematismi, è necessario applicare tale procedura a ogni configurazione ritenuta significativa per la sicurezza strutturale. Il presupposto fondamentale consiste nella trasformazione del setto murario in una catena cinematica, ovvero un insieme di blocchi rigidi mutuamente collegati tra loro e al resto della struttura, in modo da soddisfare una condizione di labilità [13]. L'analisi esamina la porzione di struttura nelle condizioni di incipiente collasso, assegnando un atto di moto virtuale alla catena cinematica [34],[35].

Attraverso il Principio dei Lavori Virtuali (PLV), si eguaglia il lavoro compiuto dalle forze esterne al lavoro delle forze interne secondo l'uguaglianza (7.3):

$$L_{ve} = L_{vi} \quad (7.3)$$

Esplicitando i contributi del lavoro virtuale per le forze esterne, l'equazione (7.4) assume la forma risolutiva che permette di isolare α_0 :

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{xi} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{yi} = 0 \quad (7.4)$$

Dove P_i rappresenta le forze peso e δ_x e δ_y sono i corrispondenti spostamenti virtuali orizzontali e verticali.

Per una completa valutazione dei risultati, non è sufficiente determinare il moltiplicatore α_0 , ma occorre definire la risposta del sistema in termini di accelerazione spettrale di attivazione (α_0^*). Questo passaggio richiede di ricondurre il cinematismo locale a un sistema a un solo grado di libertà (SDOF) equivalente. Secondo quanto previsto dalle NTC 2018 [10] e dalle relative Circolari applicative (2019) [9], la massa partecipante al meccanismo (m^*) viene calcolata assumendo che gli spostamenti virtuali orizzontali δ_{xi} dei punti di applicazione dei pesi propri P_i rappresentino la forma modale di vibrazione del sistema secondo la relazione (7.5):

$$m^* = \frac{(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{xi})^2}{g \sum_{i=1}^n P_i \delta_{xi}^2} \quad (7.5)$$

L'accelerazione spettrale di attivazione si ottiene quindi rapportando il moltiplicatore α_0 alla frazione di massa partecipante, corretta tramite il Fattore di Confidenza (FC), che per analisi cinematiche dove si trascura la resistenza a compressione della muratura viene assunto pari a quello del livello di conoscenza LC1 tramite la (7.6):

$$\alpha_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC} \quad (7.6)$$

Dove e^* rappresenta il coefficiente di partecipazione della massa ottenuto secondo l'equazione (7.7):

$$e^* = \frac{gm^*}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (7.7)$$

Un passaggio chiave nella procedura di calcolo adottata per l'analisi del sistema SDOF equivalente è la normalizzazione dello spostamento del nodo di controllo in sommità. Per definire correttamente la massa partecipante m^* , è stato imposto uno spostamento unitario ($\delta = 1$) al punto di massima escursione del cinematismo (il vertice del timpano per la parete Nord).

Questa operazione permette di ricavare gli spostamenti virtuali δ_{xi} e δ_{yi} di tutti i restanti blocchi come frazioni dello spostamento di sommità, definendo così una forma modale lineare coerente con la cinematica del corpo rigido.

Applicazione al caso studio

Per l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali (PLV), la struttura è stata schematizzata come una catena di corpi rigidi tra loro interagenti. Il meccanismo ipotizzato prevede il ribaltamento fuori piano dell'intera parete Nord, la quale, nel suo movimento rotatorio, trascina con sé porzioni adiacenti delle pareti laterali (Est e Ovest) a causa dell'ammorsamento d'angolo.

Per tutte le porzioni coinvolte nel cinematismo, è stata ipotizzata la formazione di una cerniera alla base, posta in corrispondenza del piano di distacco orizzontale. La geometria dei cunei di distacco laterali è stata modellata seguendo le linee di debolezza tracciate dalle aperture esistenti.

Per la Parete Ovest, la vicinanza di una porta alla parete Nord ha suggerito il trascinarsi dell'intero maschio d'angolo, con una retta di distacco inclinata a 45° che si estende dall'architrave fino alla sommità del muro (**Figura 7.10**). Nella Parete Est, il cinematismo è stato invece condizionato da un'apertura al primo piano: la linea di distacco è stata schematizzata come una diagonale che congiunge la base della zona di ribaltamento con l'angolo inferiore dell'apertura stessa (**Figura 7.11**).

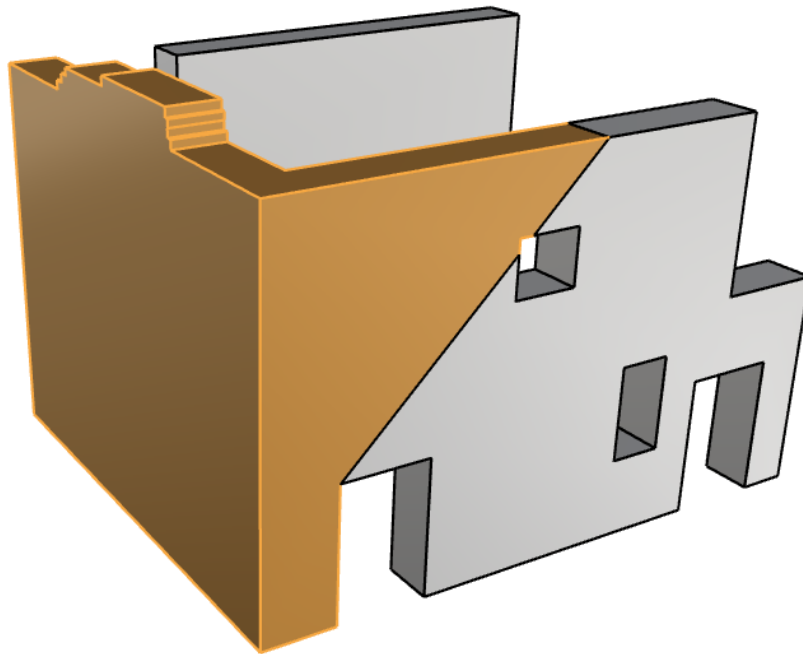


Figura 7.10 Schema di ipotesi della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Ovest

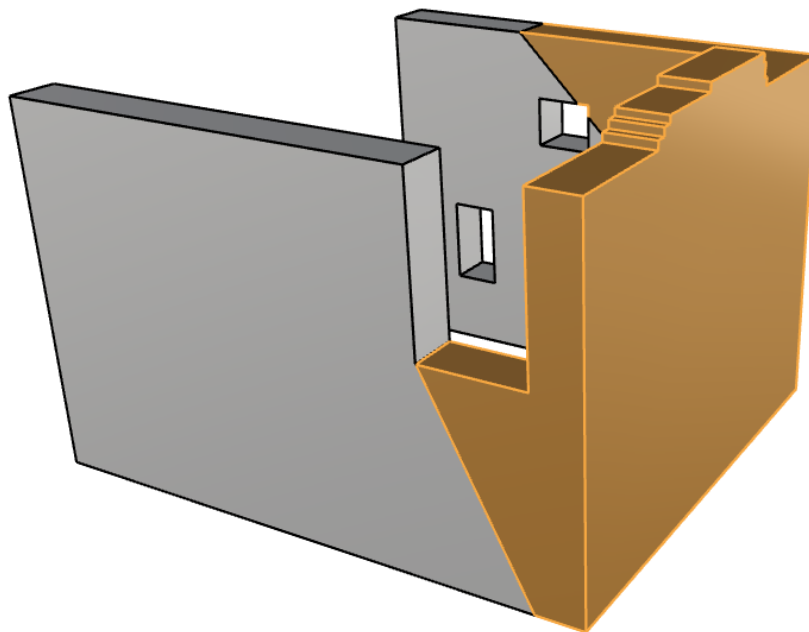


Figura 7.11 Schema di ipotesi della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematismo - Vista Nord-Est

Nella definizione del bilancio energetico, è stata considerata esclusivamente l'azione dei pesi propri delle porzioni murarie coinvolte nel cinematicismo. Tale scelta deriva dalla specifica configurazione architettonica dell'edificio in esame, caratterizzata dall'assenza di solai intermedi e di strutture di copertura che possano trasferire carichi verticali o spinte orizzontali ai paramenti analizzati.

Sulla base delle schematizzazioni geometriche e dei bilanci energetici precedentemente illustrati, l'analisi cinematica lineare ha permesso di determinare i parametri quantitativi della risposta sismica locale per la parete Nord. I risultati, ottenuti normalizzando lo spostamento in sommità e calcolando la massa partecipante effettiva del meccanismo a tre blocchi, sono riassunti nella **Tabella 7.2**:

Tabella 7.2 Risultati dell'analisi cinematica lineare per il meccanismo di ribaltamento della parete Nord

Parametro Cinematico	Simbolo	Valore
Coefficiente di partecipazione della massa	e^*	0,79
Moltiplicatore di attivazione dei carichi	α_0	0,226
Accelerazione spettrale di attivazione (senza FC) [m/s ²]	a_0^*	2,81
Accelerazione spettrale di attivazione (con FC: 1,35) [m/s ²]	a_0^*	2,08

Il dato più significativo emerge dal confronto diretto tra questi valori analitici e gli output derivanti dalle simulazioni in 3DEC. Si ricorda, infatti, che lo studio di sensibilità condotto sulle tre strategie di triangolazione aveva restituito valori di accelerazione di attivazione pari a 1,8 m/s² per la triangolazione fine, 2,0 m/s² per la triangolazione intermedia e 2,2 m/s² per la triangolazione grossolana. Si osserva come il valore derivante dal calcolo analitico (2,1 m/s²) trovi un riscontro diretto nel risultato della triangolazione grossolana (2,2 m/s²).

7.2.2. Analisi cinematica non lineare

Per verificare l'attendibilità dei risultati ottenuti tramite la modellazione in 3DEC, è stata condotta parallelamente un'analisi cinematica non lineare analitica. Tale analisi permette di valutare la massima azione orizzontale sopportabile dalla struttura al progredire del meccanismo di collasso. Si tratta di un'analisi incrementale che fornisce una curva di capacità locale, definita dal moltiplicatore α delle forze orizzontali in funzione dello spostamento d_c di un punto di controllo.

In conformità con quanto previsto dal § 3.3.6.2 delle NTC 2018 [10], la curva deve essere tracciata fino all'annullamento della capacità di sopportare azioni orizzontali ($\alpha = 0$), permettendo di trasformare il comportamento del macroelemento in quello di un sistema SDOF equivalente [13].

Dunque, dal punto di vista analitico, il primo passo consiste nella determinazione dello spostamento di controllo (d_c), che viene calcolato come media pesata degli spostamenti dei singoli blocchi tramite la relazione (7.8):

$$d_c = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot x_{G,i}}{\sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{x,i}} \quad (7.8)$$

Dove P_i e $\delta_{x,i}$ sono rispettivamente le forze peso e i relativi spostamenti virtuali orizzontali già introdotti nella sezione precedente, mentre $x_{G,i}$ rappresenta la distanza orizzontale tra la posizione della cerniera plastica e il punto di applicazione di ciascun contributo P_i .

Questo parametro permette di definire lo spostamento spettrale ultimo (d^*) del sistema equivalente SDOF, attraverso la relazione (7.9):

$$d^* = d_c \frac{(\sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{x,i}^2)}{(\sum_{i=1}^n P_i \cdot \delta_{x,i})^2} \quad (7.9)$$

L'evoluzione del moltiplicatore dei carichi orizzontali viene quindi descritta assumendo un decadimento della stabilità al crescere dello spostamento, seguendo la legge lineare che lega l'innescò allo spostamento di annullamento (d^*) tramite l'equazione (7.10).

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{d}{d^*}\right) \quad (7.10)$$

Infine, la curva viene completata determinando il valore del Taglio alla base V , espresso in unità di forza, ottenuto moltiplicando il coefficiente α ricavato tramite la (7.11) per la massa partecipante del sistema M e per l'accelerazione di gravità g :

$$V = \alpha \cdot M \cdot g \quad (7.11)$$

L'applicazione della procedura analitica sopra descritta permette di generare una curva di capacità teorica di riferimento, basata sulle ipotesi di corpo rigido, resistenza a compressione infinita e assenza di resistenza a trazione.

Applicazione al caso studio

In questa fase, l'indagine mira a valutare la capacità sismica della parete Nord confrontando due diversi scenari di definizione dei piani di frattura:

1. Caso 1 (Analitico): la geometria del meccanismo e l'inclinazione dei cunei seguono le semplificazioni teoriche adottate nell'analisi lineare (**Figura 7.10** e **Figura 7.11**).
2. Caso 2 (Numerico): la geometria è derivata direttamente dal quadro di danno fornito dal software 3DEC. In questo scenario, le reali inclinazioni delle fessure emerse dalla simulazione sono state mappate manualmente per definire un cinematismo più aderente alla risposta numerica del modello (**Figura 7.12** e **Figura 7.13**).

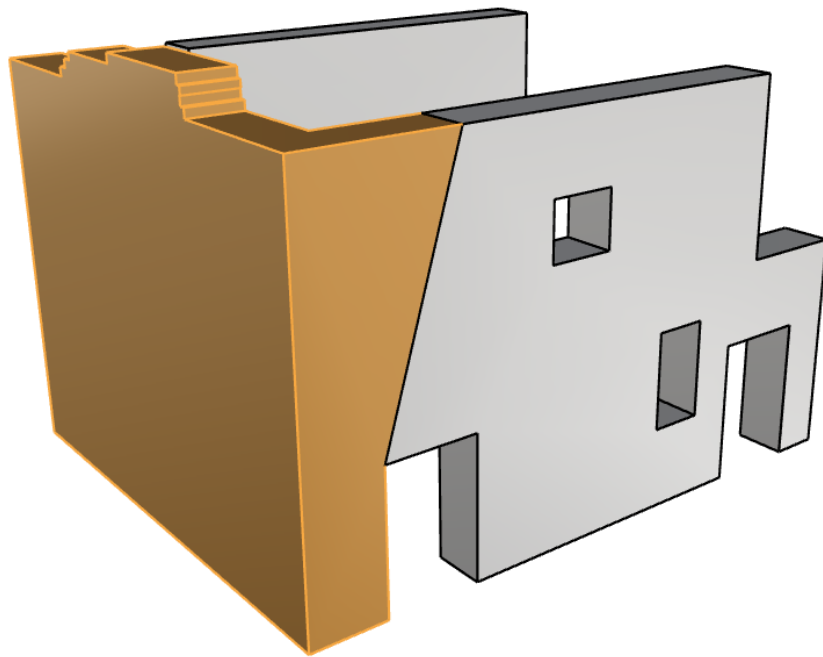


Figura 7.12 Schema ricavato osservando le analisi di 3DEC della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematicismo - Vista Nord-Ovest

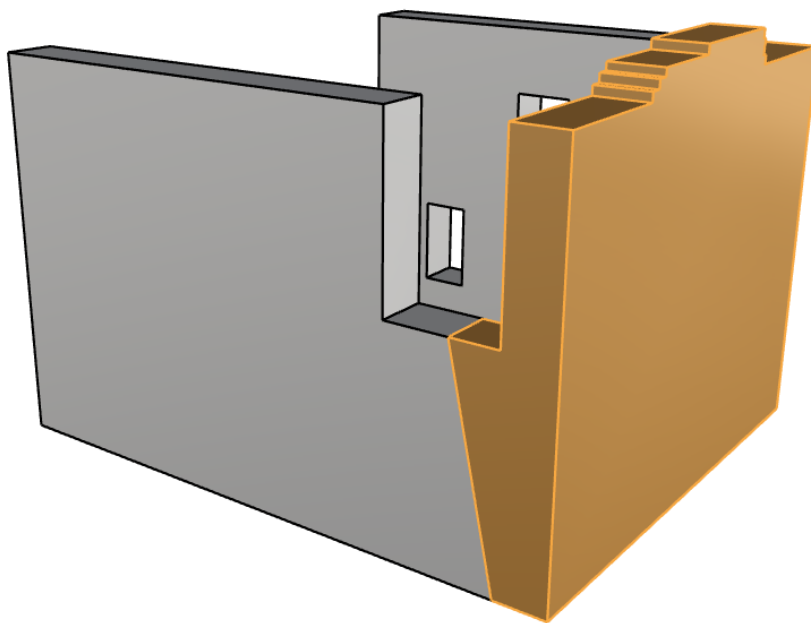


Figura 7.13 Schema ricavato osservando le analisi di 3DEC della geometria dei corpi rigidi interessati dal cinematicismo - Vista Nord-Est

Dall'applicazione della procedura di calcolo precedentemente esposta, sono stati ricavati i parametri sintetici per entrambi i casi. Nella **Tabella 7.3** si riporta il confronto tra i coefficienti di attivazione, le accelerazioni spettrali (con e senza l'applicazione del Fattore di Confidenza $FC = 1,35$), le capacità di spostamento e il taglio massimo alla base.

Tabella 7.3 Risultati dell'analisi cinematica non lineare per il meccanismo di ribaltamento della parete Nord

Parametro	Descrizione	Caso 1	Caso 2
α_0	Moltiplicatore di attivazione	0,226	0,157
e^*	Frazione di massa partecipante	0,79	0,28
a_0^*	Acc. spettrale (senza FC) [m/s ²]	2,81	1,98
a_0^*	Acc. spettrale (con FC) [m/s ²]	2,08	1,47
d^*	Spostamento spettrale ultimo [m]	0,75	0,49
V_{max}	Taglio massimo alla base [kN]	274,39	190,06

Il confronto grafico tra le curve Pushover ottenute numericamente per il caso della discretizzazione Fine e le rette teoriche derivate dall'analisi cinematica evidenzia un riscontro molto positivo, indicando una sostanziale coerenza tra il calcolo manuale e la modellazione agli elementi distinti. Il fatto che i due approcci forniscano risultati comparabili non è un esito scontato e conferma la bontà dei parametri di capacità inseriti nel software. Nel primo caso analizzato, in cui i cunei di distacco sono stati assunti con inclinazione a 45°, la curva pushover risulta leggermente inferiore rispetto alla retta teorica, pur rimanendo all'interno di un intervallo di buona concordanza (**Figura 7.14**). Tale scostamento, seppur contenuto, riflette una differenza tra la geometria di rottura assunta e quella effettivamente individuata dal modello numerico. In particolare, l'ipotesi di piani di distacco a 45° rappresenta una schematizzazione semplificata del meccanismo reale.

Nel complesso, la buona vicinanza tra i risultati conferma la validità dell'impostazione adottata: la costruzione geometrica dei cunei consente di stimare in modo affidabile la capacità del sistema, pur introducendo inevitabili semplificazioni rispetto al cinematismo effettivo.

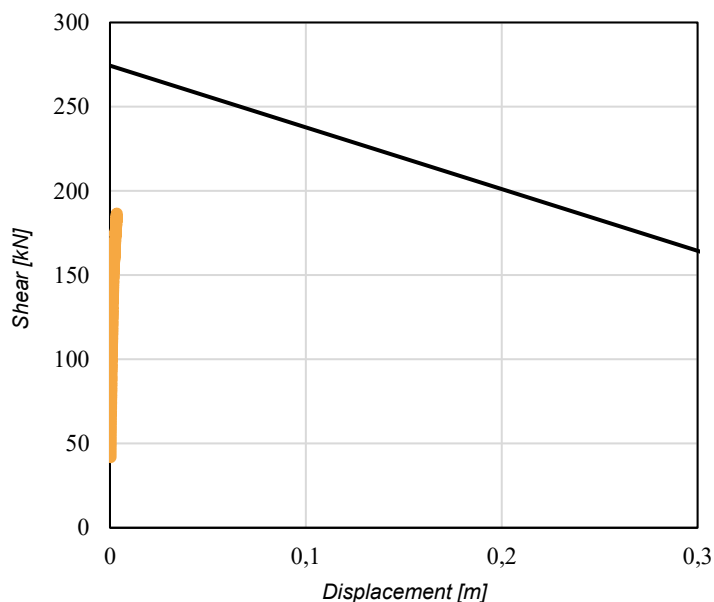


Figura 7.14 Confronto tra la curva Pushover derivata dal modello numerico (3DEC) e la retta teorica dell'analisi cinematica non lineare – Caso 1

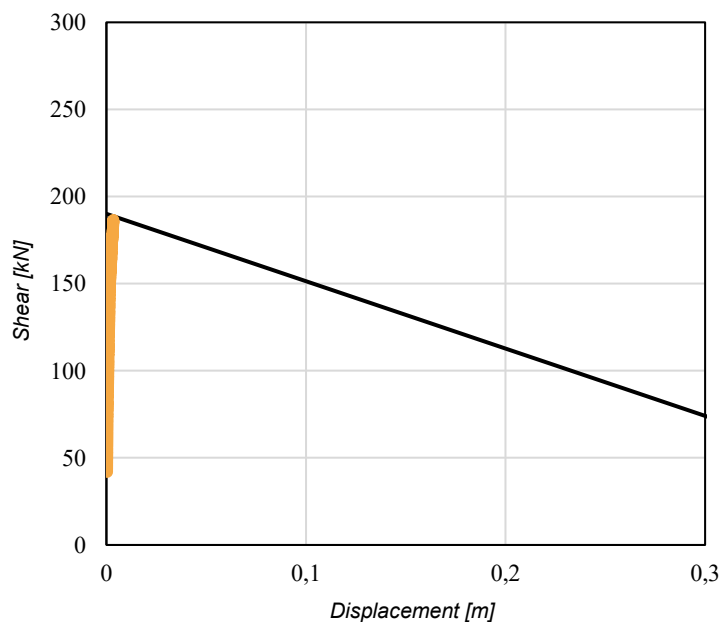


Figura 7.15 Confronto tra la curva Pushover derivata dal modello numerico (3DEC) e la retta teorica dell'analisi cinematica non lineare – Caso 2

Al contrario, nel secondo caso, dove la geometria del meccanismo è stata desunta dall'osservazione diretta del quadro di danno all'innesco fornito da 3DEC, la curva Pushover mostra un'aderenza perfetta alla retta teorica, arrivando a toccarla in corrispondenza del picco di attivazione (**Figura 7.15**). Questo risultato è di fondamentale importanza poiché dimostra che il modello numerico e l'analisi cinematica convergono verso la medesima soluzione fisica.

8 MODELLAZIONE DELLO STATO DI PROGETTO (MODELLAZIONE EFM - TREMURI)

Il presente capitolo descrive l'iter metodologico volto alla definizione della risposta sismica globale del caso studio nello stato di progetto, illustrando il complesso processo di traduzione della realtà fisica in un'astrazione computazionale all'interno dell'ambiente TREMURI. La fase di costruzione del modello costituisce il momento fondamentale dell'intera analisi, nel quale vengono compiute scelte strategiche sulla discretizzazione a macroelementi che influenzano in modo determinante l'affidabilità dei risultati e la veridicità dei meccanismi di danno simulati.

La trattazione prende avvio dalla costruzione del modello dell'Unità 1, intesa come singola unità strutturale isolata, attraverso una procedura che trasforma il rilievo geometrico in un telaio equivalente. In questa fase, la sfida risiede nel gestire il passaggio dalla tessitura muraria irregolare all'algoritmo numerico, dove la definizione dei maschi e delle fasce governa la cinematica del dissesto. Verranno quindi dettagliate la caratterizzazione meccanica dei componenti, la modellazione delle membrane ortotrope per il comportamento dei solai e la corretta ripartizione delle masse sismiche, elementi necessari per garantire una risposta dinamica coerente.

Successivamente, l'attenzione si sposta sulla modellazione dell'intero aggregato per investigare l'influenza dell'Unità 2 sulla risposta dell'Unità 1, attraverso il confronto tra tre strategie. Sebbene nella pratica professionale si operi tipicamente per estremi, modellando l'edificio come Isolato (nella maggioranza dei casi per mancanza di dati sul vicinato) o come perfettamente Collegato (assumendo un'improbabile monoliticità), questo studio introduce una terza via: il modello Scollegato. Quest'ultimo approccio, ritenuto il più realistico, consente di valutare fenomeni complessi quali il martellamento e gli spostamenti differenziali derivanti dalla risposta dinamica asincrona delle unità, fornendo i dati necessari per effettuare una valutazione comparativa rigorosa del comportamento strutturale dell'edificio.

8.1. Costruzione del modello dell'unità strutturale in TREMURI

Completata la fase di valutazione iniziale, l'indagine si estende allo studio della risposta sismica globale dell'intera unità strutturale, assumendo inibiti eventuali meccanismi locali mediante opportuni accorgimenti, descritti nel seguito. A tale scopo, l'edificio è stato modellato singolarmente all'interno del software TREMURI, impostando un'analisi volta a investigare lo stato di progetto. In questa fase, il modello recepisce le soluzioni architettoniche e strutturali previste dall'intervento di recupero della Fondazione Canova: sono stati infatti implementati i nuovi solai di piano, definiti secondo le tecniche costruttive del cantiere-scuola, e si è tenuto conto del carico gravitazionale derivante dalla futura copertura in legno.

8.1.1. Definizione degli interventi previsti nello stato di progetto

L'analisi dello stato di fatto ha evidenziato come le principali vulnerabilità dell'Unità 1 risiedano nella carenza di collegamenti tra i paramenti e nell'assenza di diaframmi di piano. Per colmare tali lacune e inibire l'attivazione dei meccanismi locali di ribaltamento, il progetto sviluppato in linea con gli standard conservativi della Fondazione Canova prevede l'inserimento di nuovi orizzontamenti e di un sistema di copertura studiati per migliorarne la monoliticità strutturale senza snaturare l'identità materica del manufatto.

Il nuovo sistema resistente orizzontale è costituito da un solaio in legno di tipo tradizionale, caratterizzato da un'orditura di travi principali con sezione 20x30 cm disposte in direzione Est-Ovest, ovvero lungo la luce minore dei vani, sormontate da un tavolato in legno di larice che assolve alla funzione di ripartizione dei carichi (**Tabella 8.1**). Per quanto riguarda il solaio sottotetto, esso è stato progettato con la medesima orditura primaria e un tavolato strutturale a vista (**Tabella 8.2**).

Infine, per la copertura, la strategia d'intervento prevede l'impiego di capriate in legno che sostengono un pacchetto stratigrafico isolato e rifinito esternamente da un manto in piode di pietra (beole), soluzione necessaria per preservare la coerenza architettonica del complesso (**Tabella 8.3**).

Tabella 8.1 Stratigrafia solaio interpiano

Materiale	h [m]	b [m]	d [m]	γ [kN/m³]	p [kN/m²]
Travi	0,30	0,20	1	6,0	0,19
Tavolato	0,02	1,00	1	6,0	0,12
Pannelli fibra di legno	0,04	1	1	0,6	0,024
Finitura in legno	0,02	1	1	6,0	0,12
TOT.	0,38	1	1	1,19	0,45

Tabella 8.2 Stratigrafia solaio sottotetto

Materiale	h [m]	b [m]	d [m]	γ [kN/m³]	p [kN/m²]
Travi	0,30	0,20	1	6,0	0,19
Tavolato	0,02	1,00	1	6,0	0,12
TOT.	0,32	1	1	0,96	0,31

Tabella 8.3 Stratigrafia solaio di copertura

Materiale	h [m]	b [m]	d [m]	γ [kN/m³]	p [kN/m²]
Travi - capriate	0,30	0,20	1	6,0	0,19
Tavolato	0,02	1	1	6,0	0,12
Barriera al vapore	0,002	1	1	10,5	0,05
Pannelli fibra di legno	0,1	1	1	0,6	0,06
Manto impermeabilizzante	0,005	1	1	12,0	0,06
Listelli in legno	0,04	1	1	6,0	0,24
Piode (beole in pietra)	0,05	1	1	27,0	1,35
TOT.	0,52	1	1	3,98	2,07

8.1.2. Definizione della geometria

La transizione dalla struttura reale alla configurazione di calcolo in ambiente TREMURI ha richiesto la discretizzazione delle pareti in muratura secondo lo schema a telaio equivalente. In questa fase, la geometria di ogni prospetto è stata scomposta in elementi resistenti (maschi murari e fasce di piano) e porzioni indeformabili (nodi rigidi), la cui identificazione è strettamente legata alla posizione delle aperture e alla propagazione dei potenziali quadri fessurativi.

L'efficacia della modellazione a telaio equivalente dipende strettamente dalla corretta determinazione dei componenti strutturali, operazione che risulta immediata in presenza di aperture regolari ma che diviene ambigua in contesti architettonici complessi o irregolari.

La letteratura tecnica e l'osservazione dei quadri fessurativi post-sisma hanno permesso di consolidare criteri convenzionali per l'identificazione di maschi e fasce, basati principalmente sulla geometria delle aperture adiacenti.

Per la definizione della geometria dei maschi e delle fasce, l'elaborato adotta una procedura di idealizzazione strutturata in tre fasi logiche:

1. Identificazione delle fasce: definite in base all'allineamento verticale e alla sovrapposizione delle aperture. La loro geometria è dettata dalla distanza intercorrente tra i vani attigui. Qualora la sovrapposizione sia nulla, la porzione muraria viene trattata come zona rigida seguendo le indicazioni di Lagomarsino et al. (2013) [2], basate sulla sovrapposizione effettiva dei vuoti (**Figura 8.1**).
2. Definizione dei maschi: la cui altezza, nel caso di aperture perfettamente allineate, coincide con quella del vano. Tuttavia, nelle porzioni d'estremità della parete, si ipotizza una propagazione delle fessure a partire dagli angoli delle aperture con un'inclinazione di 45° .
3. Generazione dei nodi rigidi: le porzioni di intersezione rimanenti vengono classificate come nodi indeformabili, deputati alla connessione cinematica tra gli elementi deformabili.

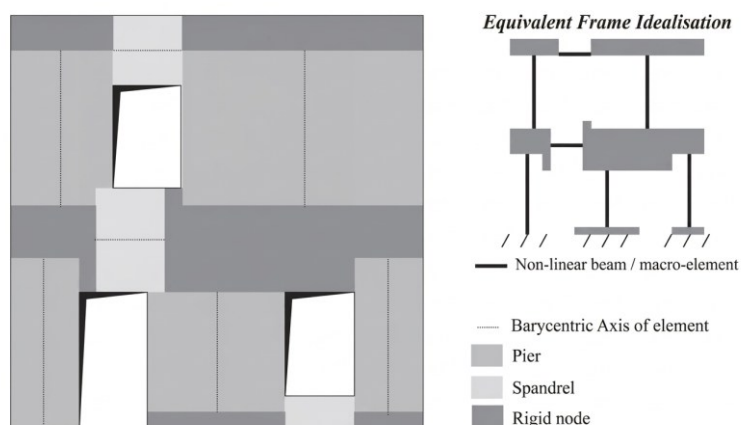


Figura 8.1 Esempio di idealizzazione a telaio equivalente in presenza di aperture distribuite irregolarmente, Lagomarsino et al. (2013) [2]

Nella definizione del modello globale sono emersi due aspetti di particolare rilevanza che hanno richiesto l'adozione di strategie di modellazione specifiche per garantire la congruenza cinematica e la stabilità numerica del sistema.

Il primo riguarda la Parete Est, caratterizzata alla base dalla presenza di un imponente affioramento roccioso ("il sasso"), già descritto all'interno del § 4.2. Per riprodurre fedelmente la ripartizione dei carichi e la rigidità di questo elemento mediante il software TREMURI, la porzione basale è stata schematizzata come una zona rigida continua di area equivalente. Tale scelta permette di simulare correttamente l'imposta della muratura su un piano rigenerato che, pur essendo irregolare nella realtà, funge da vincolo cinematico indeformabile per i maschi sovrastanti.

Il secondo aspetto critico riguarda il fronte meridionale dell'edificio. Fisicamente, l'Unità 1 è confinata a Sud da una parete appartenente all'edificio adiacente (Unità 2); tuttavia, le indagini dirette hanno evidenziato l'assenza di un ammorsamento efficace tra le due strutture, che risultano semplicemente accostate (per ulteriori approfondimenti si rimanda al § 2.2). Per tale ragione, dal punto di vista strutturale, la parete Sud non appartiene all'unità in esame e non può essere conteggiata come elemento resistente nel modello globale.

L'assenza di una parete propria comporta però una criticità numerica in ambiente TREMURI, poiché la corretta definizione della membrana ortotropa, necessaria per simulare i solai, richiede la presenza di nodi 3D ai quattro angoli del vano per garantire la presenza di gradi di libertà traslazionali lungo le due direzioni in pianta. È stato quindi necessario introdurre una parete fittizia sul fronte meridionale. Tale elemento non rappresenta una struttura muraria reale, ma funge da supporto cinematico indispensabile per la chiusura del telaio tridimensionale dell'Unità 1 e per l'alloggiamento dei solai di progetto.

Al fine di garantire l'equilibrio statico della parete fittizia senza introdurre rigidità parassite, sono stati modellati tre montanti elastici verticali. Questi elementi sono stati caratterizzati da una rigidità assiale pressoché nulla e un momento d'inerzia pari a quello dei maschi murari adiacenti rispetto all'asse debole, trascurato nella comune pratica di modellazione a telaio equivalente. Per simulare fedelmente l'interazione con l'edificio adiacente, è stato inoltre introdotto un vincolo a carrello con scorrimento nel piano orizzontale in direzione longitudinale. Tale accorgimento modella l'appoggio dell'architrave presente nella Parete Ovest sull'Unità 2 confinante, permettendo gli spostamenti relativi necessari ma garantendo il sostegno verticale, riflettendo così la reale condizione di vincolo. Inoltre, per assicurare la corretta trasmissione dei carichi dai nuovi solai in legno alla sottostruttura, i montanti verticali della parete fittizia sono stati collegati ai nodi 3D mediante una trave elastica orizzontale. A tale elemento è stata assegnata una sezione rettangolare equivalente a quella del travetto di solaio previsto, secondo quanto indicato in **Tabella 8.1** e **Tabella 8.2**.

Una volta completata la definizione delle pareti e dei telai equivalenti, l'attenzione è stata rivolta alla modellazione degli elementi di collegamento orizzontale. La rigidità nel piano dei solai è stata riprodotta mediante l'inserimento di membrane ortotrope a quattro nodi. Questo approccio modellistico permette di simulare il comportamento reale dei solai in legno previsti dalla Fondazione Canova, i quali presentano una rigidità finita nel proprio piano e una direzione preferenziale di orditura per il trasferimento dei carichi verticali.

Per una chiara identificazione spaziale degli elementi citati, si rimanda alla **Figura 8.2**, che riporta la pianta dell'edificio con la numerazione identificativa di ciascuna parete: Parete Ovest (1), Parete Nord (2), Parete Est (3) e Parete Fittizia (4). Allo stesso modo, **Figura 8.3**, **Figura 8.4**, **Figura 8.5** e **Figura 8.6** illustrano i prospetti delle facciate, dettagliando la numerazione univoca assegnata a nodi, maschi e fasce, necessaria per l'interpretazione dei risultati delle analisi che verranno discusse nei paragrafi successivi.

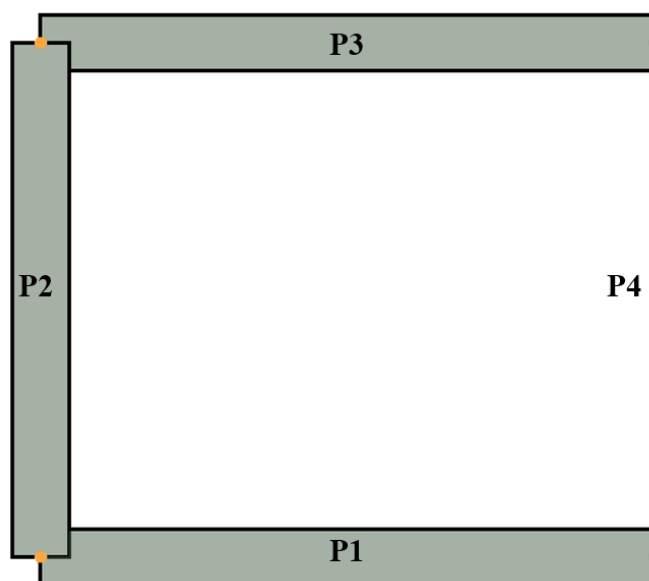


Figura 8.2 Pianta con indicazione delle pareti - Modello Isolato

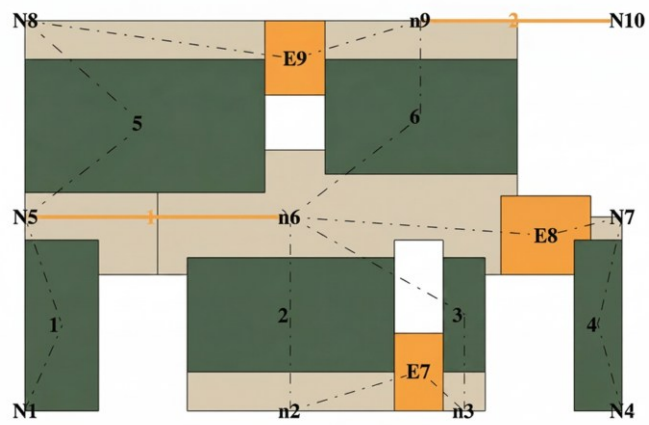


Figura 8.3 Prospetto Parete 1 - Modello Isolato

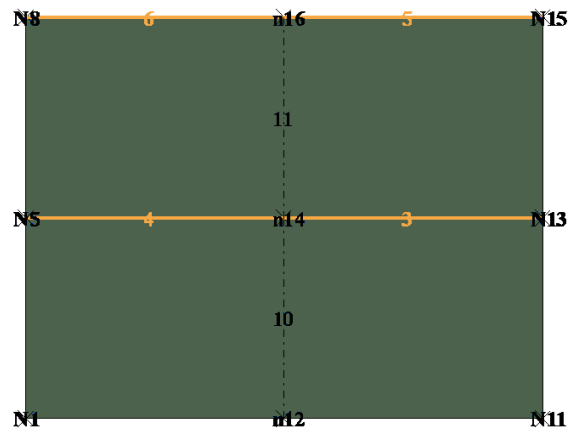


Figura 8.4 Prospetto Parete 2 - Modello Isolato

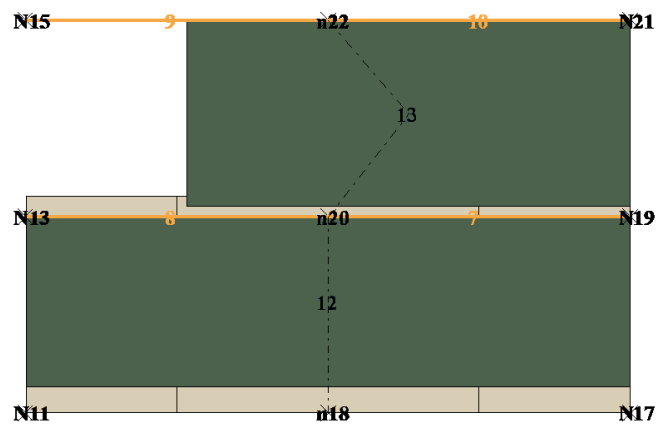


Figura 8.5 Prospetto Parete 3 - Modello Isolato

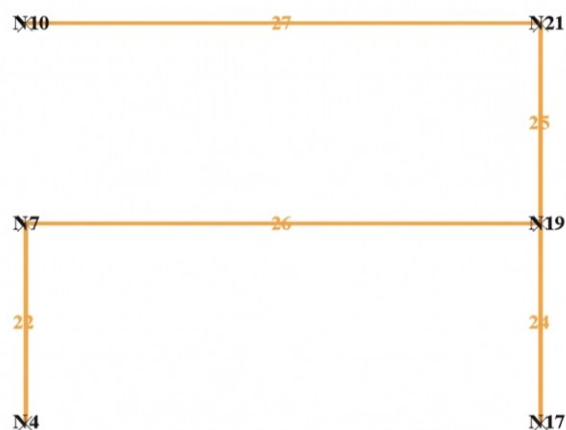


Figura 8.6 Prospetto Parete Fittizia 4 - Modello Isolato

8.1.3. Caratterizzazione meccanica dei componenti: proprietà di maschi e fasce

La definizione dei parametri meccanici del macroelemento rappresenta un passaggio critico per l'attendibilità dei risultati a seguito dell'analisi dinamica globale. La corretta simulazione del comportamento strutturale in ambiente TREMURI richiede la definizione di un set di parametri meccanici. Per ogni macroelemento, è necessario stabilire i valori del modulo di elasticità normale E e tangenziale G , le resistenze a compressione f_m e a trazione equivalente f_{tu} , nonché i parametri governanti la fase non lineare, ovvero la deformabilità a taglio Gc_t e il coefficiente di softening β .

In assenza di prove sperimentali dirette, si è proceduto alla caratterizzazione dei materiali basandosi sulla Tabella C8.5.I della Circolare NTC 2018 [9], selezionando la tipologia muraria che meglio riflette l'analisi visiva della tessitura e della sezione trasversale già discussa nel § 2.

Tuttavia, l'applicazione di tali parametri differisce a seconda dell'elemento strutturale considerato:

- Maschi murari: per questi elementi è stata adottata la formulazione di Bracchi et al. (2021) [25], la quale recepisce direttamente i valori derivanti dalle tabelle della normativa senza necessità di ulteriori correzioni, essendo in grado di riprodurre fedelmente la rigidità e i meccanismi di rottura osservati.

- Fasce murarie: in questo caso si è optato per l'impiego della formulazione di Penna et al. (2014) [24]. Tale scelta è motivata dal fatto che le fasce, essendo tipicamente soggette a livelli di azione assiale ridotti, non permettono al modello calibrato di definire automaticamente il criterio di rottura equivalente con la medesima accuratezza riscontrata nei maschi.

L'adozione del macroelemento Penna et al. (2014) [24] comporta una necessaria revisione dei parametri elastici per allinearli alle reali condizioni di vincolo e rigidità. Nello specifico, il modulo di taglio G deve essere ridotto tramite il fattore di forma χ (assunto pari a 1,2 per le sezioni rettangolari), mentre il modulo di Young E richiede un incremento correttivo per riflettere la rigidità effettiva dell'elemento. La letteratura suggerisce fattori di scala compresi tra 1,5 (condizione di mensola) e 3 (doppio incastro). Per il caso in esame è stato adottato un coefficiente moltiplicativo pari a 2, identificato come il valore mediano più rappresentativo per le condizioni di vincolo riscontrate nell'unità strutturale.

In **Tabella 8.4** si riportano i valori definitivi impiegati nel modello per le diverse categorie di elementi:

Tabella 8.4 Proprietà meccaniche degli elementi costituenti il modello a telaio equivalente

Elemento	E [N/m ²]	G [N/m ²]	ρ [kg/m ³]	f_m [N/m ²]	f_t [N/m ²]	μ	G_{ct}	β
Maschi murari	1,74e9	5,80e8	2141	1,93e6	4,15e4	0,4	2	0,4
Fasce murarie	3,48e9	4,83e8	2141	1,93e6	4,15e4	0,4	2	0,4
Montanti Parete Fittizia	3,48e9	4,83e8	0	-	-	-	-	-
Travi Parete Fittizia	1,3e10	8,10e8	612	-	-	-	-	-

8.1.4. Definizione del comportamento di piano: le membrane ortotrope

I diaframmi di piano sono stati modellati come membrane elastiche ortotrope a quattro nodi, al fine di simulare correttamente la ripartizione delle azioni orizzontali tra le diverse pareti dell'unità strutturale. In conformità con la logica del software TREMURI, la risposta meccanica di questi elementi bidimensionali è governata da quattro parametri fondamentali: i moduli di elasticità longitudinale (E_1) e trasversale (E_2), il modulo di elasticità tangenziale (G_{12}) e il coefficiente di Poisson (ν), quest'ultimo assunto nullo per coerenza con la natura discreta degli elementi lignei.

La scelta dei parametri è stata guidata dall'analisi delle tecniche costruttive tipiche del borgo storico di Ghesc e dalle soluzioni di progetto previste per il recupero dell'edificio.

Come già anticipato, il sistema resistente è costituito da un solaio in legno tradizionale, caratterizzato da travi principali (sezione 20x30 cm), sormontate da un tavolato in legno di larice con spessore di 2 cm.

Al fine di assegnare alla membrana ortotropa una rigidezza assiale equivalente a quella del sistema reale, è stato definito un modulo di Young E_1 omogeneizzato. Tale valore è stato ricavato assumendo convenzionalmente che lo spessore della membrana nel modello sia pari a quello del tavolato ($t_p = 2$ cm), applicando la seguente relazione di equivalenza (8.1):

$$E_1 = \frac{E_w \cdot A_j}{t_p \cdot i_j} + E_w \quad (8.1)$$

Dove:

- E_w rappresenta il valore medio del modulo elastico del legno di larice in direzione longitudinale, assunto pari a 13 GPa;
- A_j ed i_j sono, rispettivamente, l'area della sezione e l'interasse delle travi.

Per quanto riguarda la direzione trasversale, il contributo alla rigidezza è affidato esclusivamente al tavolato ligneo; pertanto, si è assunto un modulo elastico E_2 pari a quello del legno ($E_2 = E_w$). Questa impostazione è stata mantenuta costante sia per il solaio intermedio che per la copertura, data l'omogeneità materica e strutturale prevista per l'intero intervento dello stato di progetto.

Tale modellazione permette di cogliere l'effettivo grado di ripartizione del diaframma, evitando l'ipotesi di piano infinitamente rigido, non rappresentativa dell'edilizia storica in pietra e legno del Borgo.

Per una corretta modellazione del comportamento a diaframma, il modulo di elasticità tangenziale G_{12} della membrana è stato determinato seguendo l'approccio analitico proposto da Brignola et al. (2008) [36].

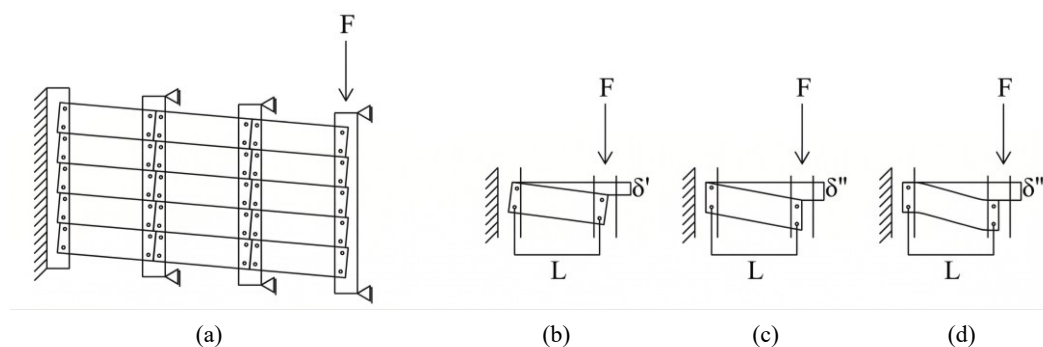


Figura 8.7 a) Deformazione nel piano del solaio in legno b) Rotazione rigida della tavola c) Deformazione a taglio della tavola d) Deformazione flessionale della tavola [36]

Questo metodo consente di valutare la deformabilità complessiva del solaio nel proprio piano (δ) come somma di tre contributi distinti, legati alla cinematica delle tavole di larice e dei relativi collegamenti (**Figura 8.7**):

- Rotazione rigida della tavola (δ'): dovuta allo scorrimento e allo snervamento dei chiodi in corrispondenza dei travetti;
- Deformazione a taglio della tavola (δ''): legata alla distorsione del materiale ligneo;
- Deformazione flessionale della tavola (δ'''): dovuta all'inflessione della singola asse nel piano del solaio.

Assumendo tavole di lunghezza pari all'interasse l tra i travetti, fissate a ogni estremità con una coppia di chiodi, lo spostamento totale della singola tavola sotto un'azione F è espresso dalla relazione (8.2):

$$\delta = \delta' + \delta'' + \delta''' = \left(\frac{F'}{k_{\text{ser}}} \cdot \frac{2}{s_n} + \frac{\chi}{G \cdot A} \cdot F + \frac{l^2}{12 \cdot E \cdot J} \cdot F \right) \cdot l \quad (8.2)$$

All'interno di tale espressione, un ruolo determinante è svolto dalla rigidità dei chiodi (k_{ser}). In accordo con le prescrizioni dell'Eurocodice 5 [37] per unioni legno-legno senza preforatura, tale parametro è stato calcolato in funzione della densità del legno ($\rho_m = 612 \text{ kg/m}^3$) e del diametro del connettore ($d = 3 \text{ mm}$) mediante l'equazione (8.3):

$$k_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} \quad (8.3)$$

I restanti parametri meccanici e geometrici adottati per il calcolo sono riassunti come segue:

- Modulo di Young medio (E): 13 GPa;
- Modulo tangenziale (G): 0,81 GPa;
- Fattore di taglio (χ): 1,2 (sezione rettangolare).

Partendo dalla scomposizione dei contributi di flessibilità precedentemente illustrati, è possibile pervenire alla definizione del modulo di taglio equivalente G_{12} dell'intero diaframma. Tale parametro permette di omogeneizzare il comportamento discontinuo del sistema "travetti-tavolato-chiodi" in una membrana continua integrabile nel software TREMURI.

Considerando lo spostamento trasversale totale Δ di un diaframma di dimensioni L/B (rispettivamente lunghezza e larghezza del solaio), il modulo tangenziale equivalente viene calcolato combinando i tre termini di deformabilità mediante la relazione (8.4):

$$G_{12} = \frac{\chi \cdot F}{B \cdot t} \cdot \frac{L}{\Delta} = \frac{\chi}{A} \cdot \left(\frac{l}{k_{ser} \cdot s_n^2} + \frac{\chi}{G \cdot A} + \frac{l^2}{12 \cdot E \cdot J} \right)^{-1} \quad (8.4)$$

In questa formulazione, lo spessore della membrana viene fatto coincidere con lo spessore reale del tavolato in legno (t_p).

L'approccio adottato permette di superare la semplificazione di "piano rigido", spesso inadeguata per gli edifici del borgo di Ghesc, dove la deformabilità dei solai lignei gioca un ruolo cruciale nella risposta dinamica globale e nell'attivazione dei meccanismi locali di fuori piano. La determinazione di un valore di G_{12} analiticamente fondato assicura che il modello TREMURI colga correttamente l'interazione tra i macroelementi murari, fornendo risultati più aderenti alla realtà fisica dello stato di progetto.

Anche la copertura dell'edificio è progettata seguendo la tipologia costruttiva tradizionale del borgo, caratterizzata dall'impiego di capriate semplici in legno. Al di sopra della struttura principale è previsto un tavolato in legno di larice (spessore 2 cm) che ricalca, in termini di stratigrafia e materiali, la configurazione dei solai interpiano, pur differenziandosi per la giacitura inclinata delle falde.

Dal punto di vista della modellazione numerica, l'inclinazione della copertura influisce direttamente sulla rigidità che il diaframma è in grado di offrire nel piano orizzontale. Per trasportare le proprietà meccaniche calcolate per il tavolato inclinato (E_1 , E_2 , G_{12}) sulla proiezione orizzontale della falda, è stata applicata una correzione geometrica basata sull'angolo di pendenza α .

Nello specifico, le rigidità sono state scalate moltiplicandole per il fattore $\cos^2(\alpha)$, garantendo così che il contributo del diaframma alla ripartizione delle forze sismiche orizzontali sia coerente con l'effettiva inclinazione della falda. Data la compresenza del solaio orizzontale di sottotetto e della copertura inclinata soprastante, la rigidità di piano complessiva è stata assunta come somma algebrica delle due rigidità: quella del solaio piano e quella della copertura proiettata sull'orizzontale, trattandosi di elementi in parallelo.

I valori così determinati permettono di caratterizzare il comportamento bidimensionale degli impalcati nel modello TREMURI. In **Tabella 8.5** si riportano i parametri meccanici adottati per le membrane ortotrope, distinguendo tra il solaio interpiano e la copertura. Si noti che, pur mantenendo la medesima logica costruttiva in legno di larice, le rigidità riflettono le diverse geometrie e interassi degli elementi portanti.

Tabella 8.5 Proprietà meccaniche dei solai di progetto importati in TREMURI

Elemento	Spessore [mm]	E_1 [N/m ²]	E_2 [N/m ²]	ν	G_{12} [N/m ²]
Solaio Interpiano	20	3,32e10	1,3e10	0	9,70e6
Solaio Sottotetto	20	5,28e10	2,06e10	0	1,54e7

8.1.5. Analisi dei carichi e modellazione delle masse

Mentre il software TREMURI è in grado di ripartire automaticamente sui nodi di competenza le masse delle porzioni modellate esplicitamente (quali maschi, fasce murarie e nodi rigidi), gli elementi orizzontali come i solai di piano, le capriate di copertura e i carichi accidentali devono essere inseriti manualmente. Tale operazione consiste nell'individuazione di masse concentrate da applicare ai nodi 3D della struttura, rappresentative dell'inerzia sismica degli impalcati. La corretta distribuzione delle masse sismiche e dei carichi verticali all'interno del modello è stata strettamente condizionata dalla natura dei solai allo stato di progetto, caratterizzati da una spiccata flessibilità dovuta alla struttura in legno. Per questa ragione, l'attribuzione dei carichi ai singoli nodi 3D è stata definita applicando puntualmente il principio delle aree di influenza, garantendo che ogni parete ricevesse la quota parte di massa coerente con la propria posizione geometrica rispetto al solaio.

Nello specifico, mentre le pareti portanti longitudinali ricevono il carico diretto dalle travi secondo le porzioni di loro competenza, è stato necessario adottare un accorgimento geometrico per i setti trasversali che corrono parallelamente all'orditura. Sebbene queste pareti non sostengano direttamente l'impalcato, esse partecipano comunque alla risposta globale e beneficiano di una certa quota di carico stabilizzante dovuta all'ingranamento della muratura e alla presenza di travi di bordo. Tale contributo è stato modellato tracciando una linea di ripartizione inclinata di 30 gradi rispetto alla direzione dei travetti a partire dagli angoli del vano. Questa procedura permette di assegnare una porzione triangolare di carico anche alle pareti parallele all'orditura, assicurando che nel software TREMURI questi elementi non risultino privi di compressione verticale (**Figura 8.8**).

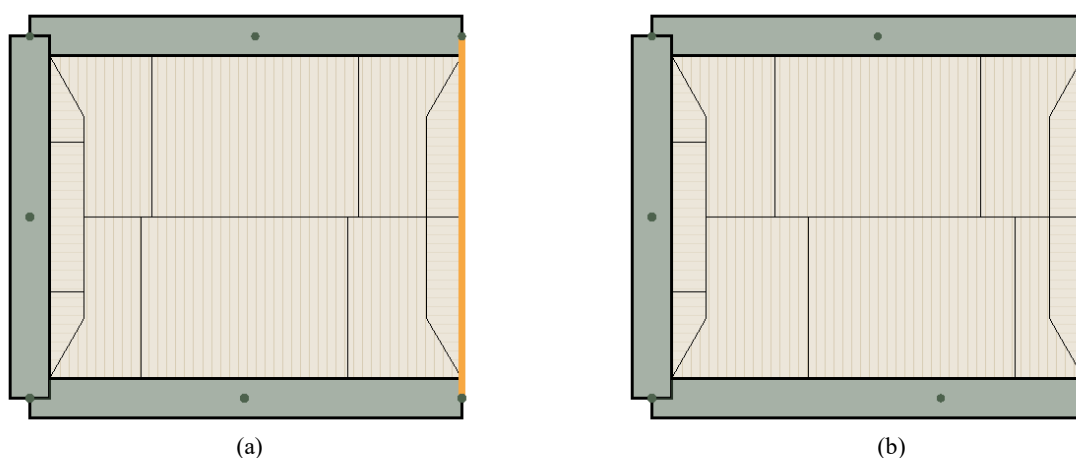


Figura 8.8 Pianta con indicazione aree di influenza (a) Piano Terra (b) Piano Primo

La struttura è soggetta, oltre ai pesi propri, ai carichi permanenti non strutturali e ai sovraccarichi variabili definiti in base alla destinazione d'uso. I carichi non strutturali permanenti comprendono tutti i carichi derivanti dagli elementi non strutturali che fanno parte dell'edificio e che, seppur non contribuiscono direttamente alla resistenza della struttura, influenzano la massa sismica. I valori assunti per il calcolo di tali carichi sono riportati in **Tabella 8.1**, **Tabella 8.2** e **Tabella 8.3**.

Per la definizione dei sovraccarichi di esercizio del solaio si è fatto riferimento alla Tabella 3.1.II delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 (NTC18) [10]. Per gli ambienti ad uso residenziale (Categoria A), è stato assunto un carico variabile q_k pari a 2,00 kN/m², mentre per le coperture accessibili per sola manutenzione (Categoria H) il valore adottato è di 0,50 kN/m².

Ai fini dell'analisi dinamica, i carichi sono stati combinati secondo quanto stabilito dalle normative vigenti, in particolare dal § 2.5.3 delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018, attraverso la combinazione sismica identificata mediante la (8.5):

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} \quad (8.5)$$

Per il caso studio in esame, i coefficienti di combinazione ψ_{2i} assunti (Tabella 2.5.I delle NTC 2018) risultano pari a 0,3 per gli ambienti residenziali e 0,0 per la neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.). Come si evince dalla formulazione normativa sopra riportata, quest'ultimo contributo decade completamente nella sommatoria dei carichi orizzontali, non partecipando alla formazione delle masse inerziali.

A integrazione della metodologia descritta, in **Figura 8.9** e **Figura 8.10** viene illustrata la pianta con l'indicazione puntuale delle masse aggiunte a ciascun nodo 3D; questo secondo elaborato fornisce il dettaglio dei valori di carico effettivamente implementati nel software TREMURI.

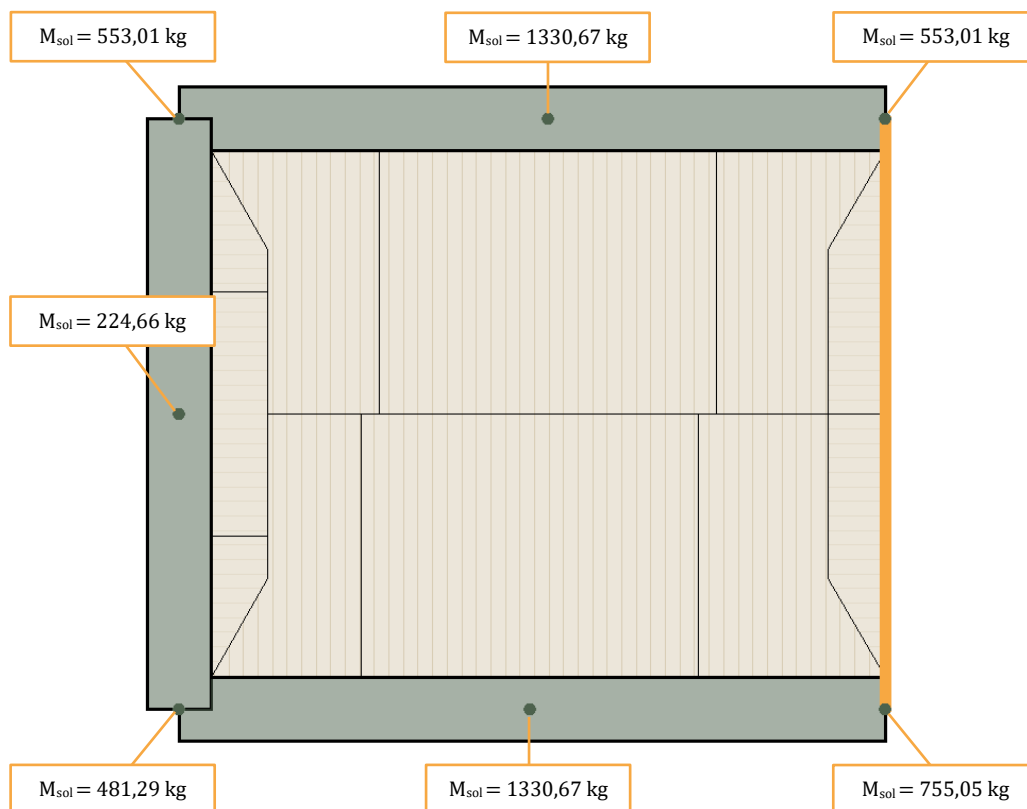


Figura 8.9 Pianta con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Terra

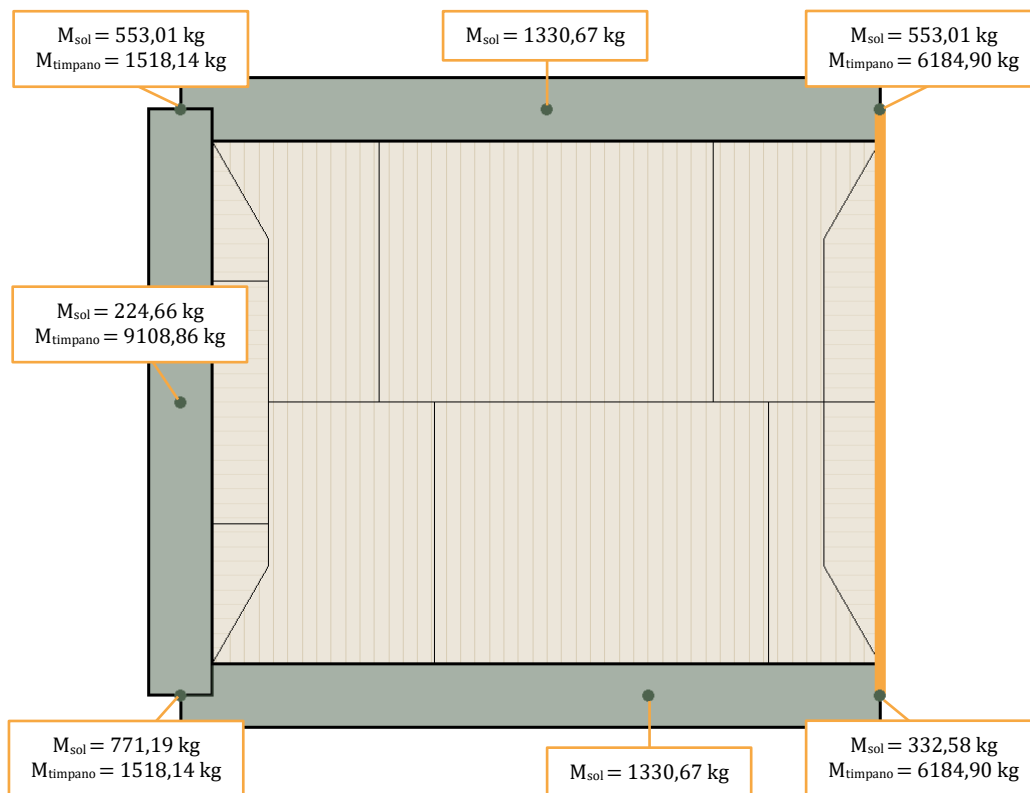


Figura 8.10 Pianta con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Primo

8.2. Modellazione dell'aggregato strutturale

Dopo aver rappresentato la singola Unità 1, lo studio viene esteso alla modellazione dell'intero aggregato strutturale per valutare l'influenza dell'edificio adiacente sulla risposta sismica complessiva. Come già anticipato all'inizio di questo capitolo, per effettuare il confronto sistematico tra le diverse ipotesi di vincolo, la modellazione è stata declinata secondo i tre approcci metodologici:

- Configurazione Isolata (I): rappresenta il primo estremo della prassi professionale, in cui l'interazione con l'Unità 2 viene assunta nulla;
- Configurazione Collegata (FC): costituisce l'estremo opposto, ipotizzando un perfetto ammorsamento murario volto a valutare la rigidità massima del sistema monolitico;
- Configurazione Scollegata (WC): rappresenta la strategia più realistica per lo studio dell'interfaccia di discontinuità. Tale approccio è finalizzato ad analizzare la possibile risposta dinamica asincrona e il conseguente rischio di martellamento o separazione tra le unità.

Il confronto tra queste configurazioni risulta essenziale per definire con rigore il comportamento dell'Unità 1 all'interno del contesto di aggregato, così come per validare eventuali ipotesi semplificative.

8.2.1. Definizione del modello nella configurazione collegata (FC)

In questa fase, l'Unità 1 e l'Unità 2 sono state simulate come un unico organismo costruttivo, ipotizzando una perfetta continuità muraria e un ammorsamento efficace tra i setti ortogonali nel punto di contatto. Tale scelta di modellazione, seppur semplificativa rispetto alla reale e complessa geometria dell'aggregato, ha permesso di perseguire l'obiettivo di confrontare la risposta dinamica globale e analizzare come la presenza della massa e della rigidità dell'Unità 2 modifichi la risposta dell'edificio modellato nel suo complesso rispetto al modello isolato. Per quanto concerne la definizione geometrica dell'Unità 2, si è proceduto adottando i medesimi criteri di discretizzazione esposti nella sezione precedente per l'Unità 1.

La struttura è stata quindi analizzata attraverso il rilievo materico e geometrico, identificando la corretta gerarchia tra elementi resistenti e aperture per la costruzione del telaio equivalente in ambiente TREMURI. Tale approccio ha permesso di mantenere un livello di dettaglio omogeneo per l'intero aggregato, garantendo una rappresentazione coerente delle rigidezze e delle masse in gioco.

Al fine di illustrare compiutamente la complessità dell'organismo edilizio così ricreato, si riportano di seguito la pianta d'insieme (**Figura 8.11**) e i prospetti relativi alla nuova configurazione globale (**Figura 8.12**, **Figura 8.13**, **Figura 8.14**, **Figura 8.15** e **Figura 8.16**).

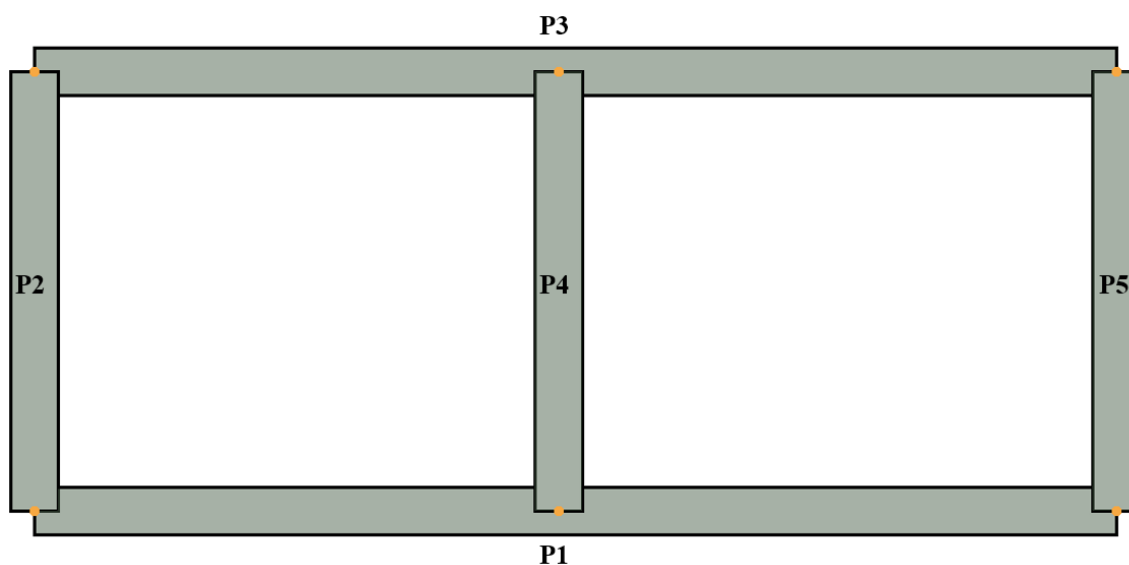


Figura 8.11 Pianta con indicazione delle pareti - Modello Collegato

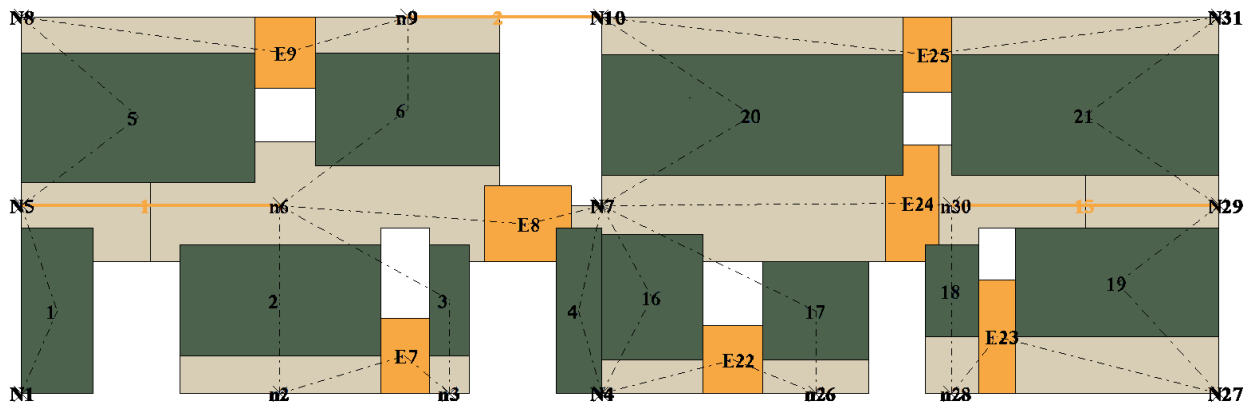


Figura 8.12 Prospetto Parete 1 - Modello Collegato

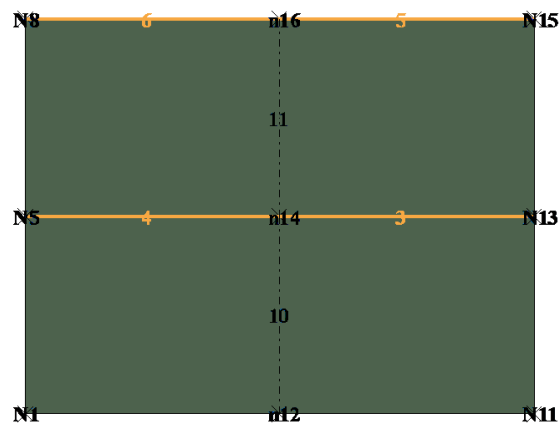


Figura 8.13 Prospetto Parete 2 - Modello Collegato

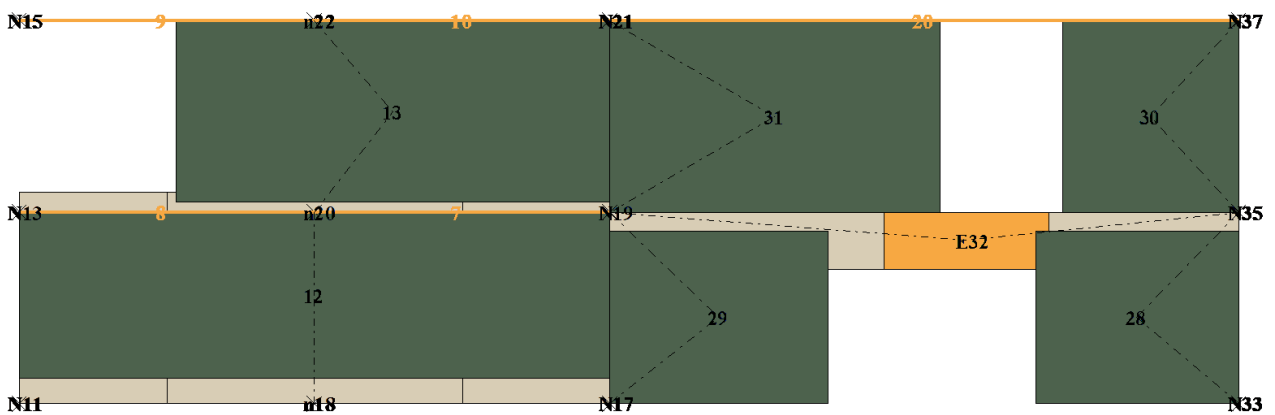


Figura 8.14 Prospetto Parete 3 - Modello Collegato

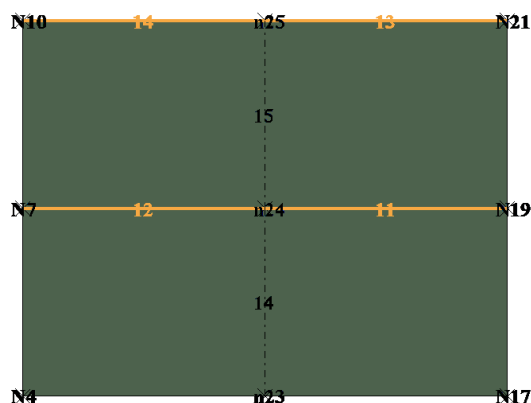


Figura 8.15 Prospetto Parete 4 - Modello Collegato

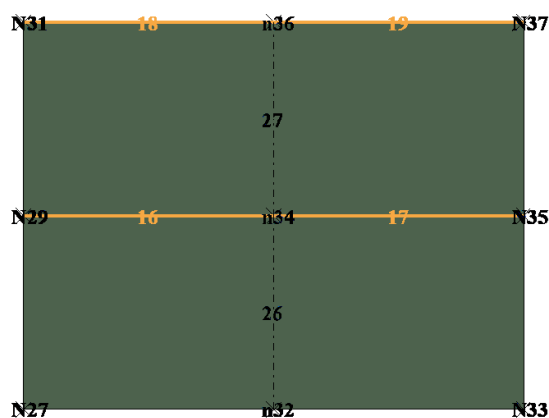


Figura 8.16 Prospetto Parete 5 - Modello Collegato

Nella nuova configurazione globale sono state individuate complessivamente cinque pareti principali. È opportuno sottolineare che, in questo modello, la Parete 4 non è più rappresentata dal telaio fittizio precedentemente descritto, ma coincide con l'effettiva parete dell'Unità 2. Per la modellazione dei nuovi macroelementi sono stati mantenuti i medesimi parametri meccanici e le stesse proprietà materiche definiti per l'Unità 1, garantendo un'assoluta coerenza del modello.

Per quanto riguarda la distribuzione dei carichi e delle masse, l'impostazione generale è rimasta invariata, con la sola differenza che le masse sismiche precedentemente applicate alla "vecchia" Parete 4 fittizia sono state ora assegnate ai nodi della "nuova" Parete 4 reale.

Un aspetto fondamentale di questa analisi riguarda poi lo stato di conservazione dell'Unità 2. Nella definizione del modello globale, si è scelto di aderire rigorosamente alla realtà operativa prevista per il recupero del borgo. Poiché l'intervento di ristrutturazione e consolidamento curato dalla Fondazione Canova interesserà in una prima fase esclusivamente l'Unità 1, rimandando il recupero dell'Unità 2 a un momento successivo, il modello numerico è stato configurato per simulare esattamente questa asimmetria strutturale. Dunque, in questa configurazione, l'Unità 1 viene modellata nello stato di progetto, completa di tutti i nuovi orizzontamenti e della copertura precedentemente descritti. Al contrario, l'Unità 2 viene rappresentata nel suo stato attuale di rudere, essa contribuisce all'analisi globale esclusivamente attraverso le proprie pareti perimetrali, prive di solai, tetto o qualsivoglia massa aggiuntiva non strutturale.

Tale modellazione permette di studiare con precisione come l'Unità 1 interagisca con un volume adiacente degradato e privo di collegamenti d'impalcato, rendendo l'indagine sul martellamento e sulla stabilità globale estremamente significativa e aderente alla futura realtà di cantiere.

8.2.2. Definizione del modello nella configurazione scollegata (WC)

In questa seconda fase, la simulazione numerica è stata affinata adottando una configurazione caratterizzata da collegamenti volutamente scadenti, finalizzata a una valutazione più precisa e realistica dell'interazione dinamica tra le unità strutturali. A differenza del modello monolitico precedentemente descritto, questo approccio permette di osservare spostamenti differenziali tra l'Unità 1 e l'Unità 2 grazie all'introduzione di elementi di accoppiamento, i quali hanno il compito di svincolare parzialmente la risposta di un edificio da quella degli organismi adiacenti. È opportuno sottolineare che tale sconessione è stata localizzata solamente lungo le pareti longitudinali e che, durante questa fase, non sono state previste strategie di rinforzo per migliorare la risposta sismica di tali giunzioni, mantenendo il modello aderente alla vulnerabilità intrinseca del costruito storico. L'obiettivo di questa modellazione di dettaglio è quello di analizzare l'aggregato in modo più rigoroso, confrontando i risultati ottenuti sia con il modello isolato (I) tipico della pratica comune, sia con il modello collegato (FC). Tale confronto permette di quantificare quanto la risposta sismica si discosti dalle semplificazioni standard.

In questo studio, si assume che la configurazione scollegata sia la più prossima alla risposta reale del manufatto; sebbene non esistano certezze assolute sul reale comportamento della costruzione, tale assunzione è supportata dalla letteratura tecnica per aggregati storici con connessioni parziali. La modellazione esplicita dell'interfaccia viene quindi considerata l'approccio più rigoroso per approssimare la realtà fisica, superando le incertezze proprie di ipotesi eccessivamente semplificative. Poiché l'Unità 2 si trova in stato di rudere e priva di orizzontamenti, la sua risposta dinamica potrebbe risultare sensibilmente più flessibile e asincrona rispetto all'Unità 1 recuperata; questa possibile discrepanza nelle fasi di oscillazione rende il modello di dettaglio uno strumento indispensabile per intercettare possibili criticità locali e urti reciproci che una modellazione globale semplificata non sarebbe in grado di evidenziare.

Per quanto riguarda la definizione geometrica dell'aggregato, si è proceduto seguendo i criteri metodologici già adottati nella sezione precedente, introducendo tuttavia degli elementi a fascia fittizi specificamente definiti per simulare la discontinuità strutturale. Dal punto di vista geometrico, questi elementi presentano una sezione trasversale con altezza pari alla somma delle metà degli interpiani superiore e inferiore, mentre lo spessore è stato assunto pari a 30 cm, compatibilmente con la distanza tra i fili medi delle pareti modellate. Nella realtà costruttiva del borgo l'ampiezza del giunto di separazione tra le murature stratificate oscilla mediamente tra 1 e 4 cm (**Figura 8.17**), una dimensione che nel modello viene sintetizzata attraverso questi macroelementi di interfaccia.



Figura 8.17 Particolare dello spessore del giunto

È opportuno evidenziare come tale accorgimento sia stato esteso anche alla sommità della Parete 1. Nonostante l'assenza di un giunto fisico continuo in quel punto, dovuta alla presenza di un'apertura, si è proceduto all'inserimento di un'interfaccia fittizia finalizzata all'analisi puntuale del fenomeno del martellamento in quota. Per garantire la congruenza cinematica di tale configurazione, la modellazione include un elemento verticale elastico (pilastro) integrato nella Parete 4, con la funzione di sostenere la fascia fittizia e permettere lo scambio di forze tra le due unità.

Al fine di illustrare la configurazione spaziale adottata per lo studio del martellamento, vengono riportati di seguito la pianta (Figura 8.18) e i prospetti del modello globale con giunti di sconnessione (Figura 8.19, Figura 8.20, Figura 8.21, Figura 8.22, Figura 8.23 e Figura 8.24).

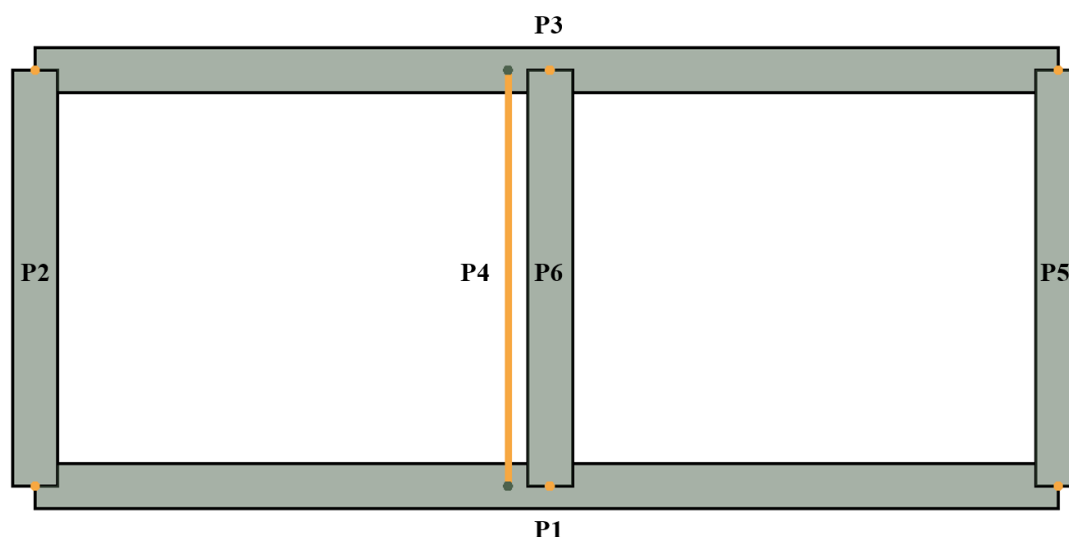


Figura 8.18 Pianta con indicazione delle pareti - Modello Scollegato

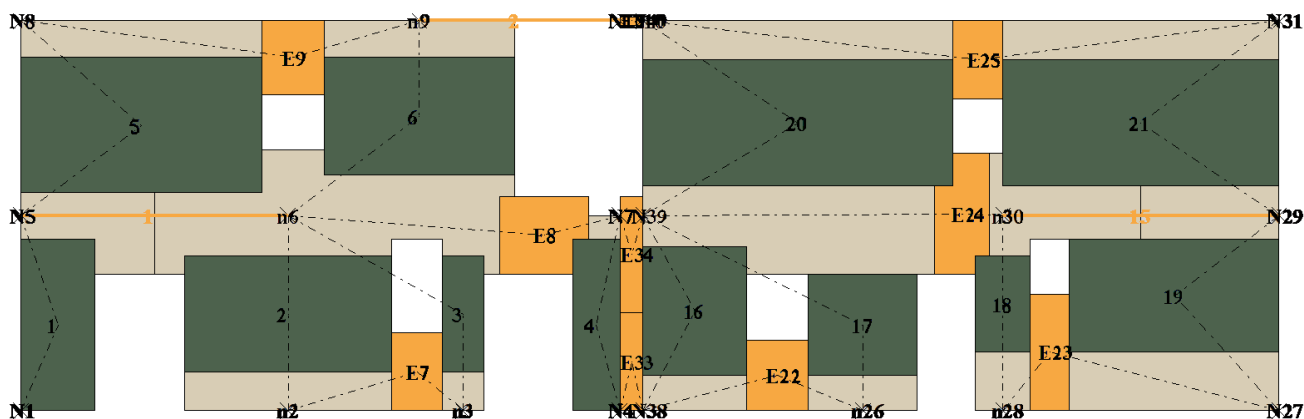


Figura 8.19 Prospetto Parete 1 - Modello Scollegato

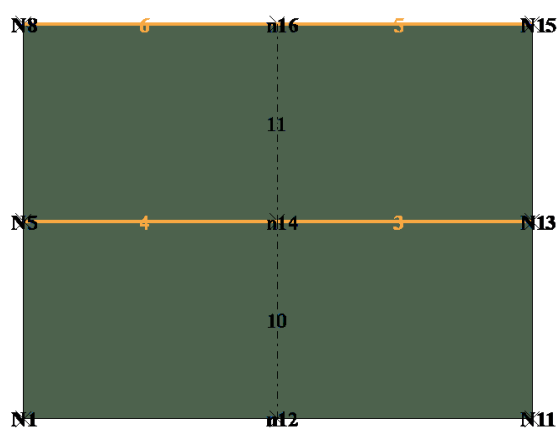


Figura 8.20 Prospetto Parete 2 - Modello Scollegato

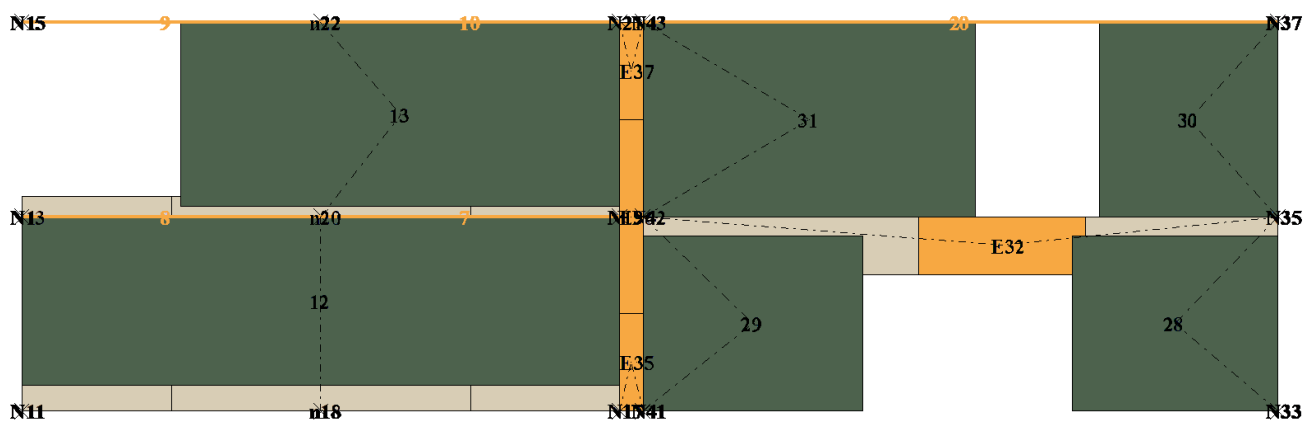


Figura 8.21 Prospetto Parete 3 - Modello Scollegato

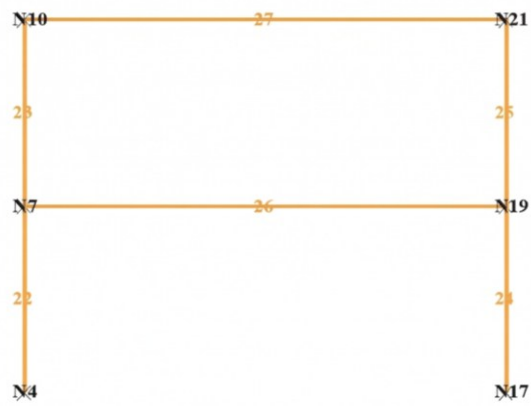


Figura 8.22 Prospetto Parete Fittizia 4 - Modello Scollegato

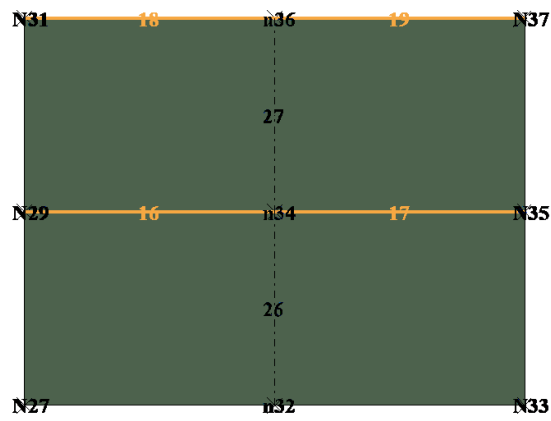


Figura 8.23 Prospetto Parete 5 - Modello Scollegato

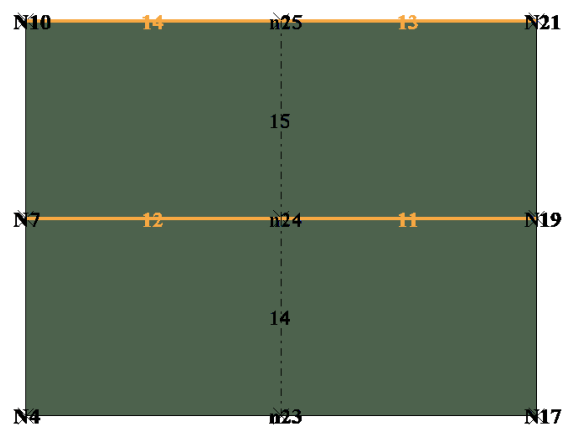


Figura 8.24 Prospetto Parete 6 - Modello Scollegato

Nella configurazione di dettaglio dell'aggregato, il modello è arrivato a comprendere complessivamente 6 pareti. Tale schema ricalca le pareti originarie dell'Unità 1, a cui si aggiunge la Parete fittizia ora denominata Parete 4 con la funzione specifica di supporto per le membrane e la corretta ripartizione dei carichi di piano. Le restanti pareti appartengono invece all'Unità 2, modellata come corpo adiacente per testare l'interazione dinamica.

Per la simulazione della scarsa connessione tra le diverse unità strutturali, è stato introdotto nel database dei materiali un elemento specifico dedicato alle fasce fittizie di accoppiamento. Tale materiale è stato configurato per simulare un comportamento unilatero, essendo privo di resistenza a trazione, esso permette l'allontanamento relativo tra l'Unità 1 e l'Unità 2 senza generare vincoli parassiti. Al contrario, la presenza di una resistenza a compressione e di una rigidezza assiale coerente con quella delle murature adiacenti garantisce la modellazione dell'urto, impedendo la penetrazione dei macroelementi in fase di martellamento.

Per rendere il comportamento di taglio trascurabile e non influenzare la rigidezza globale, il modulo di elasticità tangenziale G è stato impostato a un valore unitario. Le proprietà meccaniche adottate per queste fasce sono riassunte nella **Tabella 8.6**:

Tabella 8.6 Proprietà meccaniche delle fasce adottate per rappresentare il giunto tra le due Unità

E [N/m ²]	G [N/m ²]	ρ [kg/m ³]	f_m [N/m ²]	f_t [N/m ²]	μ	G_c	β
3,48e9	1	0	1,93e6	4,15e4	0.4	2	0.4

Per quanto riguarda la gestione dei solai e delle masse sismiche, è stato adottato il medesimo approccio descritto per il modello dell'unità singola. In questa specifica configurazione di dettaglio, la Parete 4 è tornata a essere considerata come un elemento fittizio dal punto di vista del caricamento: ciò significa che la distribuzione delle aree di influenza e il calcolo dei pesi propri seguono fedelmente lo schema del caso isolato.

9 ANALISI DINAMICA NON LINEARE (STATO DI PROGETTO)

Nel presente capitolo l'attenzione si sposta dalla configurazione geometrica dei differenti modelli alla risposta dinamica del sistema, investigando come l'astrazione computazionale operata in ambiente TREMURI reagisca sotto l'azione dei segnali accelerometrici selezionati.

La trattazione prende avvio dall'analisi dei criteri di calcolo, approfondendo l'algoritmo di integrazione necessario per garantire la stabilità numerica del solutore a fronte delle non linearità del materiale murario. Verrà inoltre esaminata la calibrazione del modello di smorzamento viscoso, fondamentale per simulare correttamente il comportamento sismico dell'edificio.

Il nucleo centrale del capitolo riguarda l'interpretazione dei risultati ottenuti, condotta secondo una doppia ottica: l'analisi dei cicli di isteresi, che descrivono il legame tra forze e spostamenti, e lo studio dei quadri di danno ottenuti al termine di ciascuna analisi. Particolare rilievo viene dato alla risposta longitudinale e trasversale dei setti, volta a individuare la suscettibilità all'attivazione di cinematismi fuori piano, e ai fenomeni di interazione tra i corpi di fabbrica.

Infine, il capitolo approda a una fase di transizione al modello di singola parete. In questa sezione viene descritta la procedura per l'isolamento numerico della parete ritenuta più significativa e la discussione dei relativi risultati. Questo passaggio permette di validare l'ipotesi secondo la quale, nel caso di diaframmi flessibili, l'analisi di singola parete su un modello bidimensionale rispecchierebbe il comportamento della stessa parete estratta da un modello tridimensionale.

9.1. Impostazione dell'analisi dinamica in TREMURI

Completata la fase di modellazione geometrica e meccanica, si procede alla valutazione della risposta sismica dello stato di progetto attraverso l'impiego di analisi dinamiche non lineari. Per la definizione dell'azione sismica, la scelta del sito e la caratterizzazione dei tre periodi di ritorno considerati, si rimanda interamente a quanto già esposto nel § 6, le cui assunzioni rimangono il riferimento invariato anche per questa fase di calcolo globale.

In questo contesto, risulta di fondamentale importanza indagare la risposta dell'edificio tenendo conto della reale influenza esercitata dalle masse dei nuovi solai e della copertura. L'impiego di queste analisi in ambiente TREMURI permette di monitorare l'evoluzione del quadro deformativo e degli spostamenti nel dominio del tempo, definendo compiutamente il comportamento dinamico dello stato di progetto per le tre configurazioni analizzate.

9.1.1. Modellazione della dissipazione energetica e smorzamento

Nella simulazione della risposta sismica globale, il software TREMURI gestisce intrinsecamente lo smorzamento isteretico attraverso i legami costitutivi non lineari dei macroelementi in cui l'energia viene dissipata man mano che la muratura subisce danneggiamenti, fessurazioni o schiacciamenti, rappresentati graficamente dall'area dei cicli.

Tuttavia, questo contributo non è esaustivo. Nelle fasi iniziali del sisma, o in generale quando la struttura lavora ancora in regime elastico, il modello numerico non registrerebbe alcuna dissipazione, diversamente da quanto accade nel costruito dove micro-fessurazioni e attriti interni dissipano energia anche a bassi livelli di deformazione. Per colmare questo divario e per stabilizzare algoritmicamente il solutore sventando oscillazioni numeriche parassite, si è reso necessario l'inserimento di uno smorzamento viscoso di Rayleigh.

In questo modello, la matrice di smorzamento C viene costruita come combinazione lineare delle matrici di massa M e rigidità iniziale K del sistema secondo la relazione (9.1):

$$C = \alpha M + \beta K \quad (9.1)$$

La taratura dei parametri α e β è stata eseguita imponendo uno smorzamento critico ζ pari al 3% (valore di riferimento per murature storiche esistenti) in corrispondenza di due frequenze di controllo, identificate analizzando la risposta dinamica dell'edificio attraverso i dati estratti dalle simulazioni:

- Frequenza ω_1 : calibrata sul periodo ottenuto dall'analisi modale ($T_1 = 0,0611$ s), che garantisce il raggiungimento del 85% della massa partecipante;
- Frequenza ω_2 : calibrata sul periodo secante al raggiungimento di un decadimento dell'80% sulla curva di capacità ottenuta eseguendo un'analisi statica non lineare ($T_2 = 0,1798$ s).

Dalla risoluzione del sistema di equazioni basato su questi due punti di controllo, sono stati ricavati i coefficienti operativi tramite le relazioni (9.2) e (9.3):

$$\alpha = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} = 1,56477 \quad (9.2)$$

termine proporzionale alla massa, che agisce prevalentemente sulle basse frequenze.

$$\beta = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} = 0,000436 \quad (9.3)$$

termine proporzionale alla rigidità, che incrementa la dissipazione alle alte frequenze.

L'applicazione dei coefficienti α e β così determinati permette di ottenere un profilo di smorzamento che, pur variando analiticamente con la frequenza, garantisce una dissipazione energetica controllata e sostanzialmente coerente con il target del 3% nello spettro di periodi ritenuti significativi.

Dal punto di vista tecnico, l'adozione di questo modello assicura che lo smorzamento viscoso non decada eccessivamente né cresca in modo incontrollato all'interno del range di frequenze ritenute significative, stabilizzando la risposta dinamica dell'aggregato durante tutta la durata della *time-history*.

A conferma della validità dei parametri impostati, in **Figura 9.1** è riportato il grafico della curva di Rayleigh ottenuto dai calcoli di calibrazione. Come si può osservare, la curva interseca il valore di smorzamento critico $\xi = 0,03$ esattamente in corrispondenza dei due periodi di controllo scelti (T_1 e T_2), mantenendo un andamento quasi costante nell'intervallo compreso tra di essi, ovvero nella zona di massimo interesse per la dinamica del complesso di Ghesc.

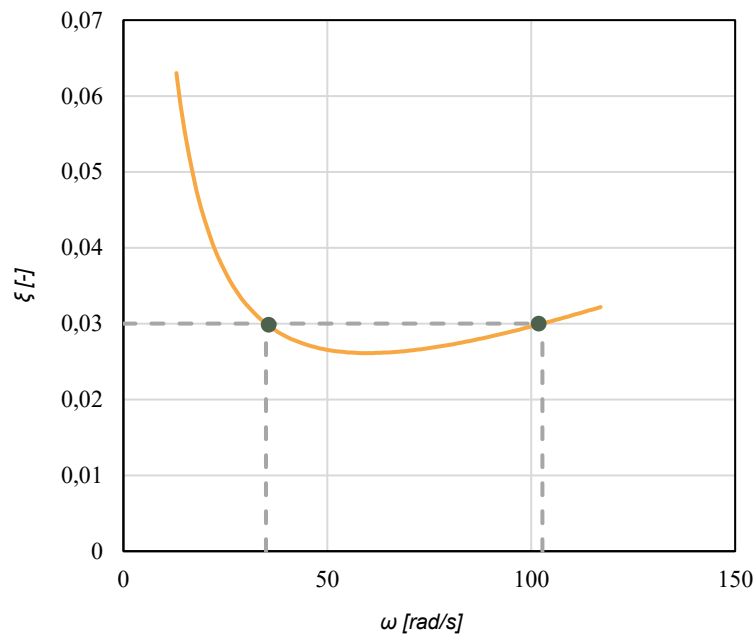


Figura 9.1 Modello di smorzamento viscoso alla Rayleigh

9.2. Risultati della risposta sismica

In questa sezione vengono analizzati i risultati delle simulazioni dinamiche non lineari eseguite in ambiente TREMURI. Come già anticipato in apertura di capitolo, l'obiettivo è valutare la risposta globale del sistema e l'influenza dell'Unità 2 adiacente mediante una comparazione sistematica tra tre diversi scenari di modellazione: Isolato (I), Collegato (FC) e Scollegato (WC). L'analisi si focalizza su quattro indicatori chiave: la risposta in termini di spostamenti e cicli di isteresi; l'evoluzione del quadro di danno; il martellamento/separazione, per quantificare gli urti in corrispondenza dei giunti sommitali; e la risposta fuori piano, per monitorare la suscettibilità ai cinematismi trasversali locali.

9.2.1. Valutazione dei cicli di isteresi

In questa prima fase, la valutazione della capacità dissipativa e della rigidità post-fessurativa è stata condotta attraverso lo studio dei cicli di isteresi, estraendo per ogni istante temporale la correlazione tra lo spostamento del punto di controllo e il taglio alla base. Al fine di ottenere un confronto coerente tra le tre configurazioni, sono stati definiti tre diversi livelli di indagine.

In un primo confronto (Global responses), lo spostamento è stato monitorato assumendo come riferimento la media dei quattro nodi d'angolo in sommità del modello 3D dell'Unità 1. Il taglio alla base considerato è quello totale relativo all'intera impronta a terra dell'Unità stessa. In parallelo, per approfondire la risposta strutturale degli elementi più sollecitati, sono stati generati i cicli di isteresi specifici per le pareti Ovest (Wall 1 responses) ed Est (Wall 3 responses). Per ciascuna parete, il punto di controllo è stato individuato calcolando la media degli spostamenti dei nodi sommitali 3D appartenenti al paramento stesso, mentre il taglio di riferimento è stato ricavato come somma delle reazioni alla base dei soli macro-elementi costituenti la specifica parete. Una particolare attenzione è stata posta alla definizione del taglio nel modello con connessione rigida (aggregato collegato). In questa configurazione, l'Unità 1 e l'Unità 2 condividono una parete comune; pertanto, per rendere il confronto omogeneo con i modelli dell'edificio isolato e scollegato, è stato necessario incorporare la quota parte di taglio di competenza della sola Unità 1. Di conseguenza, sulla base di un'analisi preventiva delle rigidità relative, è stata applicata una ripartizione del taglio in corrispondenza del giunto comune in modo inversamente proporzionale alle lunghezze di competenza a ciascuna unità.

Analizzando le risposte ottenute, un dato di particolare rilievo emerso dalle simulazioni riguarda la marcata asimmetria di risposta tra la Parete 1 e la Parete 3, nonostante la loro disposizione parallela. Mentre la Parete 3 mantiene un comportamento prevalentemente elastico, con cicli di isteresi stretti e un danneggiamento limitato, la Parete 1 concentra su di sé la quasi totalità delle deformazioni anelastiche e della dissipazione energetica. Un fattore determinante nell'accentuare la divergenza di risposta tra i vari setti murari è la natura dei solai. Nel modello dello stato di progetto, la scelta di mantenere solai in legno comporta l'assenza di un diaframma rigido di piano. A differenza di un impalcato in latero-cemento o con soletta collaborante, che obbligherebbe i nodi sommitali a spostamenti identici in assenza di torsione, il solaio in legno è modellato come una membrana deformabile.

Questa flessibilità impedisce una ripartizione delle azioni sismiche proporzionale alla rigidità dei singoli maschi, lasciando che ogni parete risponda quasi indipendentemente in base alla propria area di influenza. Il risultato è una risposta strutturale slegata, dove la Parete 3 riesce a rimanere in un campo di danneggiamento limitato proprio perché il solaio non è sufficientemente rigido da trasmetterle le deformazioni imposte dal danneggiamento della Parete 1. Questa analisi conferma che, per l'aggregato di Ghesc, il comportamento "a scatola" è fortemente limitato dalla flessibilità dei piani, rendendo la Parete 1, caratterizzata da un elevato numero di aperture, l'elemento cinematicamente più attivo e vulnerabile.

Per fornire un quadro esaustivo della risposta numerica, in questa sede vengono riportati i confronti relativi a tutti i parametri monitorati, inclusi i grafici inerenti alla Parete 3 (Est) ed il comportamento globale dell'edificio. Tuttavia, è doveroso sottolineare come il dato globale tenda a perdere di significato fisico in una struttura così fortemente asimmetrica e priva di collegamenti rigidi di piano, essendo la risposta globale una "media" pesata tra la risposta della Parete 1 (ricca di aperture e dunque più vulnerabile) e quella della Parete 3 (setto cieco con spostamenti molto limitati). Di conseguenza, per una corretta valutazione del comportamento reale dell'edificio, l'attenzione deve essere focalizzata quasi esclusivamente sulla Parete 1 (Ovest).

Dall'analisi dei cicli di isteresi per i diversi record sismici, emerge quanto, salvo casi particolari, la risposta del modello scollegato si colloca in una posizione intermedia tra le due ipotesi limite (isolato e collegato). Se l'ipotesi di edificio collegato sovrastima eccessivamente la rigidità e la resistenza, l'ipotesi di edificio isolato rappresenta, al contrario, una configurazione cautelativa che tuttavia mostra spostamenti notevolmente superiori a quelli del modello collegato (si veda **Figura 9.5 - Wall 1**). I risultati confermano che la configurazione scollegata, considerata più vicina alla realtà, si muove "nel mezzo": considerare l'edificio come puramente isolato non è del tutto realistico, sebbene in alcuni record la risposta si avvicini a tale condizione rimanendo in campo quasi-elastico (si veda **Figura 9.3 - Wall 1**). In questa sezione, e coerentemente per tutto il prosieguo della trattazione, verranno riportati i risultati relativi allo scenario sismico con periodo di ritorno T_R di 2475 anni. Tale scelta è motivata dalla necessità di analizzare la risposta strutturale nelle condizioni di massima sollecitazione. Per una trattazione esaustiva, tutta la documentazione grafica relativa agli altri periodi di ritorno è consultabile all'interno dell'APPENDICE B.

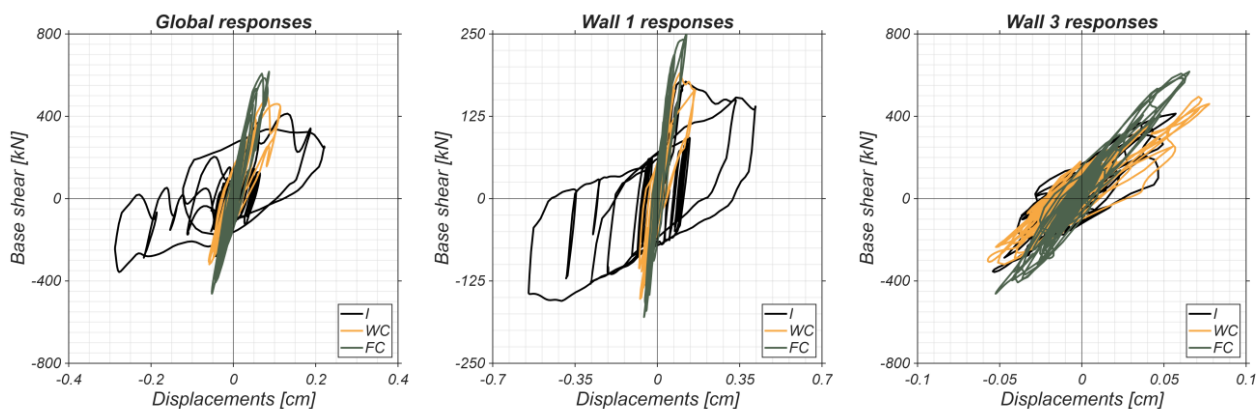


Figura 9.2 Cicli di isteresi - T0819

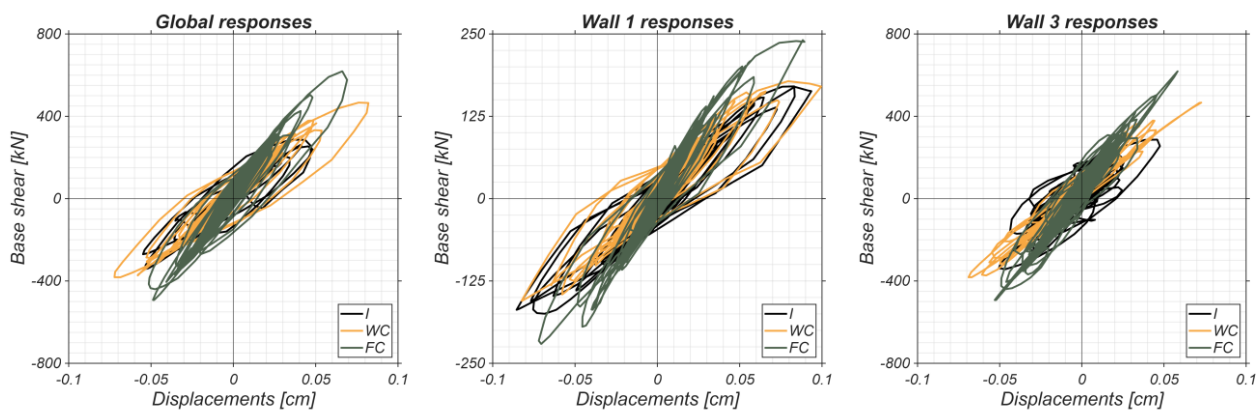


Figura 9.3 Cicli di isteresi – CMI

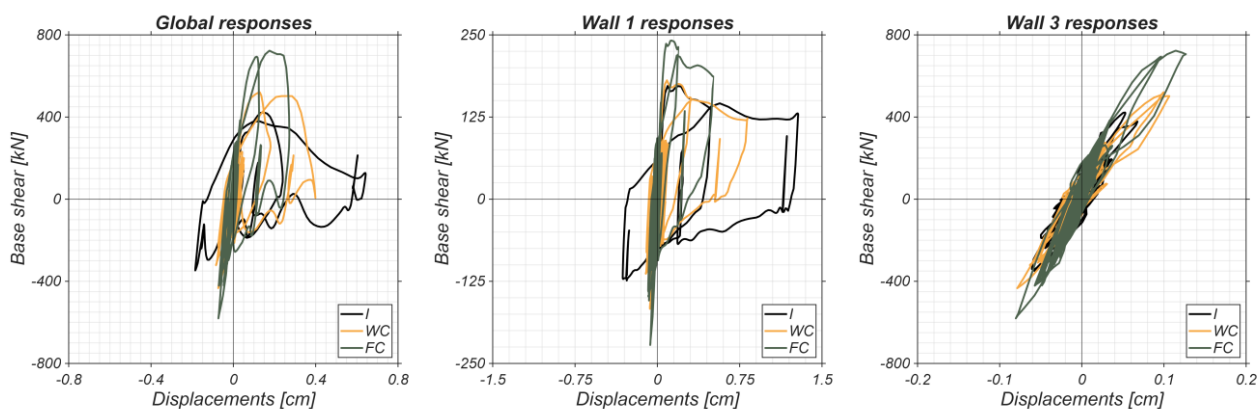


Figura 9.4 Cicli di isteresi - FINO

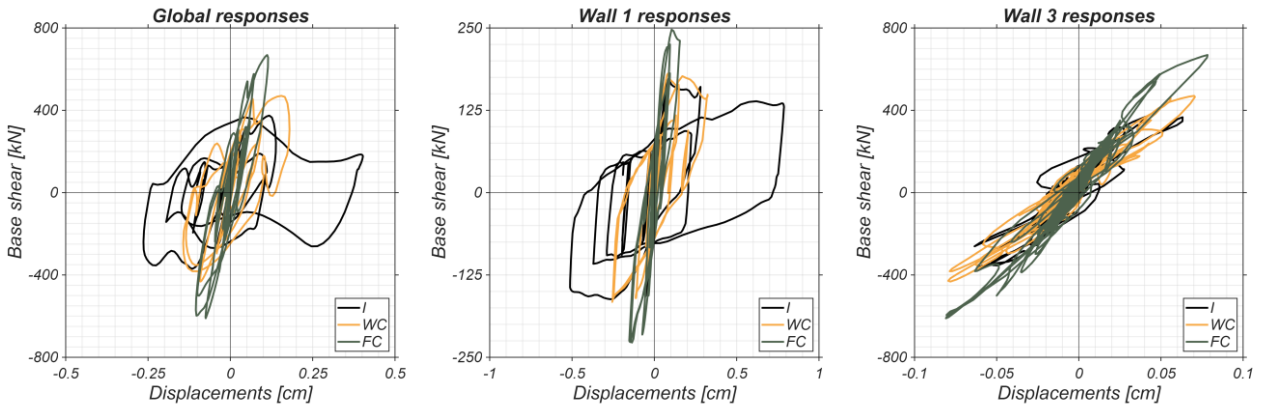


Figura 9.5 Cicli di isteresi – ILI

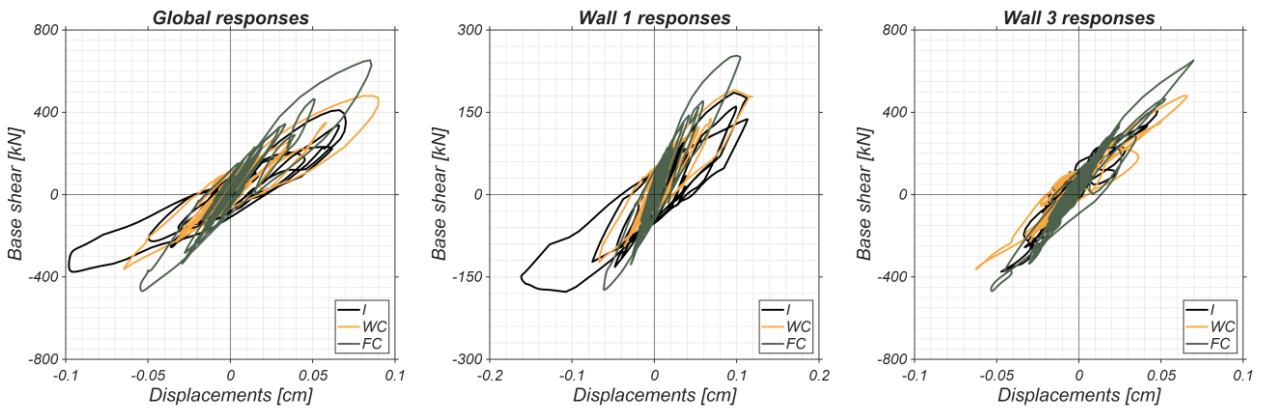


Figura 9.6 Cicli di isteresi - LEF1

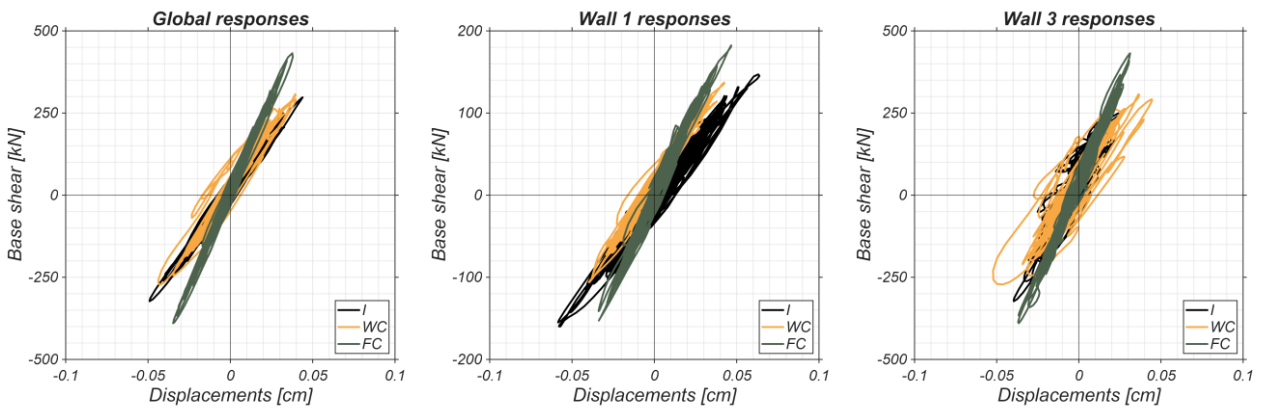


Figura 9.7 Cicli di isteresi - MOG0

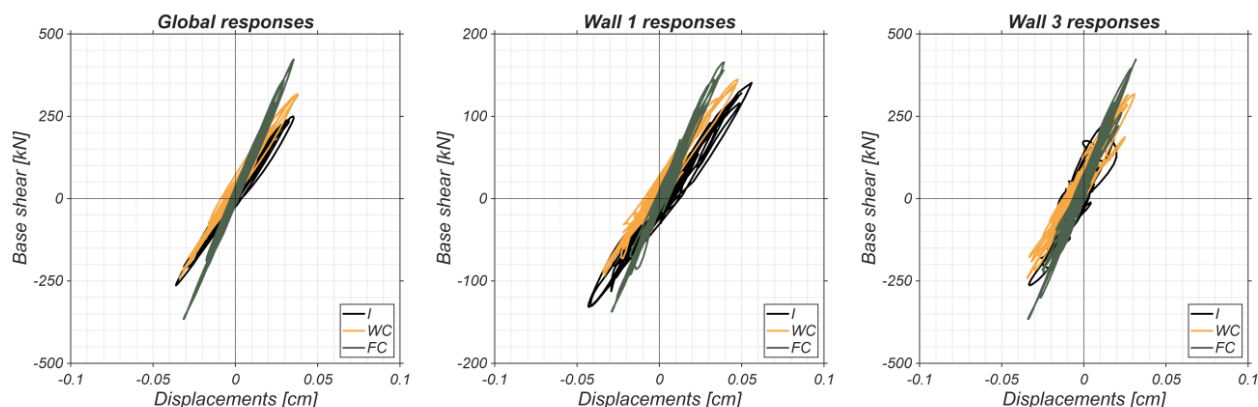


Figura 9.8 Cicli di isteresi – CLF

9.2.2. Valutazione dei quadri di danno e meccanismi di collasso

Nel presente paragrafo viene proposta una sintesi comparativa della risposta evolutiva del danno restituita dal codice di calcolo TREMURI per le tre diverse strategie di modellazione.

L'output numerico del software permette di interpretare la cinematica del dissesto attraverso una specifica simbologia grafica, che distingue i diversi meccanismi di rottura dei macroelementi:

- Meccanismi di taglio: vengono segnalati dalla comparsa di una croce all'interno dell'elemento murario.
- Meccanismi flessionali: sono rappresentati da segmenti paralleli o ortogonali all'asse principale del maschio o della fascia, a seconda che si tratti di fenomeni di fessurazione o schiacciamento.
- Trazione assiale: identificata graficamente dal colore verde chiaro.

Per quanto riguarda la severità del danno a taglio, TREMURI adotta una scala cromatica gerarchica, coerente con la classificazione riportata in **Tabella 9.1**. In questa scala, il rosso identifica il raggiungimento della resistenza di picco dell'elemento. Le gradazioni più tenui (colori chiari) indicano le fasi di innesco e lo sviluppo progressivo degli scorrimenti anelastici, mentre le tonalità più scure del rosso segnalano il superamento della soglia di picco, evidenziando una fase di parziale perdita di capacità portante (softening).

Tabella 9.1 Legenda in TREMURI: modalità e grado di danneggiamento degli elementi

Colore	Stato del parametro	Definizione del livello di danno
	$\alpha = 0$	Danno trascurabile a taglio
	$\alpha = 0,25$	Danno lieve a taglio
	$\alpha = 0,5$	Danno moderato a taglio
	$\alpha = 0,75$	Danno significativo a taglio
	$\alpha = 1$	Raggiungimento della resistenza a taglio
	$\alpha > 1$	Perdita di resistenza a taglio
	Crisi per trazione	

Dall'esame dei risultati emerge che la configurazione del modello collegato, caratterizzata da una connessione rigida tra i corpi di fabbrica, fornisce la risposta più favorevole in termini di contenimento delle deformazioni. Sebbene questa configurazione comporti un incremento delle forze di taglio totali a causa della maggiore rigidità globale, il sistema beneficia di una stabilità superiore che limita significativamente l'evoluzione del quadro fessurativo e gli spostamenti sommitali.

Al contrario, il confronto tra il modello isolato e quello scollegato rivela aspetti critici che confermano quanto già evidenziato dall'analisi dei cicli di isteresi. Entrambi i modelli presentano una rigidità elastica pressoché identica, a dimostrazione del fatto che la semplice adiacenza fisica dell'Unità 2 non altera le proprietà dinamiche dell'edificio se non vi è un collegamento strutturale efficace.

Tuttavia, l'analisi del danno specifico sulle pareti longitudinali evidenzia sfumature diverse:

- Parete 1: in questo caso, il modello dell'edificio isolato risulta costantemente il peggiore. La mancanza totale di una chiusura trasversale di adeguata rigidezza porta a un danneggiamento severo e diffuso, confermando la massima vulnerabilità della parete per il modello isolato. Il modello collegato si conferma, di contro, il più performante grazie all'effetto di contenimento reciproco (come osservabile in **Figura 9.12 - Wall 1**).
- Parete 3: l'analisi rivela un'inversione di tendenza rispetto al setto precedente in cui il modello isolato risulta, nella maggior parte dei casi, il meno danneggiato, mentre i quadri più critici si riscontrano nelle configurazioni in aggregato (collegato e, con maggior frequenza, scollegato come osservabile in **Figura 9.14 - Wall 3**).

In generale, i quadri di danno ottenuti sono strettamente coerenti con l'andamento dei cicli di isteresi analizzati in precedenza. Si osserva una perfetta corrispondenza tra la capacità dissipativa globale e lo stato fessurativo locale: dove la curva di isteresi mostra maggiori degradazioni di rigidezza e spostamenti, il software restituisce mappature di danno più sature. In definitiva, mentre il modello isolato restituisce una visione ottimistica della sicurezza strutturale, la modellazione scollegata evidenzia come l'interazione tra unità adiacenti non adeguatamente collegate possa accelerare il degrado della muratura e condurre a livelli di danno superiori rispetto a quelli dell'edificio considerato come isolato (come osservabile in **Figura 9.12**).

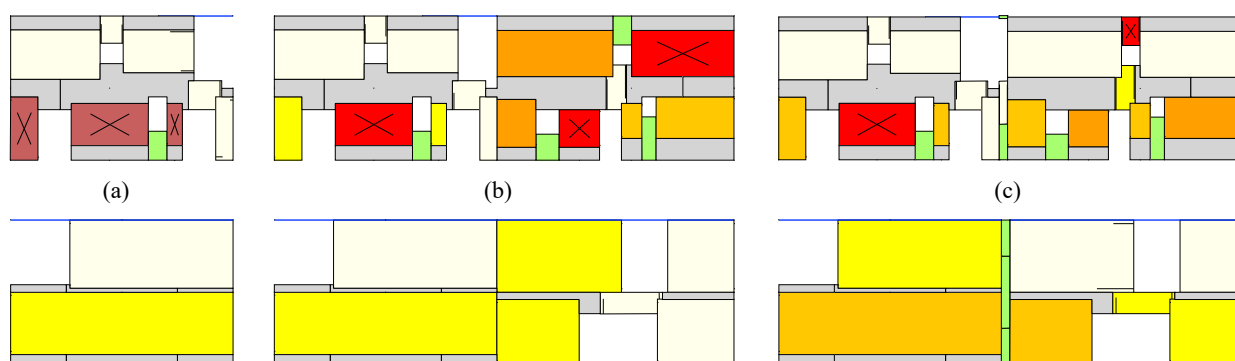


Figura 9.9 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - T0819

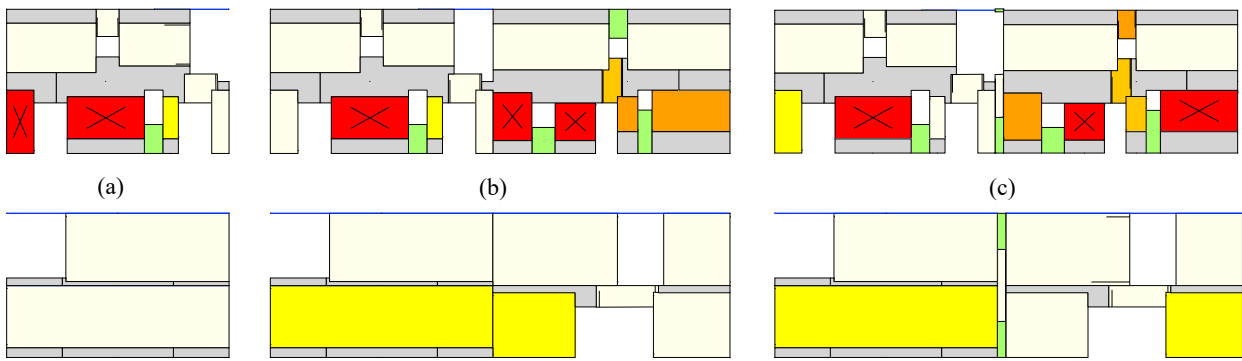


Figura 9.10 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - CMI

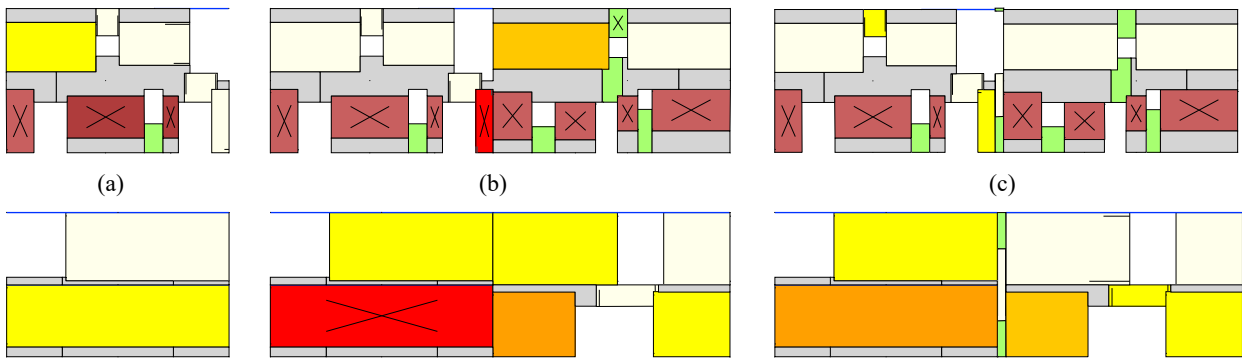


Figura 9.11 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - FIN0

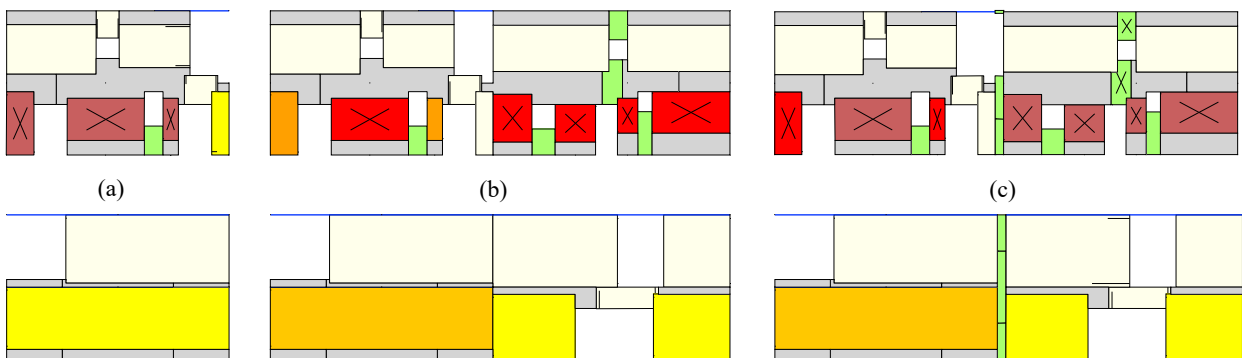


Figura 9.12 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - ILLI

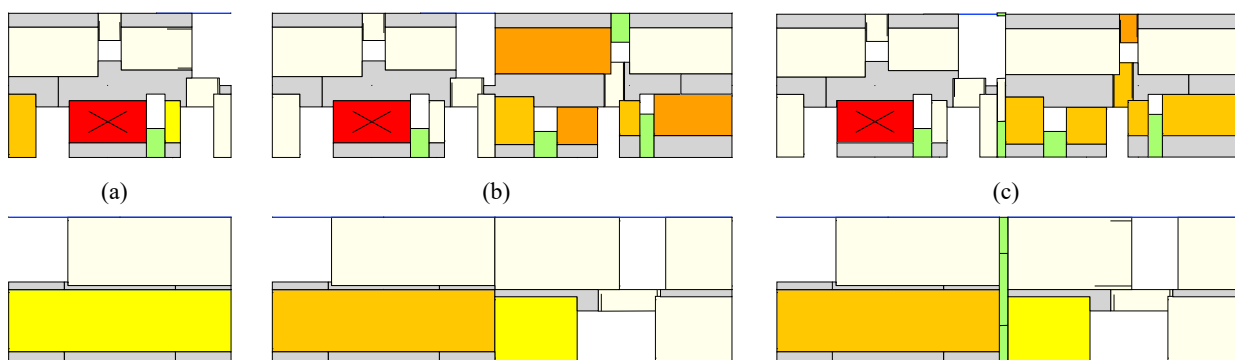


Figura 9.13 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - LEF1

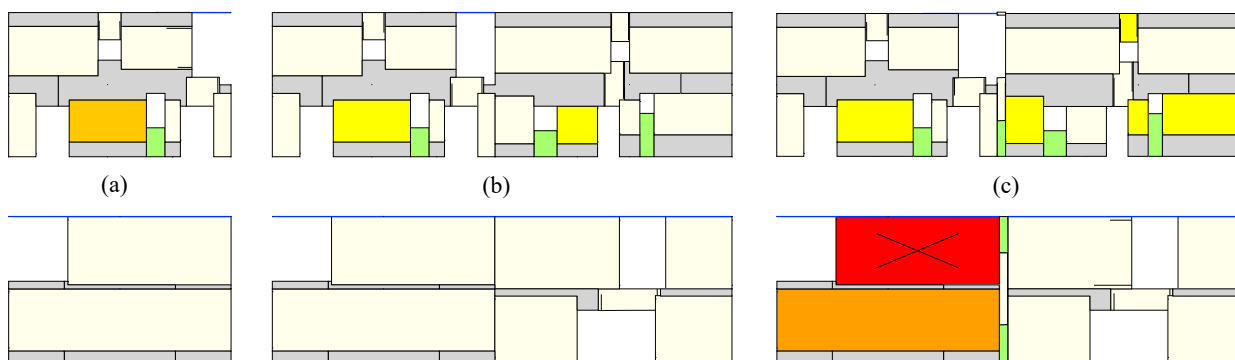


Figura 9.14 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - MOG0

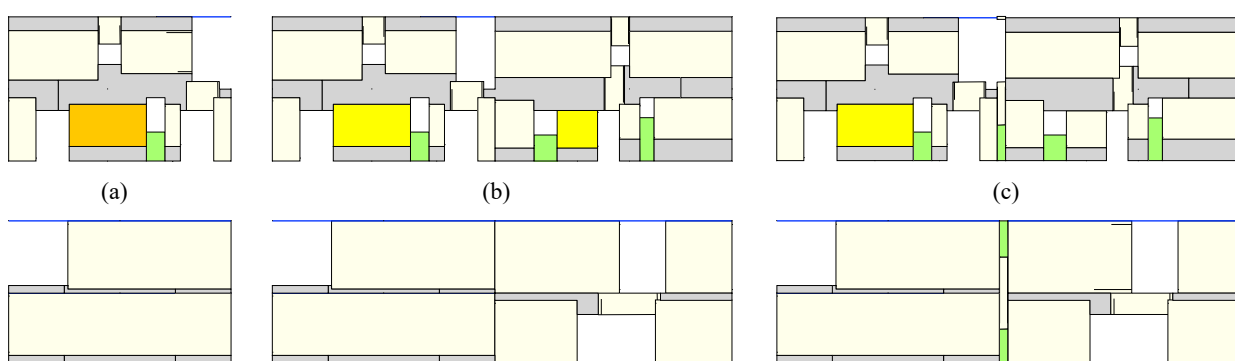


Figura 9.15 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - CLF

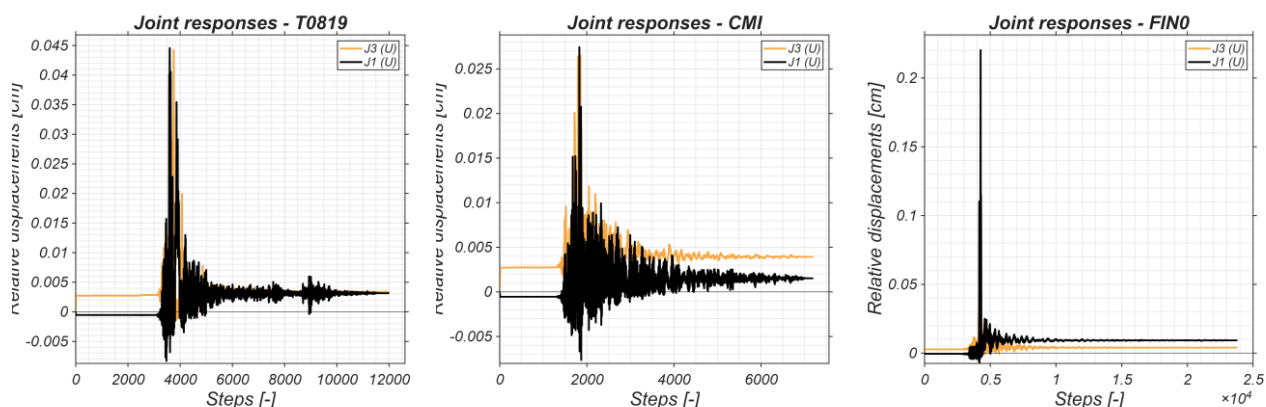
9.2.3. Valutazione dei fenomeni di interazione tra corpi di fabbrica

In questa fase dell'indagine, l'attenzione è stata focalizzata sulla valutazione dei fenomeni di interazione tra l'Unità 1 e l'Unità 2 (Joint responses), monitorando l'evoluzione temporale delle distanze relative in corrispondenza dei due giunti posizionati in sommità delle pareti longitudinali, identificati come J1 per la Parete Ovest e J3 per la Parete Est.

L'analisi della deformazione dei giunti permette di ottenere un'indicazione quantitativa dell'effettiva interazione tra gli edifici, fornendo dati preziosi sulla frequenza e sull'intensità degli impatti, se presenti. Per una corretta interpretazione dei grafici relativi alle storie temporali riportati di seguito, è necessario considerare che una deformazione positiva indica un allontanamento reciproco delle unità. Al contrario, una deformazione negativa rappresenta l'avvicinamento delle strutture e la conseguente trasmissione di forze d'urto che possono alterare significativamente lo stato di sollecitazione locale delle murature.

Monitorando l'evoluzione temporale delle distanze relative tra i corpi di fabbrica, i risultati mostrano spostamenti massimi nell'ordine dei 2 millimetri (**Figura 9.16 – FIN0**), valori che possono considerarsi trascurabili nel contesto della risposta globale dell'edificio. Questa evidenza suggerisce che le diverse unità strutturali tendono a muoversi sostanzialmente in fase, o comunque presentano una rigidità tale da impedire escursioni relative pericolose.

Si può quindi concludere che il martellamento e la separazione non costituiscono una criticità per la configurazione in esame, confermando che l'integrità del contatto tra gli edifici è preservata durante l'evento sismico.



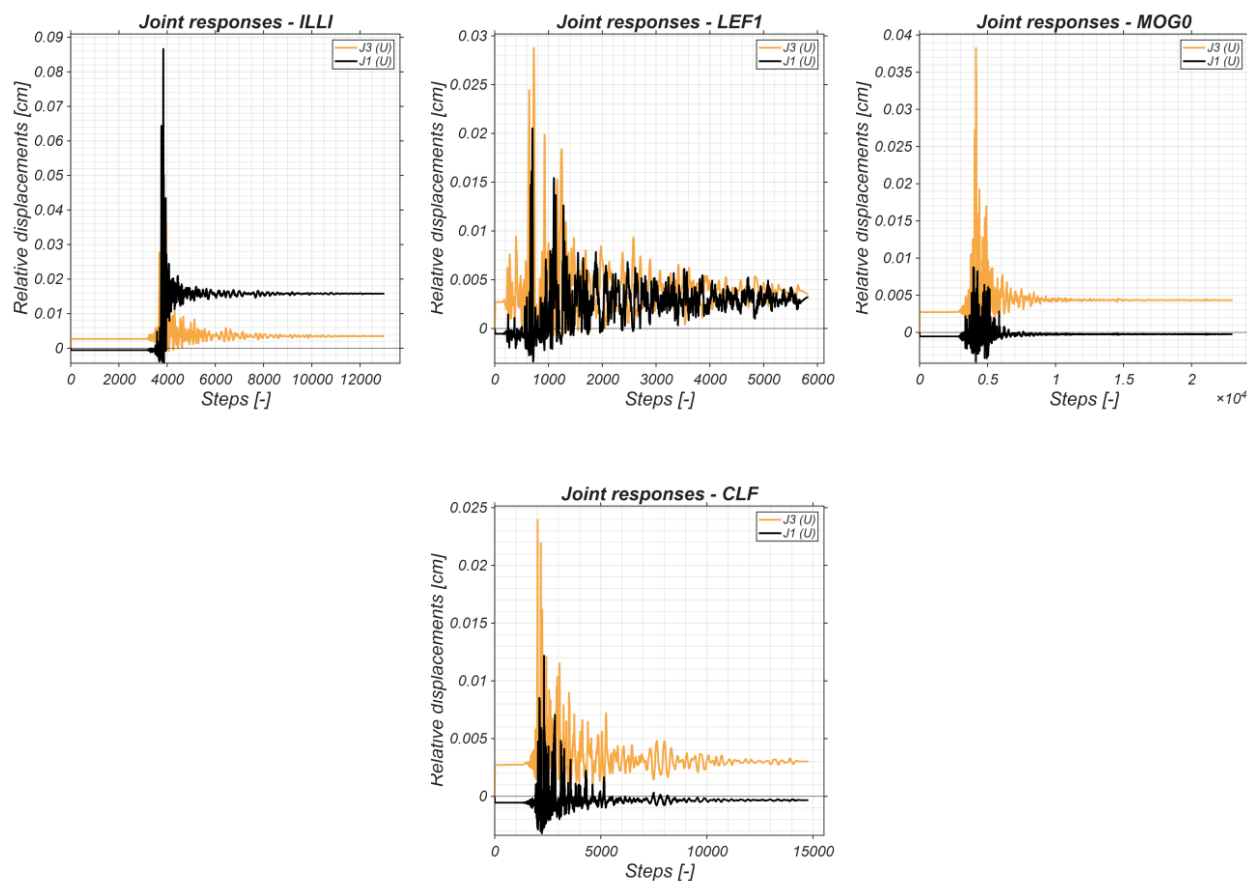


Figura 9.16 Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti

9.2.4. Valutazione della risposta trasversale e della suscettibilità ai cinematismi fuori piano

In questa fase dell'indagine, l'attenzione è stata focalizzata sulla valutazione dello spostamento trasversale dell'edificio (Transverse responses), monitorando l'evoluzione temporale degli spostamenti fuori piano in corrispondenza della sommità delle pareti longitudinali. È di fondamentale importanza studiare la risposta fuori piano proprio in corrispondenza del fronte Sud dell'edificio, poiché è in questa zona che la carenza di vincoli efficaci e di un ammortamento con la parete dell'Unità 2 può favorire l'instaurarsi di pericolosi meccanismi locali di ribaltamento. Per questo motivo, lo spostamento in direzione Y è stato monitorato assumendo come valore di riferimento la media degli spostamenti dei nodi 3D in sommità appartenenti alla Parete 4.

I risultati ottenuti evidenziano livelli di spostamento estremamente significativi, con picchi che oscillano tra i 2,5 cm e i 5 cm a seconda del record sismico considerato, con valori massimi fino a 10 cm (**Figura 9.17 – T0819**). Tali valori non sono trascurabili per una struttura in muratura di pietra di questa tipologia, poiché l'entità di questi spostamenti fuori piano conferma la piena plausibilità di un meccanismo locale di ribaltamento o di una progressiva disgregazione degli elementi murari, rendendo di fatto imprescindibile un intervento volto a limitare tali gradi di libertà.

Dal confronto tra le tre strategie di modellazione emerge come il modello collegato mostri spostamenti trasversali limitati; in questo scenario la parete dell'Unità 2 (considerata perfettamente ammorsata con l'Unità 1) riduce lo sviluppo di deformazioni fuori piano, fornendo tuttavia una risposta poco realistica che sovrastima la rigidità e ignora la fragilità del giunto effettivo. Al contrario, nelle configurazioni isolata e scollegata, le risposte tendono a sovrapporsi quasi perfettamente in direzione trasversale. Questo fenomeno è spiegabile con la natura stessa della modellazione, poiché la parete fittizia è stata definita allo stesso modo per entrambi gli scenari, riflettendo una condizione in cui l'interazione cinematica trasversale con l'Unità 2 è minima.

In definitiva, l'entità degli spostamenti trasversali si conferma la principale criticità strutturale dell'edificio, convalidando numericamente le evidenze emerse nelle fasi precedenti dello studio. Già l'analisi agli autovalori (§ 5.2) aveva evidenziato la vulnerabilità del sistema attraverso i primi due modi di vibrare, caratterizzati dal ribaltamento locale delle flange, mentre le analisi Pushover con 3DEC (§ 7) avevano mostrato graficamente la tendenza dei blocchi alla rotazione fuori piano.

Le simulazioni dinamiche in TREMURI consentono ora di quantificare tale fenomeno in termini di spostamenti per ciascun record analizzato. Grazie all'introduzione dei telai fittizi descritti all'interno del § 8, è stato possibile superare i limiti intrinseci del metodo a telaio equivalente (che trascura il contributo fuori piano), rilevando come il problema prioritario non sia il martellamento tra i corpi di fabbrica, bensì la stabilità trasversale delle Pareti 1 e 3. In questo caso si evidenzia come l'entità centimetrica degli spostamenti, a fronte di valori millimetrici registrati per i giunti, rende concreto il rischio di innesco di meccanismi locali.

È proprio su queste basi che si fonda lo studio presentato nel § 10, dove verrà analizzato un possibile intervento di rinforzo volto a garantire una risposta globale di tipo scatolare.

L'adozione dei pannelli XLAM risponde esattamente a questa esigenza, agendo come un elemento di stabilizzazione capace di limitare drasticamente gli spostamenti fuori piano e di prevenire l'attivazione dei meccanismi locali di collasso precedentemente individuati in tutte le fasi della modellazione. Al fine di fornire una panoramica dettagliata della risposta dinamica, si riportano di seguito i grafici che pongono a confronto gli spostamenti fuori piano per i tre modelli analizzati.

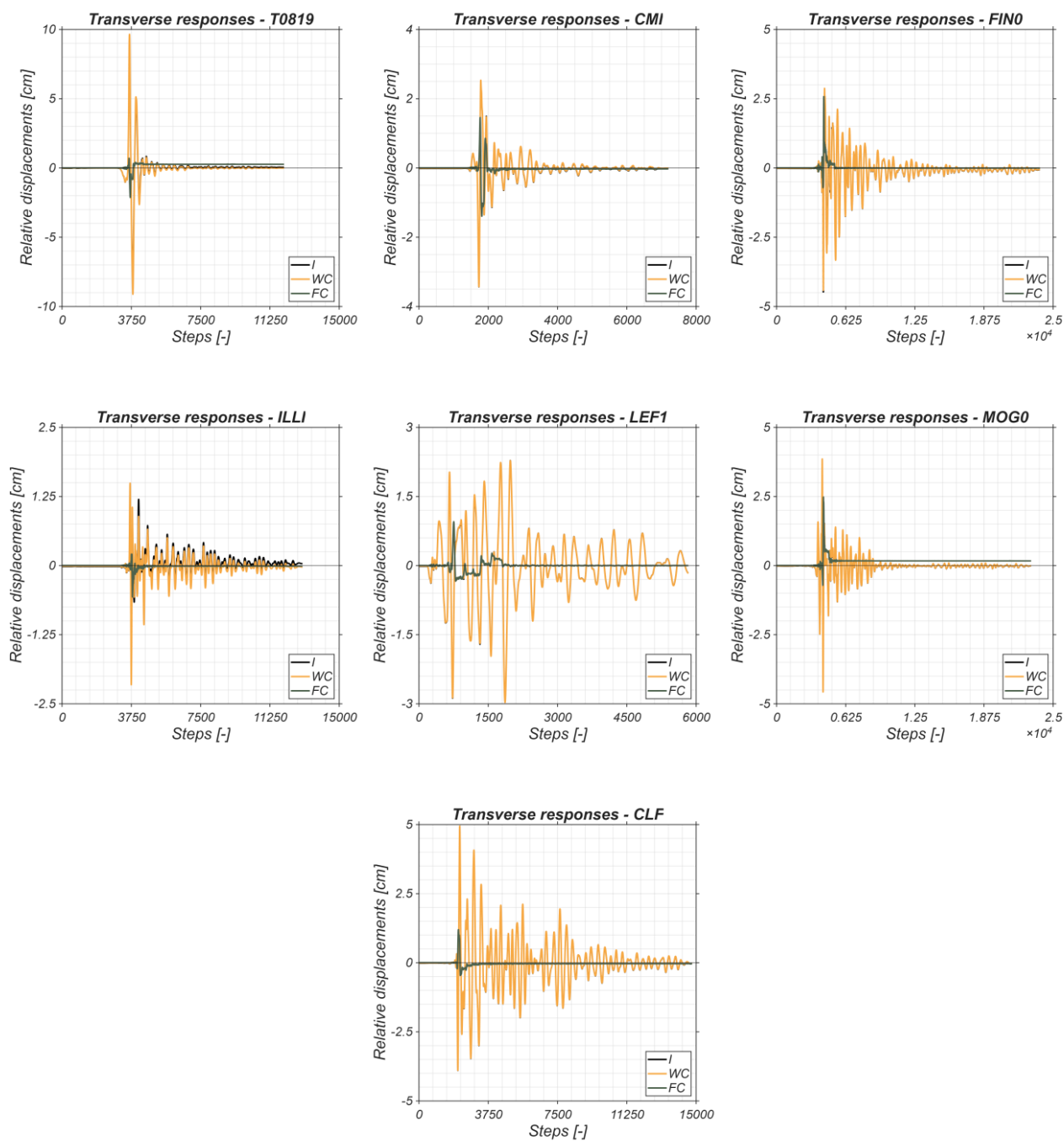


Figura 9.17 Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti

9.3. Analisi critica della risposta globale e transizione al modello di singola parete

In presenza di strutture con diaframmi flessibili, la normativa consente di focalizzare l'attenzione sulla risposta dei singoli setti [10]. Tale approccio risulta coerente con le caratteristiche emerse dall'analisi dello stato di progetto, dove la Parete 1 e la Parete 3 mostrano risposte indipendenti: la prima, a causa dell'elevata densità di aperture, risulta soggetta a spostamenti maggiori, mentre la seconda manifesta una risposta prevalentemente elastica. In virtù di tali evidenze, si è scelto di concentrare l'indagine esclusivamente sulla Parete 1, assunta come elemento critico del sistema; al contrario, la Parete 3 registra spostamenti sommitali inferiori al millimetro, rendendo la sua verifica poco significativa ai fini della valutazione dinamica in questa sede. L'obiettivo di questa fase è dunque verificare se l'analisi monodirezionale della singola parete sia in grado di riprodurre fedelmente il comportamento dell'elemento stesso estratto dalla dinamica bidirezionale del modello tridimensionale. A tal fine, verrà illustrato il set-up della singola parete, approfondendo gli accorgimenti adottati per garantirne la correttezza formale e sostanziale, così da isolarne la risposta mantenendo la coerenza con quanto definito all'interno del modello 3D. Successivamente, i risultati verranno analizzati mettendo a confronto i tre scenari (I, FC e WC) del modello globale con quanto ottenuto dalle simulazioni sulla parete singola. Questa comparazione sistematica permetterà di validare la capacità del modello semplificato di descrivere il setto che, di fatto, governa la sicurezza sismica dell'Unità 1. Tale metodologia trova piena giustificazione nell'assenza di diaframmi rigidi di piano, condizione che impedisce una redistribuzione delle azioni orizzontali tra i diversi allineamenti e rende la risposta dei singoli setti sostanzialmente indipendente.

9.3.1. Analisi numerica della singola parete: setup e modellazione

In questa fase della ricerca, si è ritenuto essenziale definire un modello di singola parete che non fosse una mera estrazione geometrica, bensì una rappresentazione coerente con il comportamento del modello globale 3D. La prima fase operativa ha riguardato la trasposizione geometrica del modello: le proprietà degli elementi appartenenti alla parete 3D sono state mantenute invariate, mentre i relativi nodi 3D sono stati convertiti in nodi bidimensionali per la definizione del modello piano equivalente.

In particolare, è bene sottolineare che nel caso del modello scollegato (WC), è stato “aggiunto” un montante fittizio verticale in corrispondenza dell’apertura presente tra le due Unità; questo elemento, che nel modello globale apparteneva alla Parete fittizia 4 ortogonale, è stato qui integrato all’interno della Parete 1 per garantire la perfetta corrispondenza con il modello globale.

Definita la geometria, la calibrazione della risposta è stata perfezionata attraverso una serie di accorgimenti modellistici volti a garantire la piena coerenza tra il comportamento della singola parete e l'organismo globale. Di seguito vengono analizzate nel dettaglio le soluzioni metodologiche adottate per rendere l'analisi monodirezionale uno strumento diagnostico accurato e affidabile.

Ripartizione manuale delle masse

La distribuzione delle masse è il requisito primario per l'attendibilità dell'analisi, poiché un'errata attribuzione delle masse inerziali altererebbe la risposta dinamica del setto. Mentre nel modello 3D il software gestisce automaticamente il passaggio delle masse dai nodi bidimensionali a quelli tridimensionali, nell'analisi della singola parete è stato necessario operare una ripartizione manuale rigorosa.

Il criterio adottato si basa esclusivamente sul principio delle aree di influenza e sulla considerazione dell'effetto flangia. Nello specifico, in corrispondenza dei nodi coincidenti con gli innesti delle pareti trasversali presenti nel modello 3D, si è stabilito che metà della massa complessiva gravante su tali pareti ortogonali, la quale include i contributi dei solai e della copertura di pertinenza, competa ai nodi della Parete 1 in esame, mentre la restante quota è stata idealmente attribuita alla Parete 3.

Per verificare l'accuratezza della distribuzione manuale delle masse e assicurarsi che il modello di singola parete fosse staticamente equivalente alla porzione corrispondente del modello globale, è stato eseguito un test di controllo sui carichi gravitazionali. Nello specifico, è stata confrontata la somma delle reazioni vincolari lungo l'asse verticale (Z) sotto l'azione del solo peso proprio per entrambi i modelli. I risultati ottenuti mostrano una stretta correlazione tra le due configurazioni, la differenza riscontrata, pari a circa il 10%, è da considerarsi ampiamente accettabile e fisiologica in questo tipo di modellazioni. Tale scarto è imputabile principalmente alla diversa gestione delle intersezioni tra i maschi murari e alle semplificazioni geometriche intrinseche nel passaggio dal solido tridimensionale al modello equivalente 2D.

Al fine di rendere esplicito il passaggio dei carichi e delle inerzie dal modello tridimensionale a quello di singola parete, in **Figura 9.18** e **Figura 9.19** è riportato uno schema riassuntivo della distribuzione delle masse.

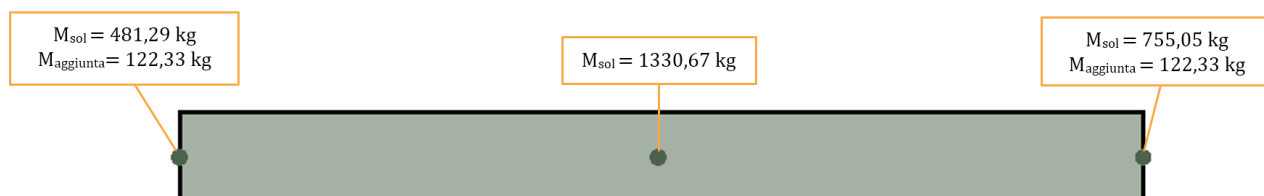


Figura 9.18 Pianta singola parete (Modello Isolato) con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Terra

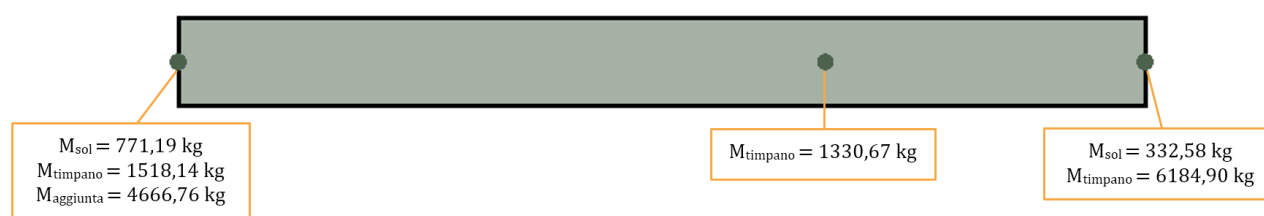


Figura 9.19 Pianta singola parete (Modello Isolato) con indicazione delle masse aggiunte sui nodi del modello numerico - Piano Primo

Modellazione del vincolo assiale dei solai mediante travi equivalenti

Un altro aspetto cruciale nella transizione dal modello globale a quello di singola parete riguarda la gestione degli orizzontamenti. Sebbene l'analisi di parete isolata escluda per definizione la presenza fisica dei solai, nella realtà costruttiva del modello 3D essi esercitano un ruolo di collegamento tra i maschi murari. Per colmare questa lacuna modellistica, sono state introdotte delle travi equivalenti (Elemento 1001 ed Elemento 1002) in corrispondenza della quota degli impalcati, con l'obiettivo di simulare il comportamento a trazione e compressione del solaio originale.

È opportuno precisare che tali elementi non sono stati implementati per collaborare a flessione e taglio, coerentemente con l'ipotesi di comportamento membranale dei diaframmi del modello 3D, ma esclusivamente per fornire il medesimo grado di confinamento assiale. Le proprietà meccaniche assegnate a queste travi riflettono fedelmente quelle del sistema reale. Al materiale è stato attribuito il modulo di Young (E) del solaio, mentre la sezione trasversale è stata definita considerando un'area equivalente pari a metà della porzione di solaio pertinente.

Simulazione dell'effetto flangia

L'ultimo aspetto fondamentale per la validazione del modello riguarda la simulazione dell'effetto flangia offerto dalle pareti ortogonali. In una struttura in muratura, quando la parete principale viene sollecitata nel proprio piano da forze orizzontali, il momento ribaltante non viene assorbito esclusivamente dal setto longitudinale, ma viene parzialmente trasferito alle pareti trasversali. Per riprodurre questo meccanismo nel modello 2D, è necessario inserire degli elementi che simulino la presenza dei maschi ortogonali (come la Parete 2) in corrispondenza dei nodi di incrocio.

Tuttavia, l'inserimento di maschi murari con le dimensioni reali (scambiando semplicemente spessore e lunghezza per orientarli nel piano della Parete 1 e ottenere la medesima rigidezza assiale) comporterebbe un errore numerico significativo. Sebbene piccola, tale modellazione introdurrebbe infatti una rigidezza fuori piano aggiuntiva che nel modello 3D non viene tuttavia considerata. In termini analitici, il momento d'inerzia fuori piano di un maschio rettangolare, pari a $\frac{1}{12}Lt^3$, influenzerebbe la distribuzione delle sollecitazioni, alterando i risultati rispetto alla dinamica globale.

Per ovviare a questo problema e annullare l'inerzia parassita senza perdere il contributo assiale resistente, è stato adottato un escamotage numerico: sono stati modellati dei maschi flangia "infinitesimi", caratterizzati da uno spessore trascurabile ($t \rightarrow 0$) e una lunghezza elevatissima ($L \rightarrow \infty$). Questa configurazione è studiata affinché il prodotto tra i due termini restituisca l'area reale della flangia ($A = L \cdot t$), garantendo così il corretto contributo di rigidezza assiale e resistenza al ribaltamento. Allo stesso tempo, poichè lo spessore compare al cubo nel calcolo dell'inerzia, quest'ultima risulta numericamente nulla, azzerando qualsiasi influenza sulla rigidezza fuori piano.

Sulla base di queste considerazioni, nel software è stata definita una geometria estrema per questi elementi, impostando una lunghezza fuori piano pari a 1048 m e uno spessore nel piano di 0,002 m.

Di seguito si riporta un'immagine del modello in cui sono evidenti le flange ortogonali che sono state oggetto della suddetta trattazione (**Figura 9.20**).



Figura 9.20 Visualizzazione del modello numerico con le flange ortogonali in evidenza

A valle di tutte le considerazioni espresse, di seguito si riportano le viste dei tre modelli di calcolo così come implementati nel software, evidenziando la disposizione dei maschi murari, delle fasce e delle travi equivalenti per i solai (**Figura 9.21**, **Figura 9.22** e **Figura 9.23**).

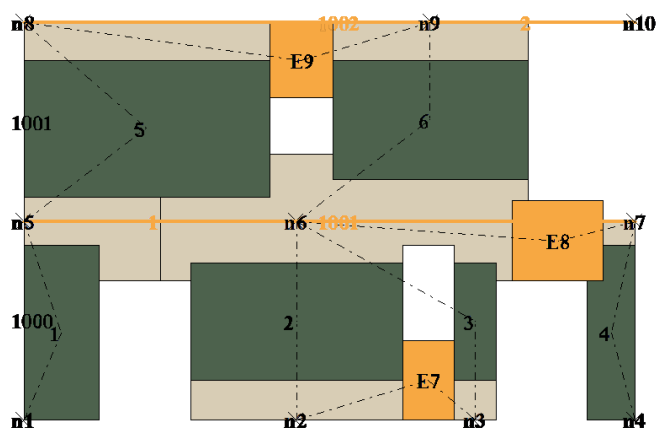


Figura 9.21 Prospetto Parete 1 - Modello Isolato singola parete

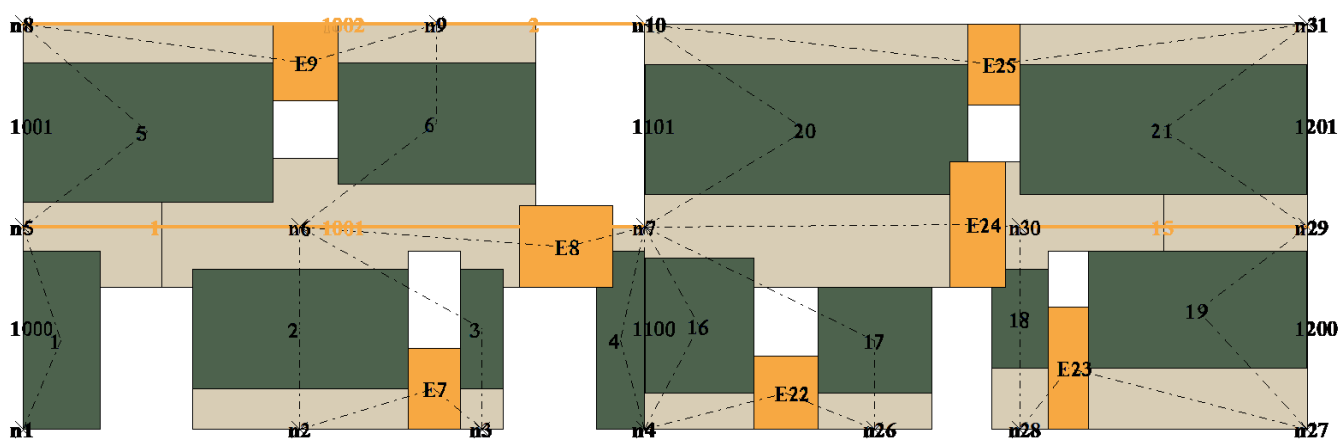


Figura 9.22 Prospetto Parete 1 - Modello Collegato singola parete

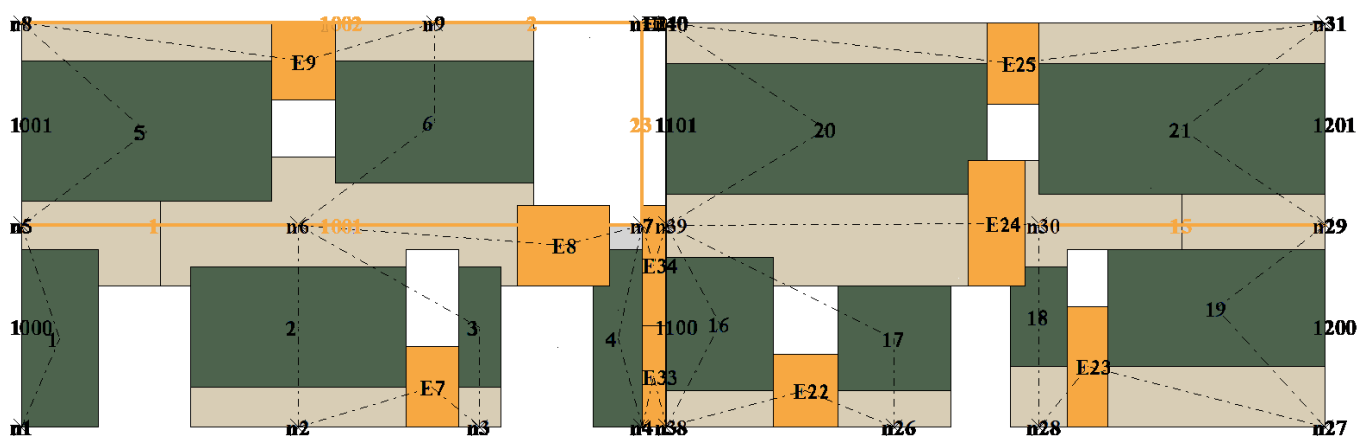


Figura 9.23 Prospetto Parete 1 - Modello Scollegato singola parete

9.3.2. Discussione dei risultati

In questa sezione vengono presentati i risultati delle analisi dinamiche non lineari, focalizzando l'attenzione sul confronto sistematico tra la risposta della Parete 1 estratta dal modello globale 3D e quella ottenuta dall'analisi del singolo telaio equivalente 2D per ciascuna delle tre configurazioni studiate. L'analisi si pone l'obiettivo di dimostrare come, nonostante le inevitabili differenze numeriche, il modello di singola parete sia in grado di fornire una stima della vulnerabilità perfettamente in linea con il modello tridimensionale, confermandosi uno strumento affidabile per la progettazione di edifici in presenza di diaframmi flessibili.

Infatti, sebbene i risultati non possano essere considerati assoluti per ogni singolo record, l'analisi media evidenzia un trend di estrema compatibilità. Nel caso dell'edificio collegato (FC) e del modello scollegato (WC), si osserva una corrispondenza perfetta; la singola parete modellata autonomamente riproduce con precisione il comportamento del setto inserito nel complesso tridimensionale, confermando che quest'ultimo governa effettivamente la risposta dinamica del sistema senza subire interferenze significative dagli altri elementi.

Anche nel confronto relativo all'edificio isolato (I), i risultati mostrano una coerenza molto elevata, specialmente laddove la struttura rimane in un campo di danneggiamento limitato, eccetto qualche caso particolare (**Figura 9.24 – T0819, LEF1**). Le lievi discrepanze riscontrate in alcuni record, dove il modello 2D tende a danneggiarsi eccessivamente rispetto alla modellazione globale, sono da considerarsi fisiologiche nell'ambito dell'analisi non lineare.

In definitiva, la sovrapponibilità dei cicli di isteresi e degli spostamenti massimi tra analisi globale e analisi di parete valida l'intero processo di modellazione. Questo risultato permette di affermare con sicurezza che lo studio del comportamento dell'edificio, in presenza di diaframmi di piano flessibili, può essere condotto con accuratezza analizzando i singoli setti critici, semplificando la comprensione dei fenomeni di danno senza perdere informazioni essenziali sulla capacità resistente complessiva.

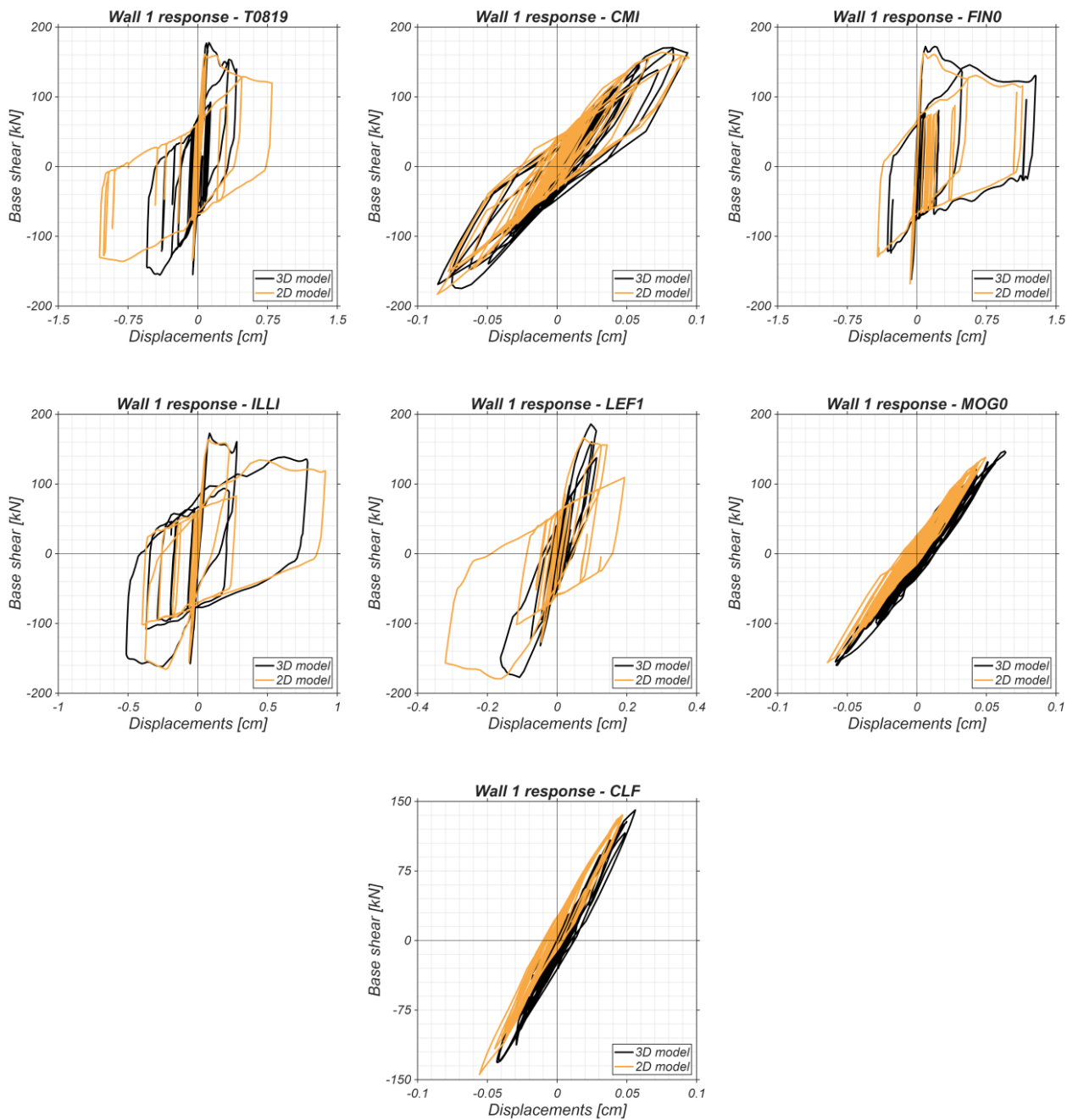


Figura 9.24 Cicli di isteresi - Modello Isolato

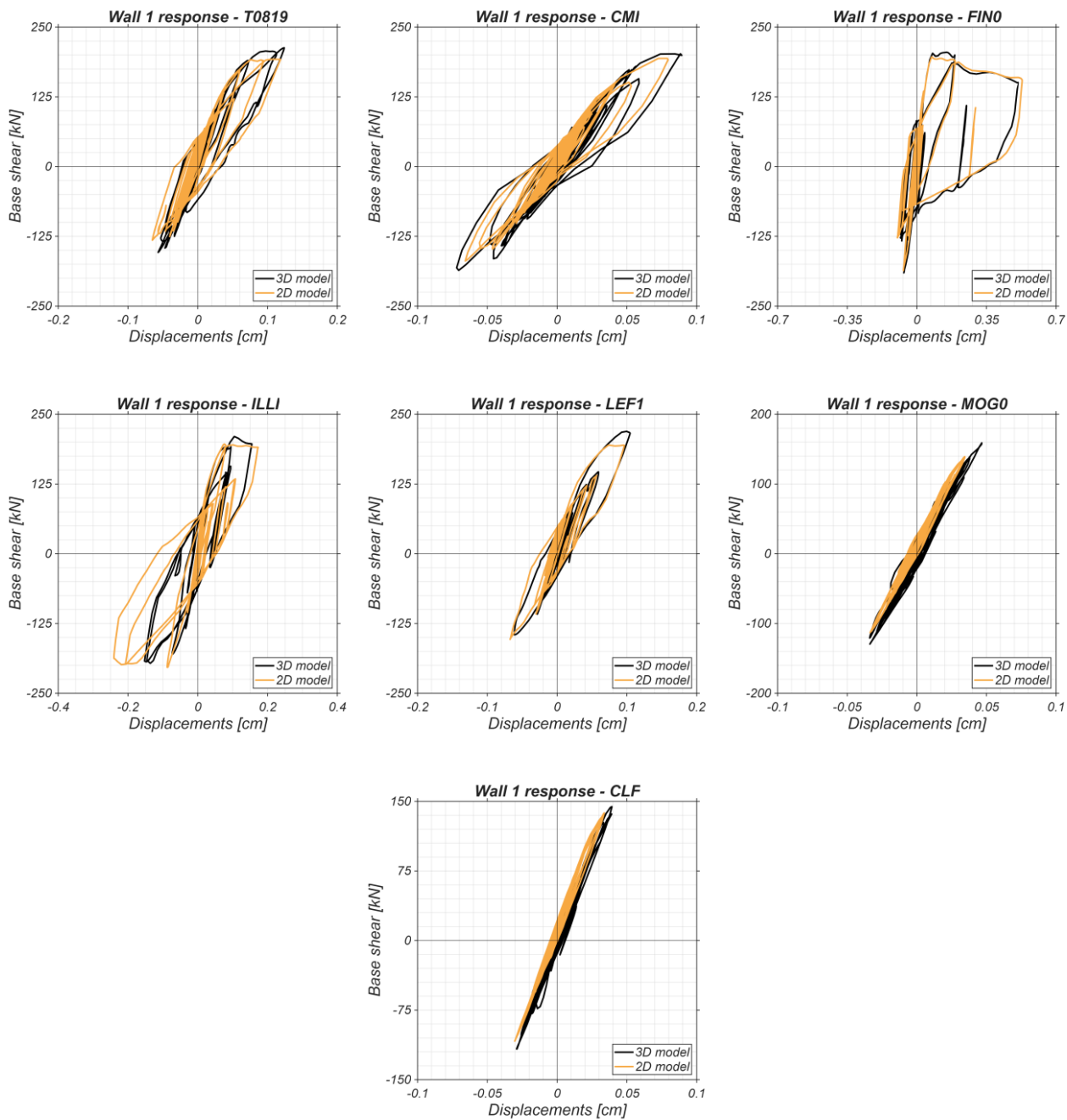


Figura 9.25 Cicli di isteresi - Modello Collegato

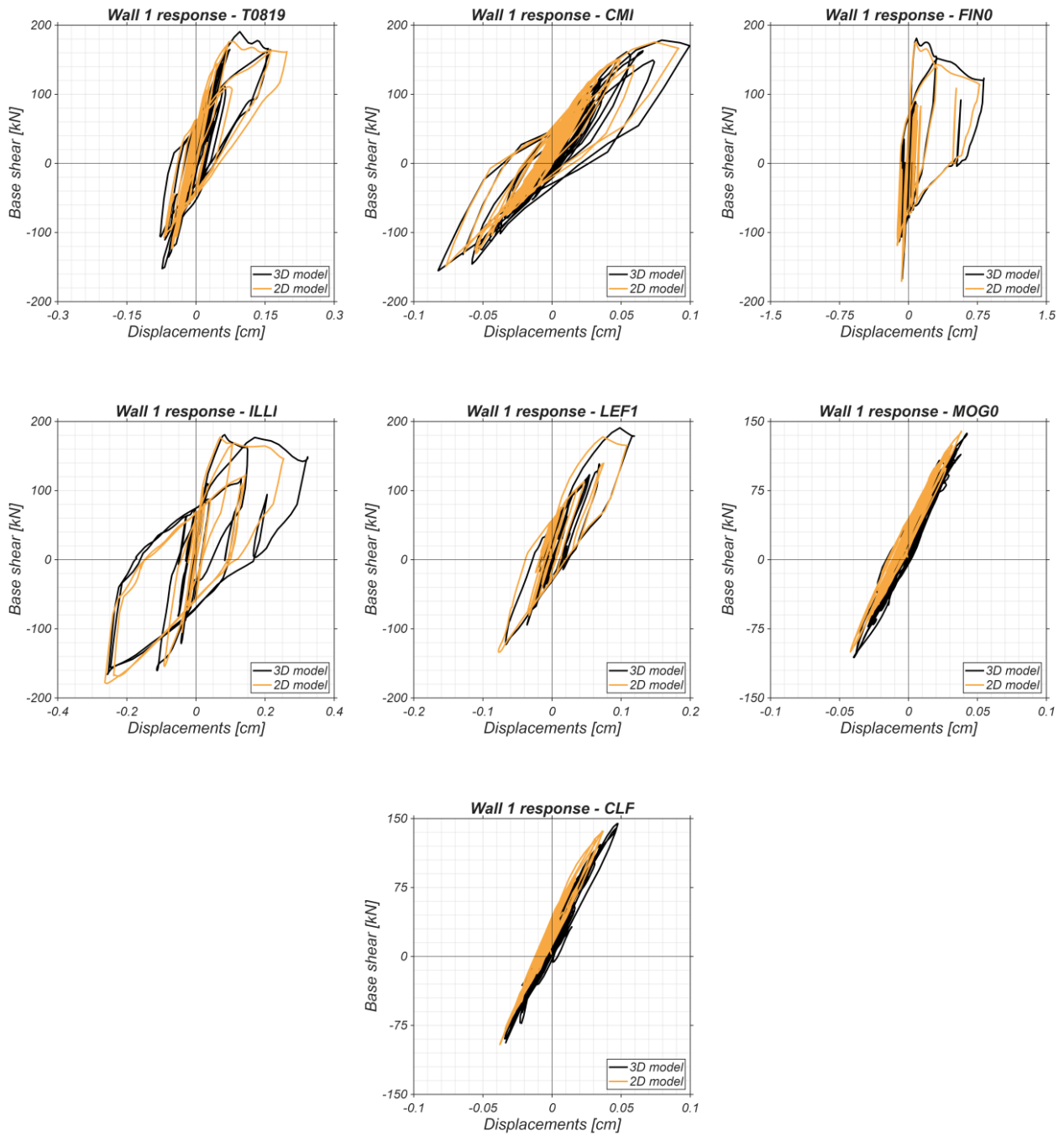


Figura 9.26 Cicli di isteresi - Modello Scollegato

10 STRATEGIE DI INTERVENTO E ANALISI DI SENSIBILITÀ DEI RINFORZI

Il presente capitolo è dedicato alla definizione e alla validazione delle strategie di miglioramento sismico per la singola Unità 1, attraverso un percorso conoscitivo articolato in quattro step incrementali di modellazione. In questa fase, l'obiettivo è testare l'efficacia dei sistemi di rinforzo "a secco" in legno a strati incrociati (XLAM), investigando come l'inserimento di elementi strutturali leggeri e reversibili possa modificare la cinematica globale e mitigare le vulnerabilità emerse nelle analisi dello stato di progetto.

La trattazione prende avvio dalla descrizione dei criteri di modellazione adottati per i nuovi componenti strutturali, approfondendo le ragioni tecniche e metodologiche che hanno portato alla scelta dell'XLAM. Verranno esaminate le proprietà meccaniche e i vantaggi intrinseci di questa tecnologia, con particolare attenzione al mantenimento delle masse sismiche e alla reversibilità dell'intervento. In questa sezione viene poi esplicitata l'assunzione metodologica fondamentale riguardante i pannelli e le connessioni, ipotizzati in campo elastico per concentrare l'indagine sulla redistribuzione delle rigidezze e sulla domanda di forza trasmessa ai setti murari.

Il nucleo centrale del capitolo riguarda l'analisi di sensibilità condotta sui diversi schemi di rinforzo. Il percorso muove dal contrasto dei meccanismi fuori piano, attraverso la chiusura strutturale del sistema a "C" mediante una parete trasversale, per poi approfondire l'influenza dello spessore di tale rinforzo sulla risposta dinamica. Viene inoltre analizzato l'effetto cruciale dell'inserimento dei solai rigidi, studiando come comporti l'attivazione di un comportamento scatolare che, pur coordinando gli spostamenti, impone una severa redistribuzione delle sollecitazioni in base alla rigidezza dei setti.

Infine, i risultati ottenuti dai singoli step vengono integrati in un modello di sintesi capace di equilibrare la risposta dell'intero organismo edilizio. Attraverso il confronto critico dei cicli di isteresi, degli spostamenti trasversali e dei quadri di danno, si dimostra come la strategia combinata permetta di limitare i danni locali, delineando una soluzione tecnica efficace per la salvaguardia dell'identità storica dell'aggregato.

10.1. Definizione degli interventi e criteri di modellazione

Le analisi dinamiche condotte nel § 9 hanno evidenziato la carenza di un comportamento scatolare nell'Unità 1. L'equivalenza riscontrata tra il modello globale 3D e quello di singola parete conferma che l'edificio risponde al sisma come un insieme di elementi slegati, dove la Parete 1, priva di un'efficace redistribuzione dei carichi, opera come un elemento isolato anziché come parte di un sistema solidale.

Un'ulteriore criticità è rappresentata dall'eccessiva libertà di movimento fuori piano dei setti longitudinali. In particolare, è stata riscontrata la necessità di limitare lo spostamento trasversale delle pareti in corrispondenza del giunto strutturale, punto di massima debolezza dell'aggregato. Le analisi svolte, integrate con i riscontri ottenuti dalle modellazioni in ambiente 3DEC, hanno mostrato come l'assenza di un efficace vincolo trasversale possa innescare meccanismi locali di ribaltamento fuori piano.

L'obiettivo degli interventi è dunque il ripristino della scolarità per garantire una "risposta d'insieme". La strategia progettuale prevede l'impiego di pannelli in XLAM come sistemi di collegamento, volti a ridurre gli spostamenti in corrispondenza delle zone di discontinuità e a conferire all'organismo edilizio la necessaria stabilità globale. Solo attraverso la trasformazione dei solai in elementi rigidi nel proprio piano sarà possibile assicurare che l'intero aggregato reagisca in modo unitario, superando la frammentazione strutturale che le analisi hanno così chiaramente evidenziato.

Tale strategia d'intervento deve però sottostare a un vincolo metodologico e conservativo imprescindibile: la necessità di non gravare sull'edificio adiacente (Unità 2). Poiché quest'ultima porzione dell'aggregato non è oggetto di intervento diretto e non appartiene alla medesima competenza, le soluzioni progettuali devono garantire il miglioramento sismico dell'Unità 1 in modo autonomo. L'obiettivo è stabilizzare la struttura senza alterare negativamente la risposta dinamica del rudere confinante o trasmettergli spinte parassite che potrebbero danneggiarlo.

Si delinea quindi un percorso progettuale che bilancia l'efficacia strutturale con il rispetto del contesto dell'aggregato, analizzando diverse opzioni di rinforzo. Nelle sezioni successive si entrerà nel dettaglio delle proposte di intervento attuabili, esaminandone criticamente le caratteristiche tecniche, le criticità esecutive e l'effettivo incremento di robustezza apportato all'edificio, al fine di individuare la soluzione più equilibrata.

A tal proposito, è opportuno sottolineare che la valutazione dell'efficacia degli interventi è stata condotta esclusivamente sul modello scollegato. Tale scelta metodologica deriva dalla volontà di operare sulla configurazione modellistica più realistica e cautelativa; studiare l'impatto del rinforzo permette di apprezzare pienamente la capacità del nuovo sistema di colmare le carenze strutturali originarie, validando la sua funzione di "legame" nel passaggio da un insieme di pareti slegate a un organismo scatolare unitario.

10.1.1. Consolidamento tramite sistemi a secco in XLAM

Come già anticipato, la proposta di intervento individuata per il recupero dell'Unità 1 si configura come il risultato di un percorso conoscitivo e numerico articolato in quattro step incrementali, finalizzati a individuare il miglior compromesso tra conservazione della materia storica e sicurezza strutturale. Questa proposta nasce dalla precisa volontà di escludere l'impiego di materiali non reversibili e non sostenibili, prediligendo l'utilizzo di sistemi di rinforzo "a secco" in legno a strati incrociati (XLAM), in piena coerenza con l'identità del borgo.

L'adozione dell'XLAM per l'irrigidimento dei solai e della copertura permette di rispondere alle carenze strutturali rilevate senza ricorrere a getti pesanti o interventi invasivi. A differenza dei rinforzi tradizionali, il legno vanta un eccellente rapporto resistenza/peso che consente di non alterare eccessivamente le masse sismiche dell'edificio; tale invarianza del carico è fondamentale per non incrementare le forze d'inerzia che graverebbero sulle murature esistenti. Inoltre, la natura stessa dell'intervento, basata su montaggi meccanici tramite connessioni metalliche e viteria, assicura la totale reversibilità dell'opera, garantendo una flessibilità e un rispetto della materia originale che le tecniche più tradizionali non potrebbero offrire.

Oltre ai vantaggi strutturali, la scelta dell'XLAM risponde a una precisa strategia di sostenibilità ambientale e riduzione dell'impronta ecologica dell'intervento. In un contesto di recupero come quello di Ghesc, dove l'obiettivo è la rinascita di un organismo architettonico in simbiosi con l'ambiente montano, l'uso del legno permette di abbattere drasticamente le emissioni di CO₂ rispetto alle tecniche di consolidamento tradizionali.

Infine, è opportuno precisare che la proposta qui presentata deve essere intesa come una fase conoscitiva e di studio mirata a indagare l'influenza dei rinforzi sulla cinematica globale, e non come un progetto esecutivo definitivo. In questa fase di modellazione, si è assunto infatti che le connessioni tra i pannelli XLAM e la muratura esistente, così come i pannelli stessi, rimangano in campo elastico.

Tale assunzione metodologica è strettamente legata alla necessità che, in fase d'opera, venga garantita la piena compatibilità degli spostamenti tra il sistema ligneo e quello murario. Affinché la strategia individuata nei quattro step mantenga la propria validità fisica, è essenziale che il sistema di ancoraggio (tramite connettori metallici, piastre o barre incollate) sia ben progettato per assorbire la "domanda" di forza emersa dalle analisi dinamiche senza subire plasticizzazioni. Solo assicurando l'integrità delle connessioni e la solidarietà tra i due materiali è possibile garantire che il comportamento scatolare e la redistribuzione delle rigidezze previsti dal modello si traducano in un'effettiva ed efficace risposta sismica della struttura reale.

Il principio dell'XLAM

Sotto il profilo costruttivo, i pannelli in legno massiccio a strati incrociati (noti come XLAM) sono elementi strutturali di grande formato realizzati mediante la sovrapposizione di diversi strati di tavole. La particolarità di questo sistema risiede nell'incollaggio dei singoli strati in modo che la fibratura del legno risulti ruotata di 90° rispetto a quella delle lamelle adiacenti (**Figura 10.1**). Tale configurazione ortogonale conferisce al pannello un comportamento meccanico bidirezionale, trasformando l'anisotropia tipica del legno in una risposta strutturale più omogenea e stabile [38].

Per quanto riguarda la materia prima, la produzione si avvale prevalentemente di legno di conifera, in linea con le più moderne tecnologie del settore del legno strutturale, garantendo un equilibrio ideale tra leggerezza propria e capacità portante.



Figura 10.1 Rappresentazione schematica della tecnologia XLAM [39]

L'efficacia dei pannelli XLAM risiede nella loro capacità di assolvere simultaneamente a molteplici funzioni strutturali, operando sia come elementi di piastra che di lastra. Nel primo caso, il pannello risponde efficacemente alle sollecitazioni perpendicolari al proprio piano grazie alla rigidità flessionale e al taglio garantiti dalla stratificazione incrociata; nel secondo caso, la resistenza agli sforzi normali e tangenziali nel piano consente di assorbire le azioni orizzontali tipiche dell'evento sismico. Tale versatilità rende l'XLAM una tecnologia ottimale per il consolidamento, consentendo l'impiego dei pannelli sia come orizzontamenti che come elementi di controvento. La lavorabilità del legno permette inoltre un adattamento geometrico estremamente preciso seguendo le irregolarità delle murature storiche: i pannelli possono essere sagomati e ritagliati seguendo il profilo delle aperture o l'andamento dei solai, garantendo una perfetta aderenza agli elementi con cui devono collaborare meccanicamente.

I parametri meccanici elastici adottati per la modellazione dei pannelli XLAM, derivanti dalle specifiche tecniche di un produttore tipo, sono riassunti nella **Tabella 10.1**.

Tabella 10.1 Parametri elastici del pannello XLAM [40]

Modulo elastico	Simbolo	Valore [MPa]
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	E_1	11.000
Modulo elastico medio perpendicolare	E_2	370
Modulo di taglio medio	G	690

10.2. Analisi dei rinforzi locali all'interno del software: il contrasto dei meccanismi fuori piano

Come già anticipato all'interno di questo capitolo, la proposta di consolidamento è il risultato di un'ottimizzazione iterativa condotta secondo un approccio "step-by-step". Invece di un inserimento massivo di rinforzi, si è optato per una progressione cautelativa, testando diversi scenari di posizionamento dei pannelli XLAM per monitorarne il beneficio incrementale sulla risposta globale dell'Unità 1. L'obiettivo primario è stato risolvere l'assenza di comportamento scatolare e la suscettibilità al ribaltamento fuori piano in corrispondenza del giunto strutturale. Di seguito vengono analizzati nel dettaglio gli step della modellazione e le assunzioni di calcolo che garantiscono la stabilità dell'edificio nel rispetto del contesto di aggregato.

Al fine di validare o meno l'efficacia della parete in XLAM introdotta, i risultati ottenuti vengono analizzati seguendo la medesima metodologia esposta nel § 8, garantendo così la massima coerenza durante l'intero processo di valutazione. L'attenzione si focalizza sul confronto diretto tra il modello non rinforzato (in configurazione scollegata) e quello oggetto di intervento, prendendo come riferimento l'azione sismica relativa al periodo di ritorno di 2475 anni. Per facilitare la lettura dei grafici comparativi e garantire una comprensione univoca dei risultati, si definisce di seguito la corrispondenza tra le sigle dei modelli e le diverse configurazioni di rinforzo analizzate.

Tale nomenclatura identifica in modo univoco l'evoluzione dell'intervento, passando dal consolidamento locale alla completa integrazione strutturale:

- **U**: Identifica il modello privo di rinforzi;
- **W16**: Identifica il modello con parete trasversale XLAM da 16 cm;
- **W14**: Identifica il modello con parete trasversale XLAM da 14 cm;
- **W12**: Identifica il modello con parete trasversale XLAM da 12 cm;
- **W16 + F12**: Identifica il modello con parete trasversale XLAM da 16 cm e solaio XLAM da 12 cm;
- **W16 + F12 + W16**: Identifica il modello con parete trasversale XLAM da 16 cm, solaio XLAM da 12 cm e parete longitudinale XLAM (in corrispondenza della parete 3) da 16cm;

10.2.1. Chiusura strutturale del sistema a "C"

Il primo scenario analizzato nell'iter progettuale si focalizza sulla risoluzione della vulnerabilità più critica emersa dalle analisi precedenti: l'eccessiva deformabilità trasversale in corrispondenza del giunto con l'Unità 2. In questa fase, la parete fittizia precedentemente utilizzata nel modello scollegato come artificio per poter inserire il diaframma all'interno dell'Unità 1 viene sostituita da un pannello strutturale in XLAM.

Per questa prima implementazione sono state adottate le proprietà meccaniche precedentemente illustrate, modellando la parete come un elemento capace di reagire alle azioni nel proprio piano. La scelta tecnica di tale elemento è ricaduta su un pannello con uno spessore complessivo di 16 cm (160 mm). Tale spessore rappresenta una misura standard nel consolidamento ligneo, capace di offrire un'elevata resistenza senza sottrarre eccessivo spazio utile interno o aggiungere significativa massa sismica all'Unità esistente. Dal punto di vista geometrico, l'altezza e lo sviluppo del pannello sono stati calibrati per essere perfettamente coerenti con il profilo della parete confinante, garantendo una continuità visiva che rispetti l'integrità dell'aggregato pur mantenendo l'indipendenza strutturale tra le due unità. All'interno del software di calcolo, questa parete è stata tradotta mediante l'inserimento di due montanti elastici centrali definiti con le proprietà inerziali del pannello previsto (**Tabella 10.1**).

Un aspetto fondamentale della modellazione riguarda poi la gestione dei carichi e delle inerzie. La ripartizione delle masse ai nodi è stata mantenuta identica a quella definita per il precedente modello scollegato, garantendo così la massima coerenza nel confronto. L'unica variazione sostanziale risiede nella natura della parete di interfaccia: mentre nel modello preliminare essa era puramente fittizia e priva di rigidità propria, in questa fase assume una consistenza fisica e meccanica reale grazie alle proprietà dell'XLAM. Questa prima prova costituisce la base necessaria per valutare se la sola chiusura verticale sia sufficiente a stabilizzare l'organismo o se il percorso iterativo richieda l'integrazione di diaframmi di piano per solidarizzare l'intero volume.

A valle delle scelte tecniche effettuate, in **Figura 10.2** si riporta l'estratto del modello strutturale relativo alla parete di interfaccia oggetto di modifica. Nell'immagine è possibile osservare la geometria della nuova struttura, dove i montanti elastici e le relative travi di collegamento definiscono il nuovo telaio in XLAM.

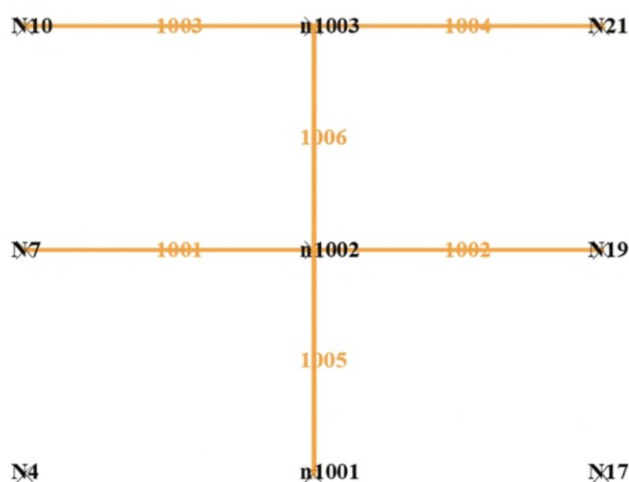


Figura 10.2 Prospetto Parete XLAM 4 - Modello Scollegato

Cicli di isteresi

Dall'esame comparativo dei cicli di isteresi emerge un dato di particolare interesse, si osserva infatti che la risposta globale del fabbricato in direzione longitudinale (ovvero parallelamente al piano delle pareti principali) risulta pressoché identica. Le curve forza-spostamento mantengono un andamento analogo, evidenziando come l'introduzione della parete in XLAM non abbia alterato significativamente la rigidezza o la capacità dissipativa in questa specifica direzione. Tale evidenza sperimentale non deve essere interpretata come un'inefficacia del rinforzo, bensì come la conferma di una scelta progettuale coerente con il principio del minimo intervento. La criticità principale dell'Unità 1 non risiedeva infatti nella resistenza nel piano dei propri setti, ma nella fragilità dei collegamenti e nella conseguente vulnerabilità ai fuori piano. Pertanto, il fatto che i cicli di isteresi longitudinali rimangano invariati conferma che il setto in XLAM sta operando correttamente come elemento di "chiusura" trasversale, senza interferire negativamente con il comportamento globale delle murature ma limitandosi a stabilizzarne la cinematica.

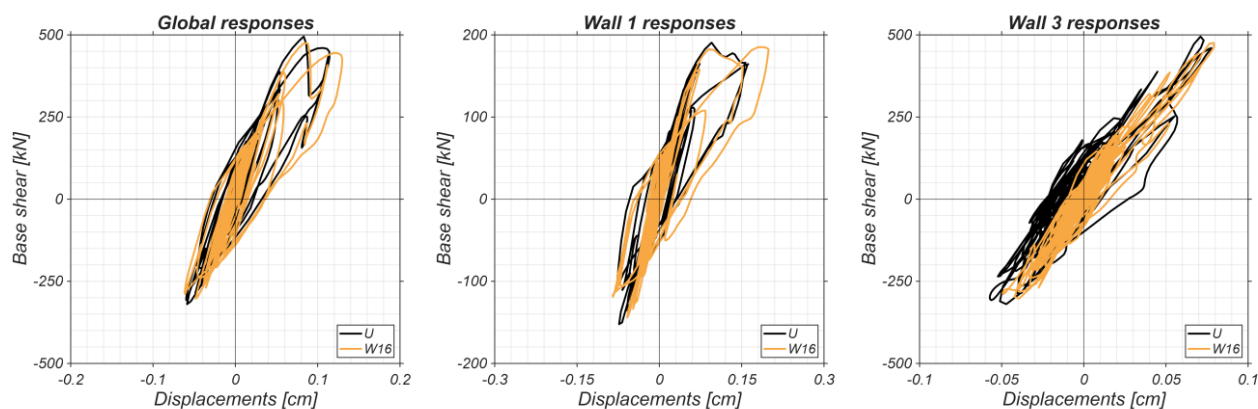


Figura 10.3 Cicli di isteresi – T0819

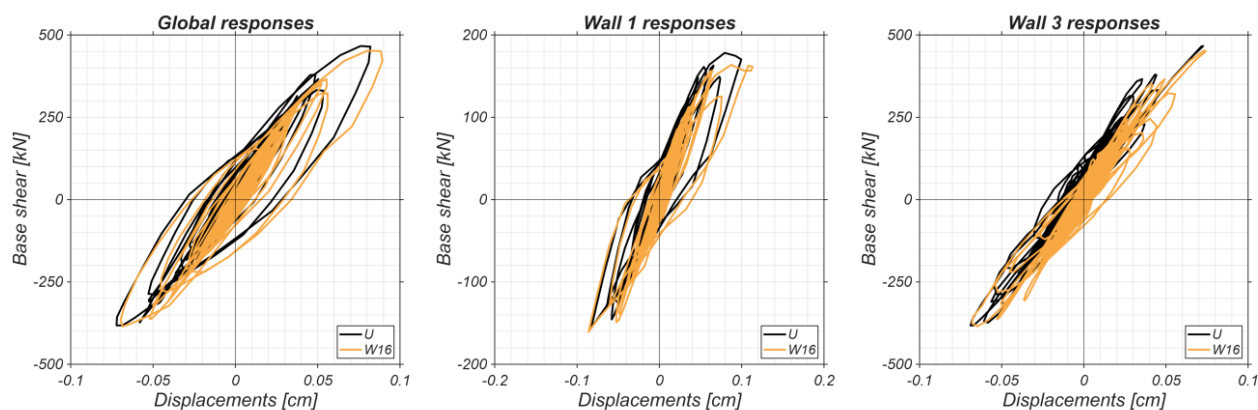


Figura 10.4 Cicli di isteresi – CMI

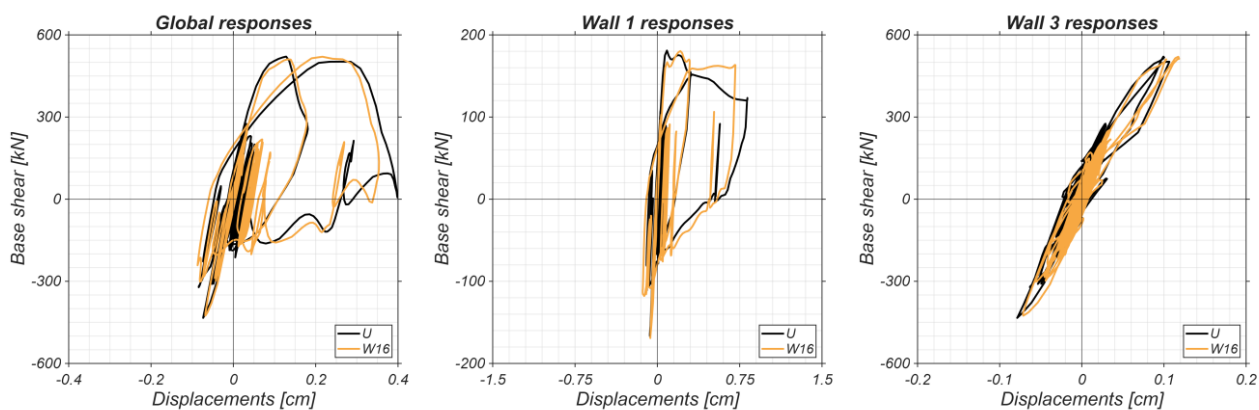


Figura 10.5 Cicli di isteresi – FIN0

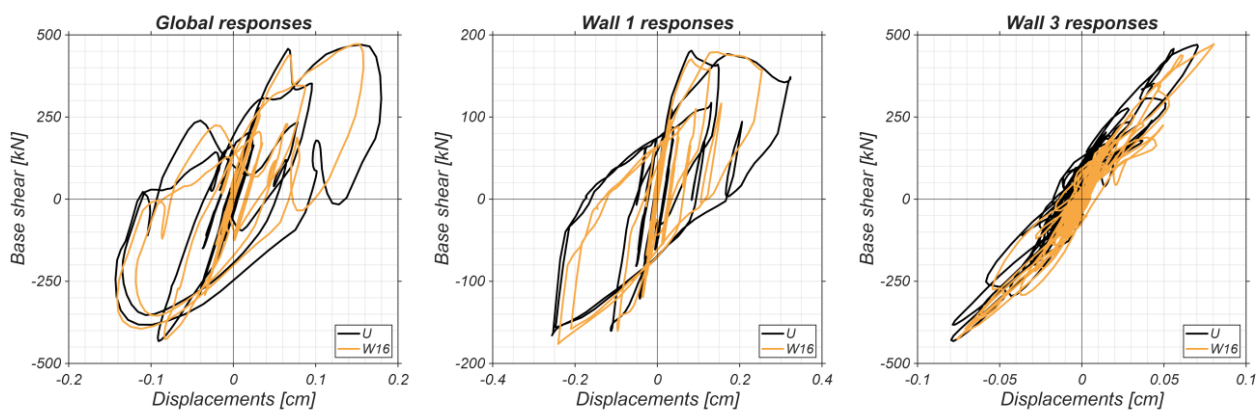


Figura 10.6 Cicli di isteresi – ILLI

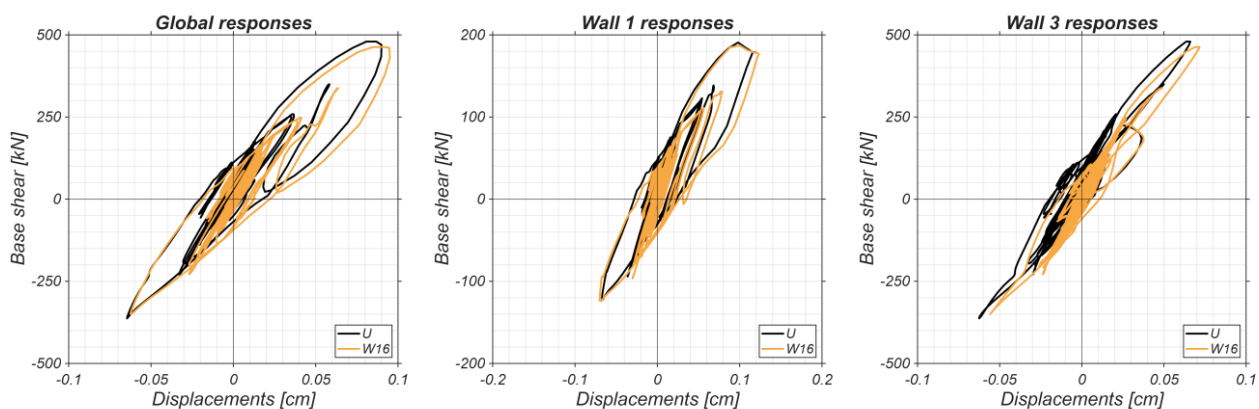


Figura 10.7 Cicli di isteresi – LEF1

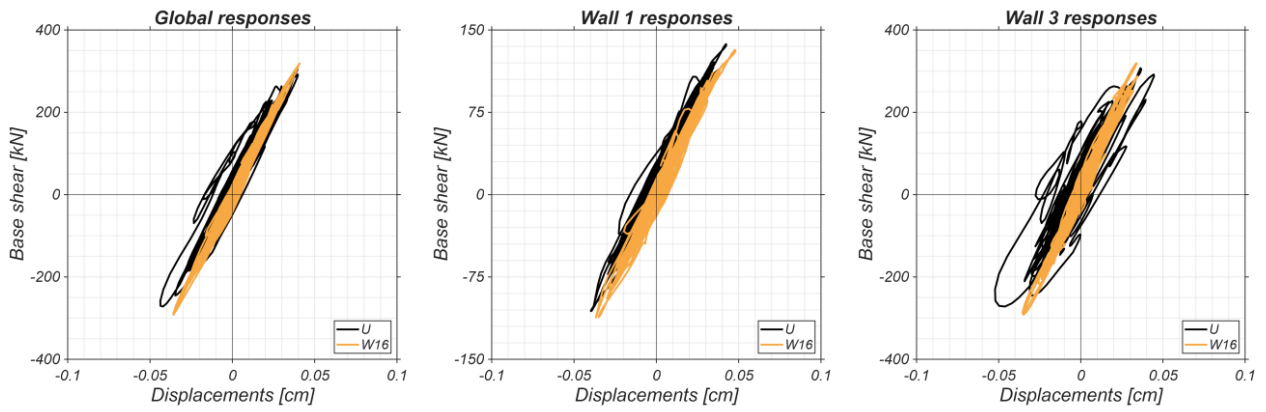


Figura 10.8 Cicli di isteresi – MOG0

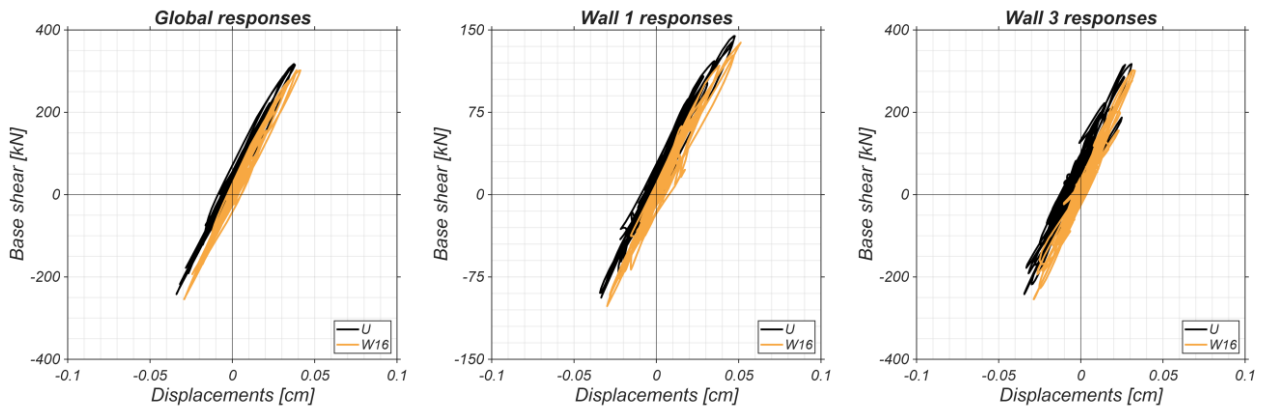
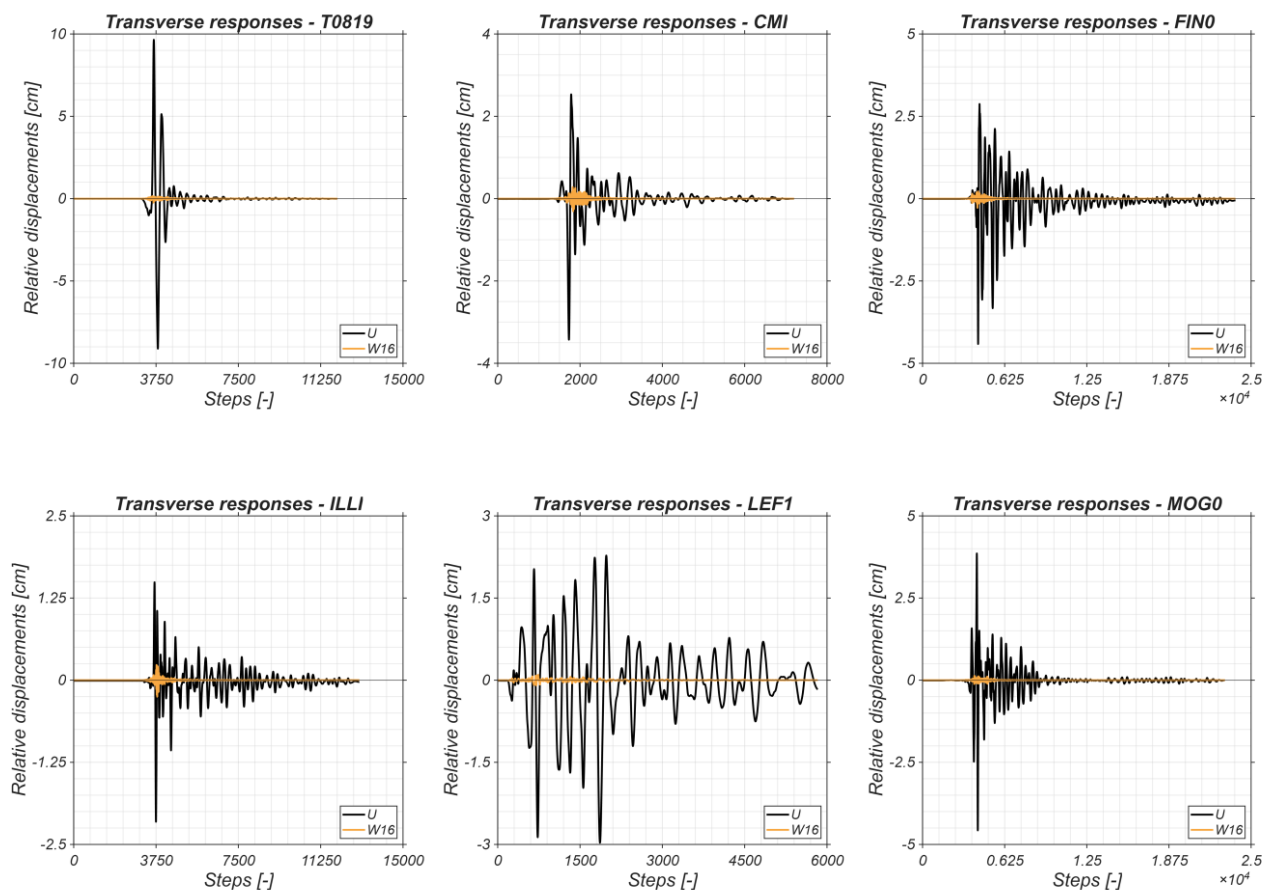


Figura 10.9 Cicli di isteresi - CLF

Spostamento trasversale

Se l'analisi longitudinale ha mostrato un'invarianza della risposta, lo studio del comportamento in direzione trasversale rivela l'eccezionale efficacia del primo step di intervento. Il confronto tra i modelli evidenzia un mutamento radicale della cinematica del fabbricato in quanto le pareti longitudinali dell'Unità 1, che nel modello non rinforzato manifestavano una propensione al ribaltamento fuori piano, risulta ora perfettamente stabilizzata dal pannello in XLAM.

Il dato numerico relativo allo spostamento trasversale in corrispondenza del giunto con l'Unità 2 è, in tal senso, risolutivo. Mentre nello stato di fatto il modello WC registrava, per l'azione sismica a 2475 anni, uno spostamento massimo nell'ordine dei 10 cm, l'introduzione del pannello riduce tale deformazione di almeno un ordine di grandezza (**Figura 10.10 – T0819**).



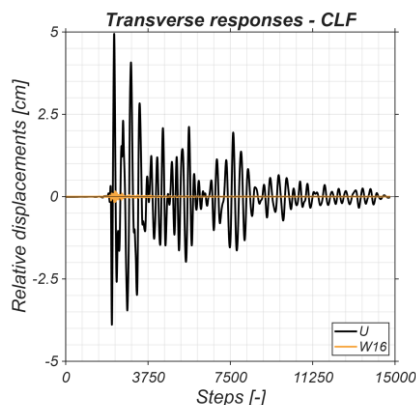


Figura 10.10 Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti

10.2.2. Analisi di sensibilità sullo spessore del rinforzo

Per validare la robustezza della soluzione progettuale e verificare l'ottimalità dello spessore adottato, è stata condotta un'analisi di sensibilità focalizzata sulla parete trasversale di rinforzo; l'obiettivo è quello di comprendere come la variazione dello spessore del pannello influenzi la risposta dinamica globale e gli spostamenti trasversali dell'edificio.

A tal fine, sono stati modellati e messi a confronto tre diversi scenari tecnologici, mantenendo invariata la geometria complessiva dell'intervento:

- Pannello da 16 cm: configurazione di progetto;
- Pannello da 14 cm: prima ipotesi di riduzione;
- Pannello da 12 cm: ipotesi di minimo spessore strutturale.

Mediante questa analisi mirata, si vuole monitorare se la riduzione dello spessore del pannello riattivi in modo significativo gli spostamenti trasversali in corrispondenza del giunto o se provochi un aggravamento dei quadri di danno sulle pareti longitudinali adiacenti. Questo passaggio permette di giustificare la soluzione finale non come una scelta arbitraria, bensì come il risultato di un'ottimizzazione basata sull'effettiva risposta del modello.

Al fine di garantire l'affidabilità del confronto, tutte le assunzioni relative alla geometria globale, alla caratterizzazione dei materiali e alla distribuzione delle masse ai nodi sono state mantenute invariate rispetto al primo step di modellazione. L'unica variabile introdotta nel software riguarda per l'appunto le proprietà geometriche dei montanti elastici che schematizzano i pannelli in XLAM.

Modificando lo spessore nominale del rinforzo (da 12 cm a 16 cm), si è proceduto all'aggiornamento automatico dell'area della sezione trasversale (A) e del momento d'inerzia (J) dei montanti. Questi parametri governano la rigidezza assiale e flessionale del sistema di stabilizzazione, determinandone la capacità di contrastare i cinematismi fuori piano della muratura.

In **Tabella 10.2** vengono riassunti i valori numerici implementati per le tre diverse configurazioni analizzate:

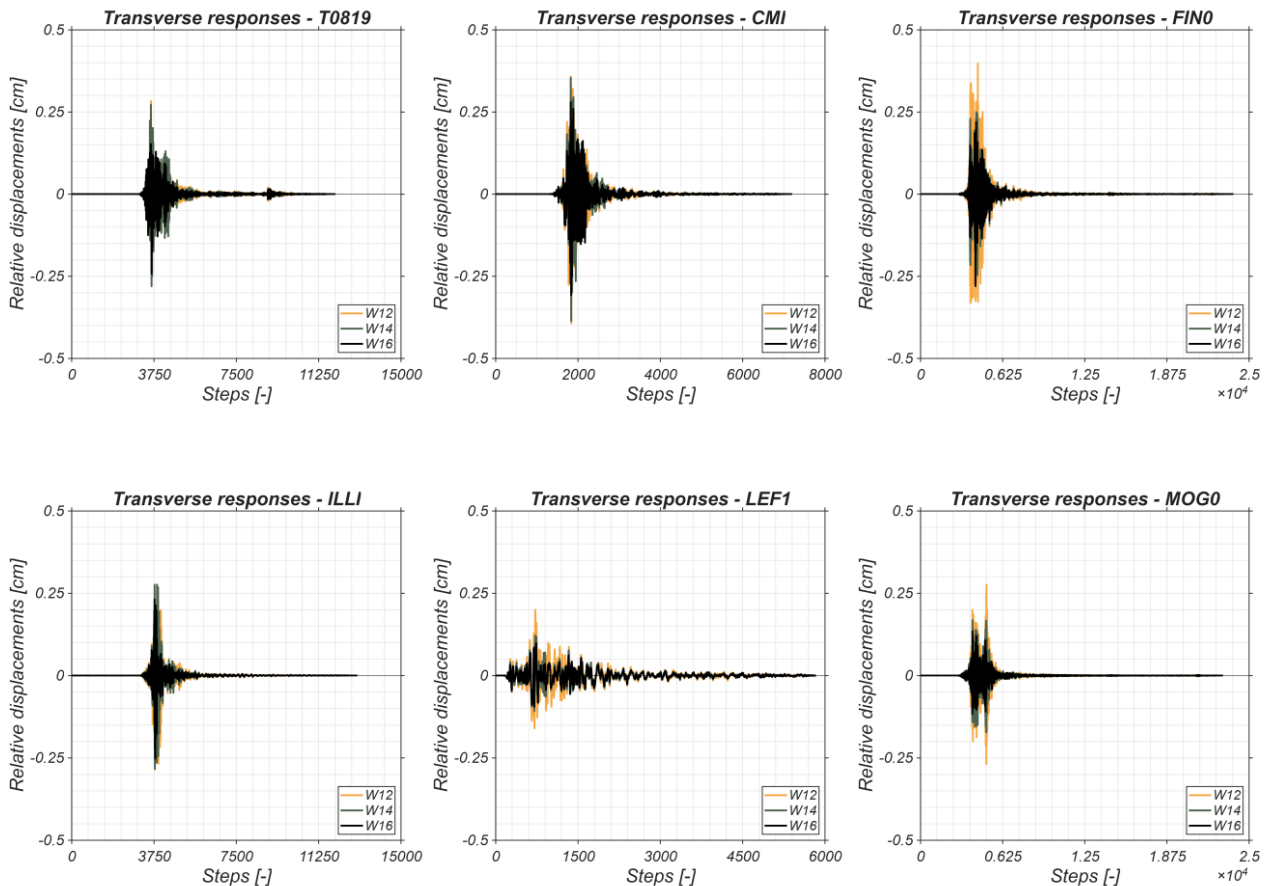
Tabella 10.2 Parametri geometrici e proprietà inerziali dei montanti equivalenti in XLAM

Spessore Pannello [cm]	Area Montante [m ²]	Inerzia Montante [m ⁴]
12 cm	0,774	2,6834
14 cm	0,903	3,1306
16 cm	1,032	3,5778

Come si evince da tali dati, il parametro chiave è rappresentato dai contributi della rigidezza assiale e flessionale, definiti dal modulo di Young (E) e dall'area (A) e dall'inerzia (J) della sezione. Si procede ora alla valutazione dell'efficacia dei diversi spessori attraverso il confronto degli spostamenti trasversali al giunto. In questa fase si è scelto di non riportare i relativi cicli di isteresi, poiché i risultati coincidono con lo step precedente: se già il confronto tra il modello non rinforzato e quello con pannello da 16 cm non mostrava variazioni nella rigidezza nel piano delle pareti, le soluzioni con spessori inferiori convergono necessariamente verso il medesimo comportamento, rendendo superflua un'ulteriore trattazione grafica.

Spostamento trasversale

L'analisi degli spostamenti trasversali fornisce i risultati più significativi dell'intero confronto, rivelando un comportamento strutturale di estremo interesse, in quanto i valori degli spostamenti ottenuti per i tre scenari (12 cm, 14 cm e 16 cm) risultano pressoché medesimi. Questo dimostra che, ai fini della stabilizzazione dell'Unità 1, il fattore determinante non è tanto lo spessore del pannello XLAM adottato, quanto l'effettiva presenza di un elemento di chiusura trasversale. In altri termini, il passaggio dal modello privo di rinforzo (dove si registravano spostamenti di 10 cm) a uno qualsiasi dei modelli rinforzati produce un beneficio tale da rendere la variazione della sezione resistente un parametro secondario. Analizzando nel dettaglio i singoli accelerogrammi, si osserva una minima divergenza esclusivamente in un unico record (**Figura 10.11 – FIN0**), dove la configurazione da 12 cm mostra uno scostamento di appena 0,1 cm (1 mm) superiore rispetto a quello ottenuto inserendo il pannello da 16 cm. Trattandosi di una differenza millimetrica in corrispondenza del picco massimo di sollecitazione, ed essendo i risultati medi dei record perfettamente allineati, il dato conferma la robustezza di tutte le soluzioni testate.



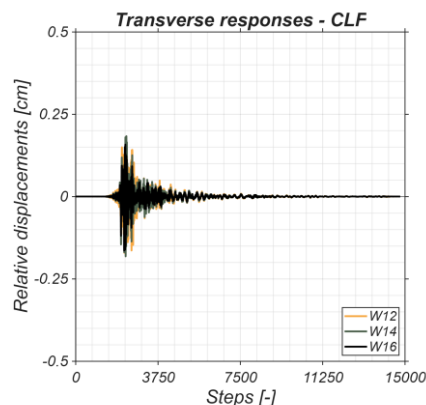


Figura 10.11 Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti

10.2.3. Effetti dell'inserimento del solaio rigido

Una volta accertata l'efficacia della parete trasversale in XLAM nel contenimento dei fuori piano delle pareti longitudinali, la fase successiva della modellazione ha previsto l'inserimento di pannelli strutturali a livello dei solai. Mantenendo invariata la configurazione del setto verticale da 16 cm, che era risultata ottimale nello Step 1, si è proceduto a rinforzare i due orizzontamenti piani con l'obiettivo di trasformarli in diaframmi rigidi. Questa necessità deriva dalle evidenze emerse nelle analisi precedenti, le quali mostravano una risposta longitudinale ancora fortemente asimmetrica e del tutto simile a quella del modello non rinforzato.

L'integrazione dei solai in XLAM mira a creare un organismo strutturale solidale: un diaframma con adeguata rigidità nel piano è infatti in grado di ripartire le azioni sismiche tra le pareti longitudinali in base alla loro rigidità relativa, con l'obiettivo di ottenere un comportamento scatolare. Di seguito verrà analizzato come tale redistribuzione influenzi i cicli di isteresi, verificando se l'inserimento di rinforzi a livello dei solai possa effettivamente trasformare l'aggregato in un'unità cinematica coerente.

Sotto il profilo modellistico, la geometria rimane quella dello Step 1 con l'aggiunta funzionale dei rinforzi orizzontali. L'intervento è stato simulato ridefinendo le proprietà meccaniche degli impalcati esistenti per rappresentare un pannello standard da 12 cm.

Per quanto concerne la distribuzione delle masse, essa è rimasta nuovamente invariata rispetto ai modelli precedenti, in quanto non è stata effettuata alcuna alterazione della geometria del modello. La valutazione dell'efficacia dello Step 3 si concentra quindi sul confronto dei cicli di isteresi in direzione longitudinale e sulla mappatura del quadro di danno, parametri che permettono di verificare l'effettivo raggiungimento del comportamento scatolare.

In questa fase, non si ritiene necessario riportare esplicitamente i grafici degli spostamenti trasversali al giunto. Avendo mantenuto la configurazione della parete XLAM da 16 cm (già validata negli Step 1 e 2), i valori di spostamento fuori piano risultano pressoché identici a quelli precedentemente analizzati, confermando la stabilità del vincolo trasversale. L'attenzione viene dunque spostata interamente sulla risposta longitudinale, dove l'introduzione dei solai rigidi dovrebbe finalmente innescare una redistribuzione delle forze sismiche tra le Pareti 1 e 3.

Cicli di isteresi

L'analisi dei cicli di isteresi ottenuti evidenzia un cambiamento sostanziale nella risposta dinamica dell'edificio, confermando l'efficacia del solaio nel modificare la gerarchia delle resistenze. In particolare, i risultati mostrano come l'inserimento del solaio rigido determini un peggioramento della risposta della Parete 3, la quale, nel modello non rinforzato, permaneva quasi esclusivamente in un campo di danneggiamento limitato.

Nella configurazione originale, l'assenza di un diaframma rigido faceva sì che ogni parete rispondesse in base alla propria area di influenza, comportandosi essenzialmente come un elemento isolato. L'introduzione dei solai in XLAM modifica questa dinamica, favorendo una redistribuzione delle forze che tende verso una ripartizione proporzionale alla rigidezza relativa dei setti.

In questa nuova configurazione, analizzando i risultati si nota come la Parete 3 (caratterizzata da una minore foratura e quindi da una rigidezza maggiore rispetto alla Parete 1) finisce per comportarsi come un vero e proprio "perno" rigido del sistema. Il diaframma, non potendosi deformare a taglio, trasmette una quota considerevole di forza sismica dalla Parete 1 alla Parete 3. Di conseguenza, quest'ultima si trova a dover assorbire un'aliquota di forza d'inerzia molto superiore a quella precedente, manifestando una risposta dissipativa più marcata, ma anche un impegno strutturale decisamente più gravoso.

L'efficacia della presenza del diaframma emerge con particolare chiarezza analizzando le risposte ai record sismici più intensi, che risultano i più significativi ai fini della comprensione del fenomeno. Come osservabile nei grafici relativi ai casi di **Figura 10.14** e **Figura 10.15**, il mutamento del comportamento strutturale è netto. L'introduzione del solaio rigido permette di ridurre lo spostamento della Parete 1, che nello stato di progetto risultava l'elemento più vulnerabile e deformabile. Contestualmente, si osserva un fenomeno speculare sulla Parete 3, dove lo spostamento arriva quasi a raddoppiare rispetto alla configurazione non rinforzata. Negli altri record analizzati, caratterizzati da azioni sismiche di minore entità, questo fenomeno risulta meno evidente. In tali casi, la struttura permane prevalentemente in campo di danneggiamento limitato, dove le deformazioni contenute non permettono di apprezzare appieno il cambio di regime cinematico. A sostegno di quanto detto finora, si riportano di seguito i diagrammi forza-spostamento ottenuti dalle analisi dinamiche non lineari condotte sul modello rinforzato con diaframmi di piano parallelamente a quelli derivati dal modello privo di irrigidimenti.

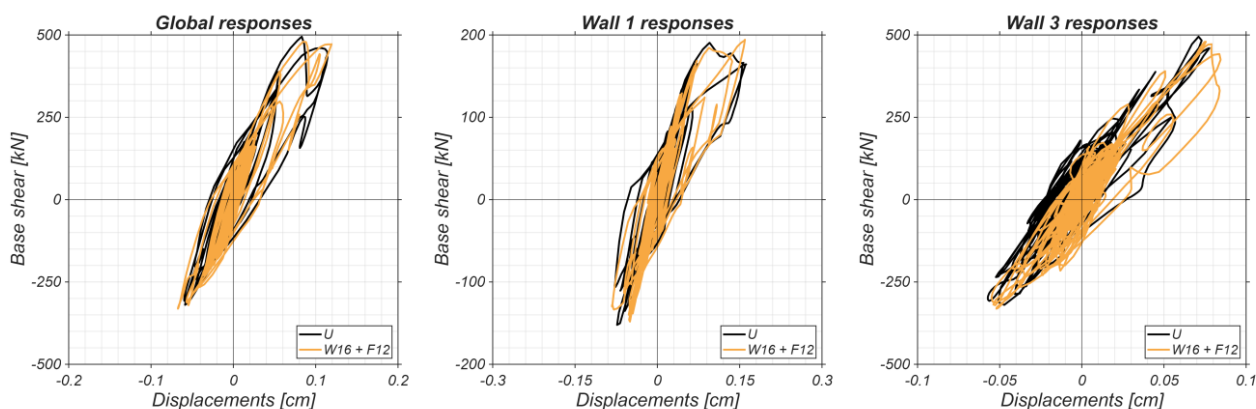


Figura 10.12 Cicli di isteresi - T0819

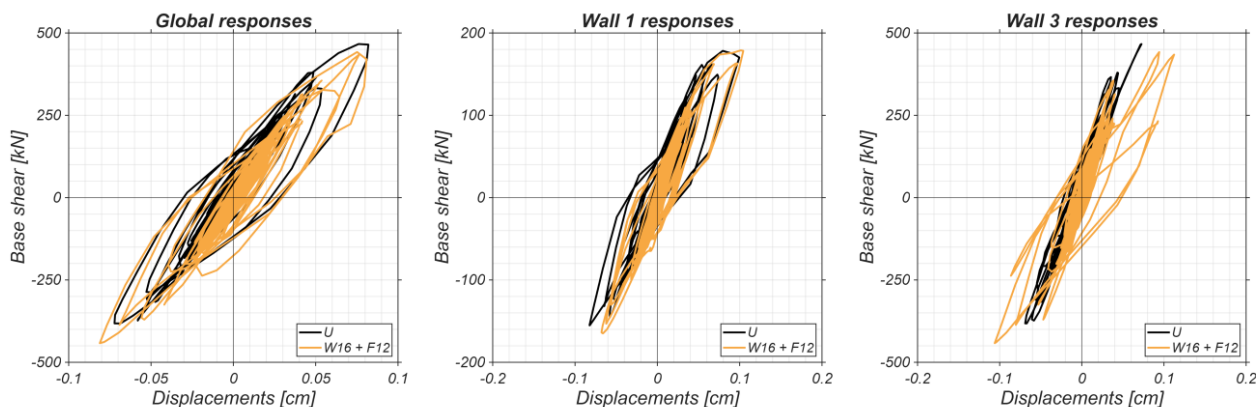


Figura 10.13 Cicli di isteresi – CMI

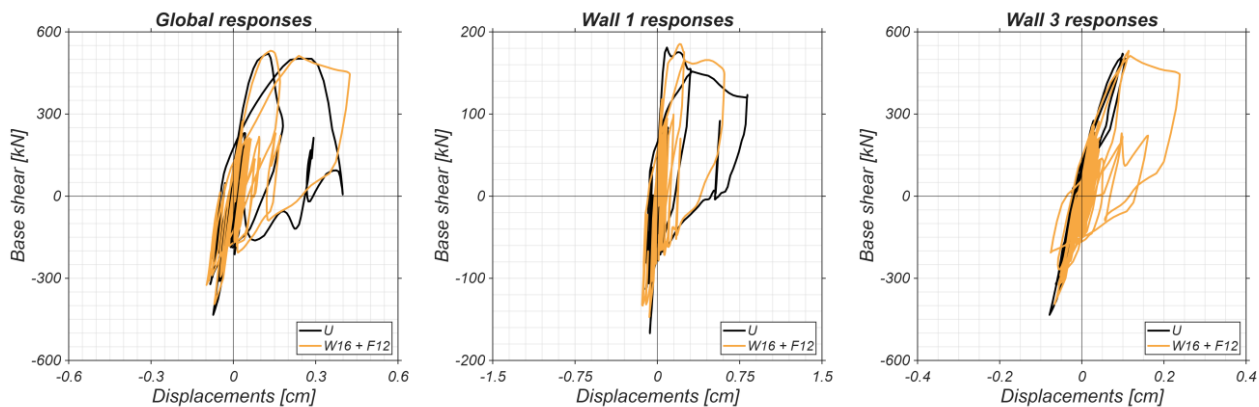


Figura 10.14 Cicli di isteresi - FIN0

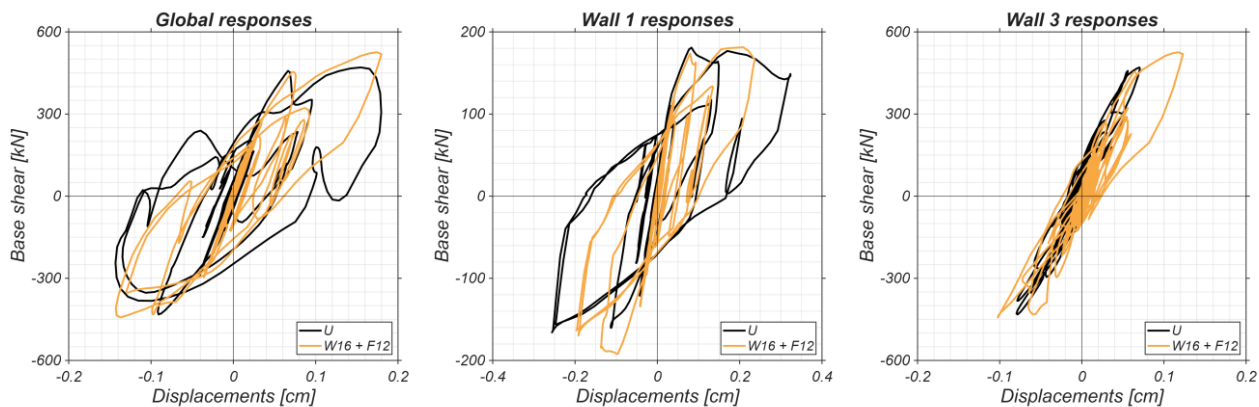


Figura 10.15 Cicli di isteresi – ILLI

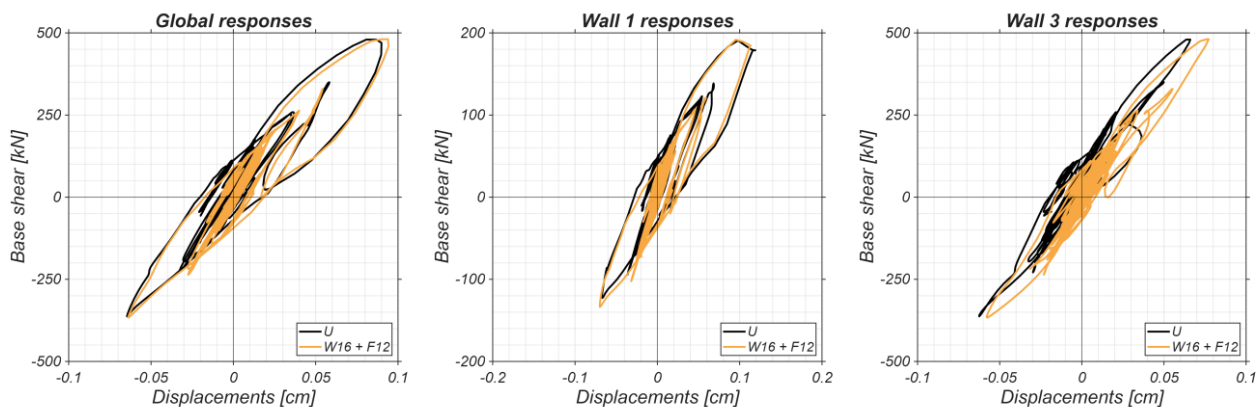


Figura 10.16 Cicli di isteresi - LEF1

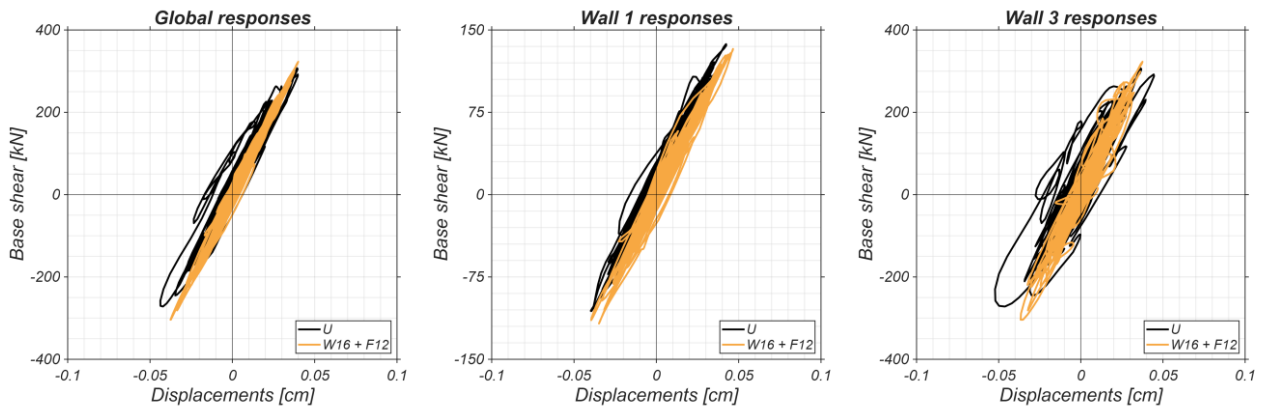


Figura 10.17 Cicli di isteresi - MOG0

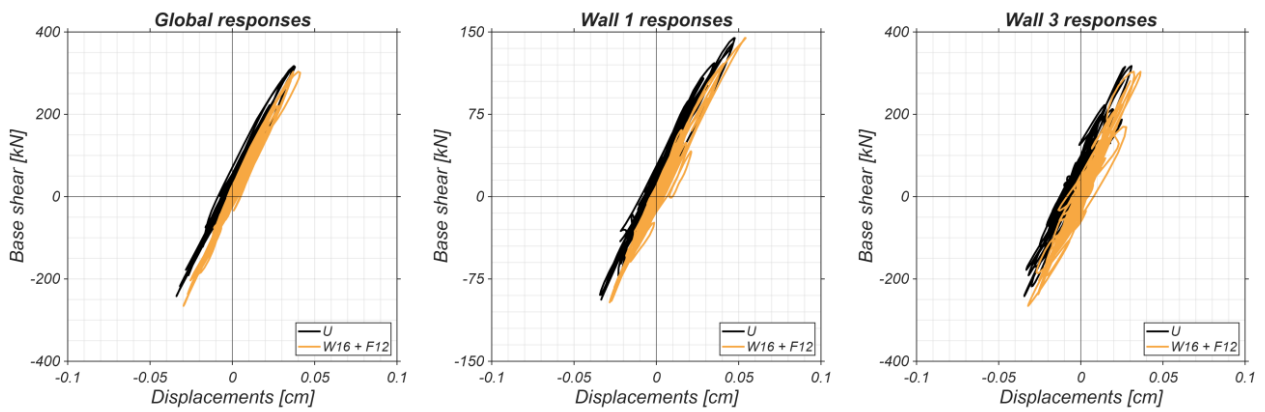


Figura 10.18 Cicli di isteresi - CLF

Quadri di danno

Per una comprensione esaustiva dell'efficacia dell'intervento, è fondamentale analizzare l'evoluzione dei quadri di danno sui principali allineamenti murari. I prospetti delle Pareti 1 e 3 rappresentano, in questa fase, i documenti più significativi per validare la strategia di rinforzo. Attraverso il confronto visivo delle mappature dei danni, è possibile apprezzare come gli elementi strutturali abbiano modificato la propria risposta specifica a seguito dell'inserimento dei solai in XLAM.

Osservando le scale cromatiche dei modelli, si nota un'inversione di tendenza coerente con i dati degli spostamenti precedentemente commentati. La Parete 3, nella nuova configurazione, mostra criticità sensibilmente maggiori rispetto al modello privo di rinforzi (**Figura 10.21** e **Figura 10.22**). Visivamente, la mappatura del danno si intensifica, virando verso scale di colori più scure che indicano un superamento della soglia elastica e un maggiore impegno dissipativo. Questo incremento del danno è la prova tangibile che il setto, essendo più rigido di quello Ovest, ha assorbito quote di forza sismica che prima non gli competevano.

Al contrario, la Parete 1, ovvero l'allineamento più forato e vulnerabile, manifesta un parziale "scarico" delle sollecitazioni. Sebbene il danno rimanga presente data la natura intrinseca del setto, l'intensità delle lesioni risulta più contenuta e distribuita in modo meno distruttivo, poiché grazie alla collaborazione del diaframma rigido la parete non è più costretta a sostenere isolata la propria quota d'inerzia, ma viene supportata dalla rigidità della Parete 3.

Questo spostamento delle macchie di danno dai settori più fragili a quelli più resistenti conferma che l'organismo edilizio sta finalmente lavorando come un'unità solidale. Si riportano di seguito i confronti diretti tra la configurazione priva di rinforzi e quella appena discussa, al fine di rendere esplicito il mutamento del comportamento strutturale indotto dai nuovi diaframmi di piano.

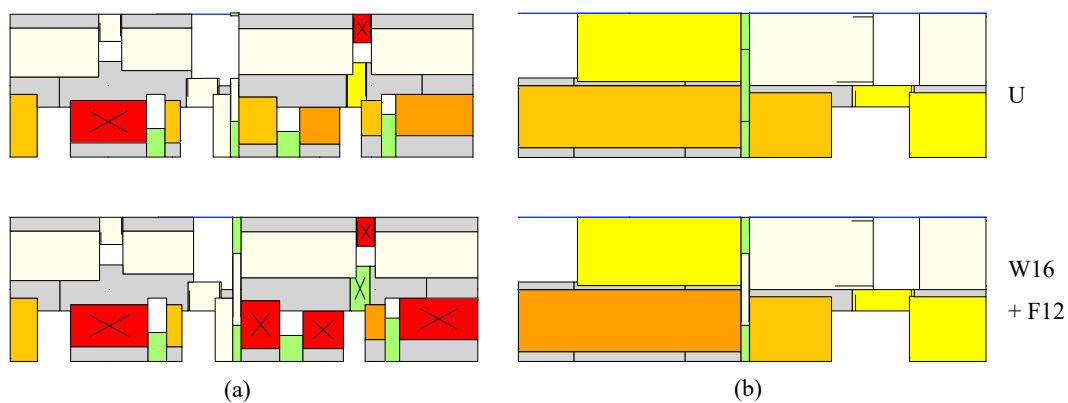


Figura 10.19 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - T0819

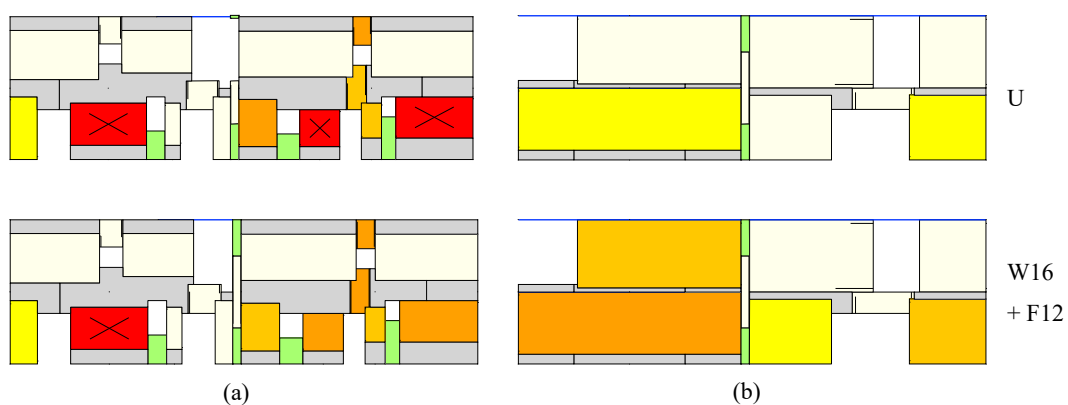


Figura 10.20 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - CMI

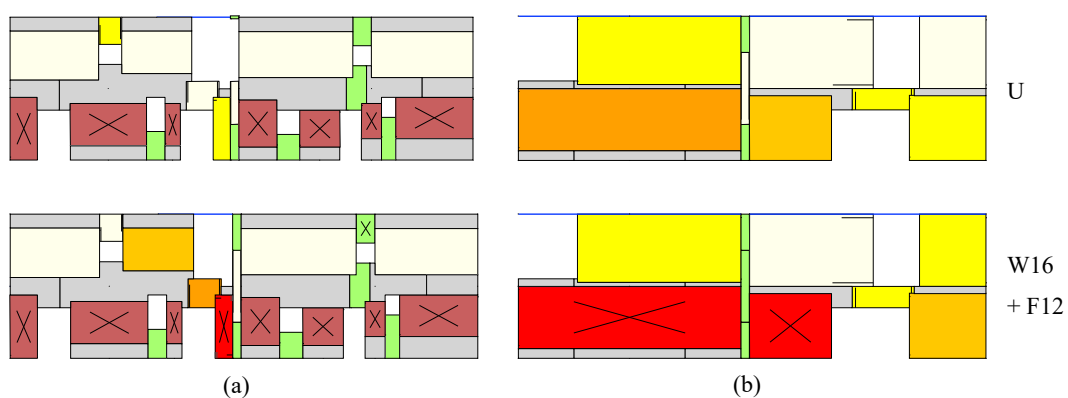


Figura 10.21 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - FIN0

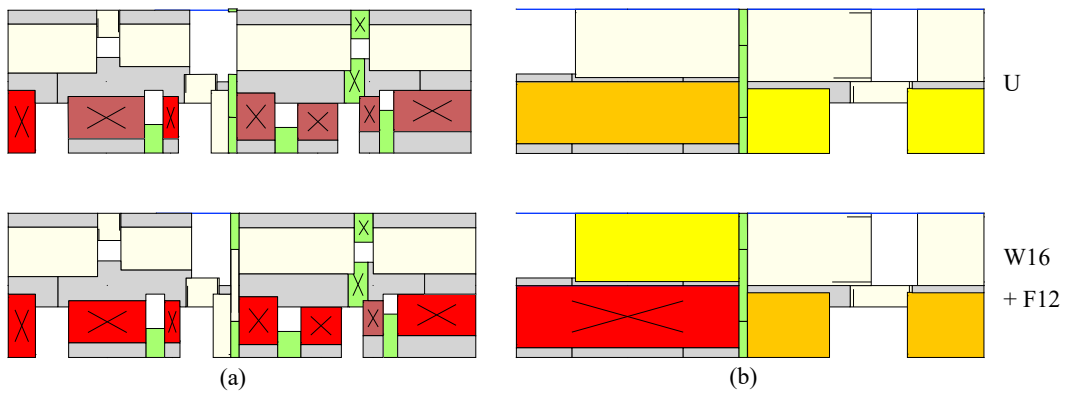


Figura 10.22 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – ILLI

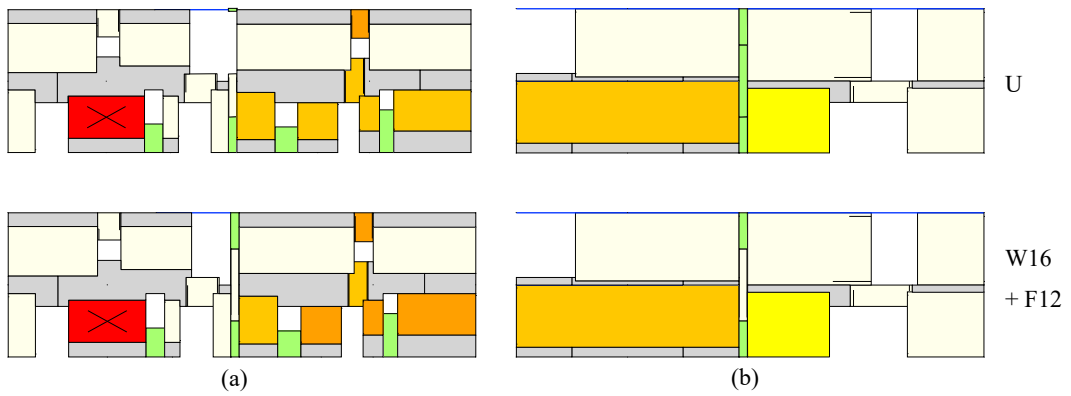


Figura 10.23 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - LEF1

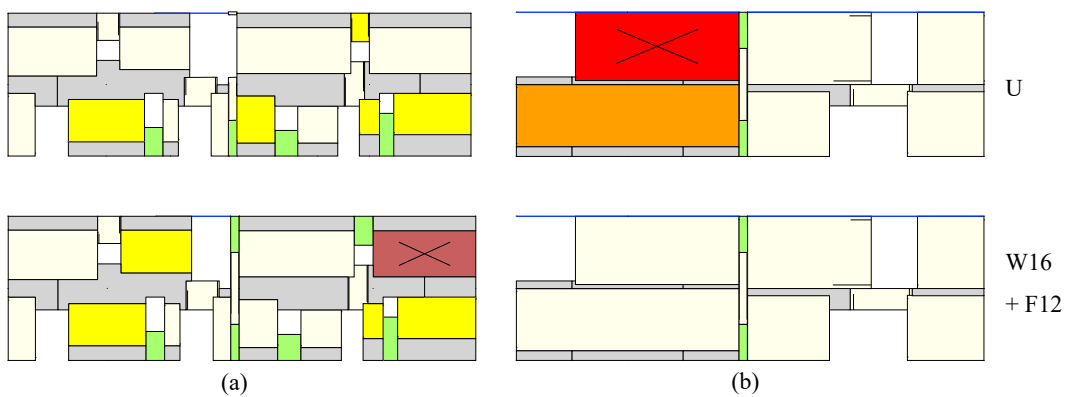


Figura 10.24 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - MOG0

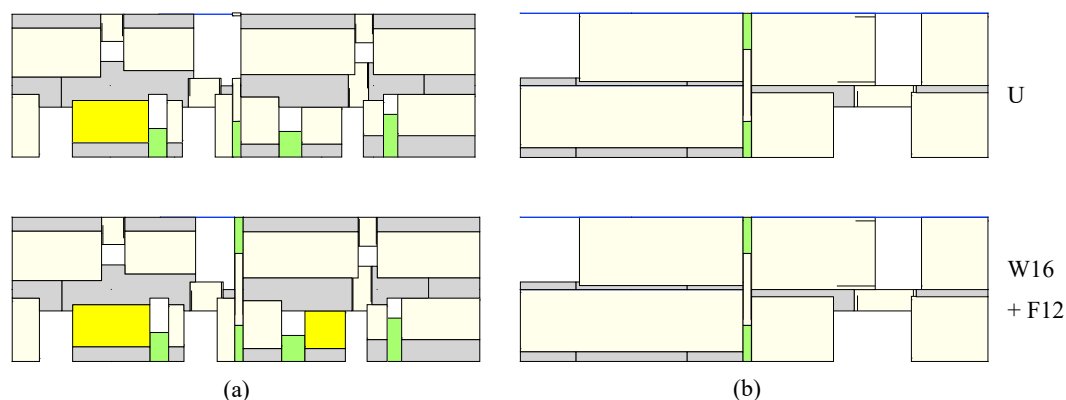


Figura 10.25 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – CLF

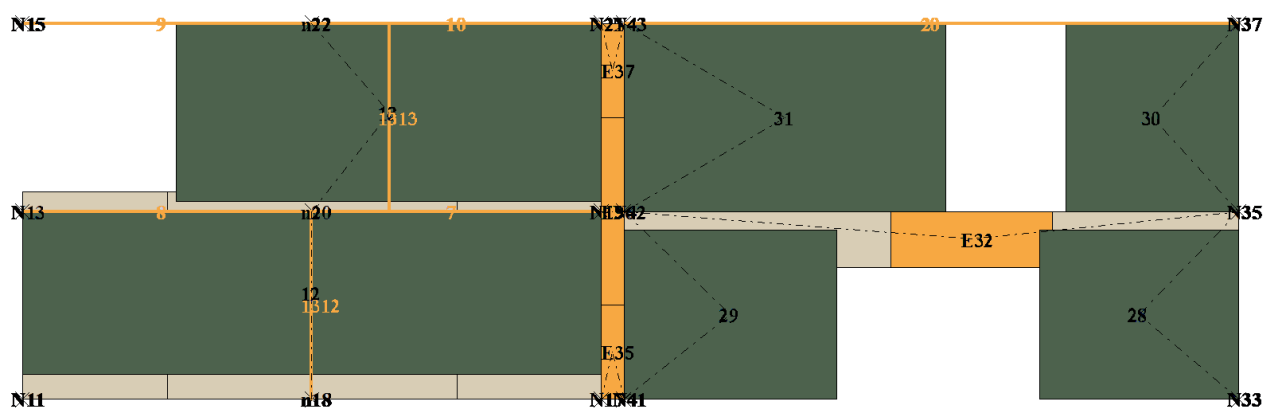
10.2.4. Sintesi della proposta di intervento e validazione finale

Il percorso di analisi "step by step" condotto finora ha permesso di isolare i contributi dei singoli interventi e di comprenderne le reciproche interazioni meccaniche. Se lo Step 1 ha risolto la vulnerabilità fuori piano tramite la parete trasversale e lo Step 3 ha innescato il comportamento scatolare attraverso l'inserimento di solai rigidi, i risultati ottenuti hanno evidenziato la necessità di un ultimo fondamentale tassello progettuale. L'attivazione del comportamento tridimensionale dell'aggregato, infatti, ha comportato un sovraccarico della Parete 3 che, fungendo da fulcro rigido del sistema, si trova a dover dissipare una quota di energia eccessiva rispetto alla sua capacità resistente originaria.

Sulla base di queste evidenze, la proposta di intervento finale si configura come una sintesi organica delle soluzioni precedentemente testate, integrata da un ulteriore rinforzo mirato. Per garantire un'efficace scolarità senza compromettere l'integrità del setto più rigido, si è proceduto a consolidare longitudinalmente anche la Parete 3 mediante l'applicazione di un pannello in XLAM analogo a quello adottato per la Parete trasversale. Questa scelta tecnica completa lo schema di rinforzo, permettendo di distribuire le sollecitazioni su un sistema duale legno-muratura.

Dunque, il modello di sintesi ricalca fedelmente la geometria, la caratterizzazione dei materiali e la distribuzione delle masse dello step precedente, introducendo come variante sostanziale il rinforzo mirato sulla Parete 3 per mitigarne il sovraccarico locale riscontrato nel modello con i solai rigidi.

Nello specifico, sono stati aggiunti due montanti in XLAM posizionati in corrispondenza baricentrica rispetto ai maschi murari esistenti della Parete 3 (**Figura 10.26**). Per garantire un'omogeneità costruttiva e strutturale con il rinforzo trasversale già validato, si è scelto di mantenere lo stesso spessore di 16 cm.



Globalmente, il sistema manifesta una netta riduzione degli spostamenti e un contestuale aumento della rigidezza. Quest'ultimo aspetto è leggibile con estrema chiarezza nei record dove la risposta ha poca escursione in campo plastico, come in **Figura 10.32** relativo al caso MOG0, dove si apprezza un aumento della pendenza dei cicli rispetto alle configurazioni precedenti.

In sintesi, l'azione sinergica tra rinforzi trasversali, irrigidimento dei solai e consolidamento longitudinale garantisce una risposta scatolare coordinata, uniformando gli spostamenti tra i due fronti dell'edificio. L'incremento della rigidezza iniziale del sistema permette di limitare il quadro fessurativo per eventi sismici di bassa e media intensità; al contempo, l'integrazione dei pannelli XLAM assicura una protezione mutua tra i setti, supportando la muratura nelle fasi di domanda sismica più severa.

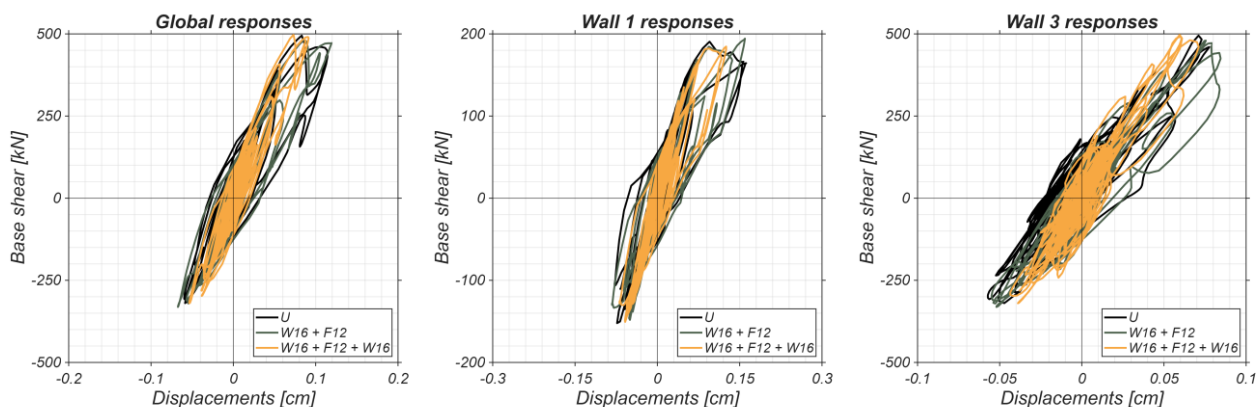


Figura 10.27 Cicli di isteresi - T0819

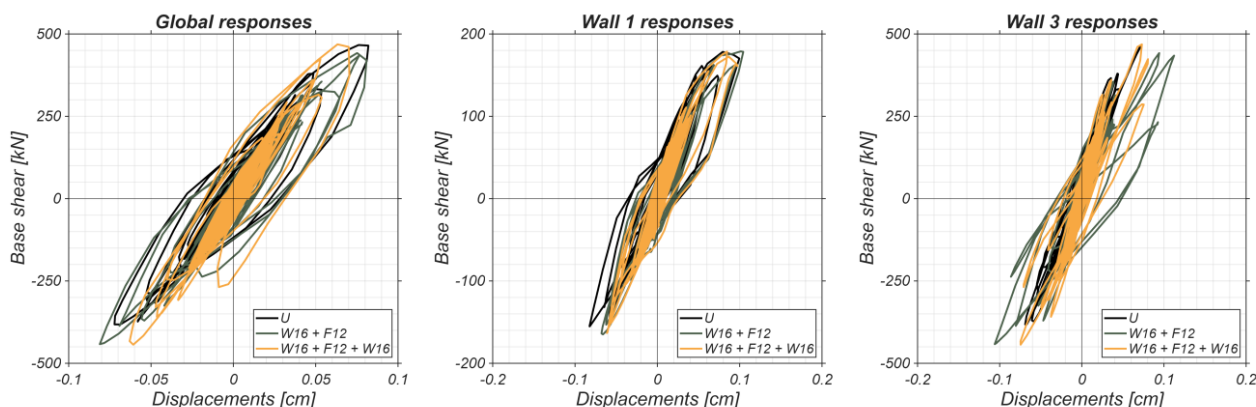


Figura 10.28 Cicli di isteresi – CMI

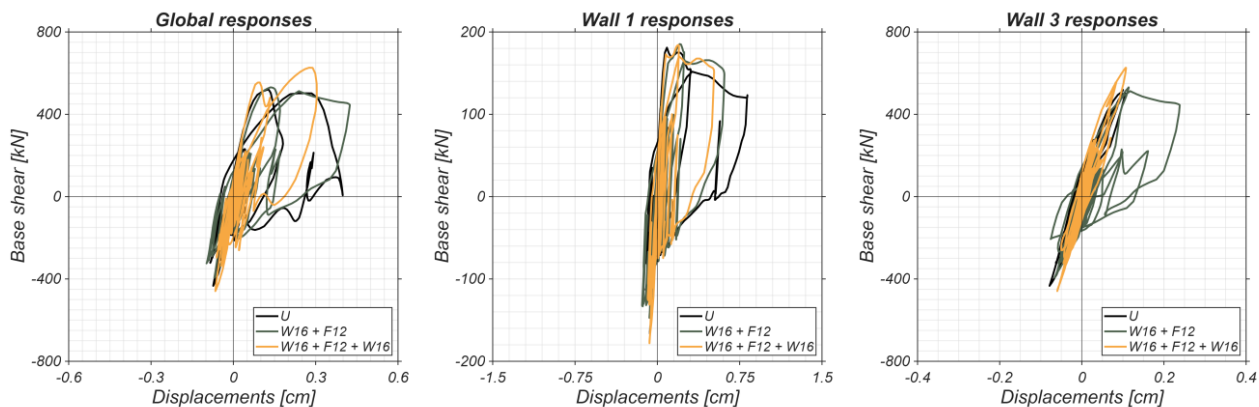


Figura 10.29 Cicli di isteresi - FIN0

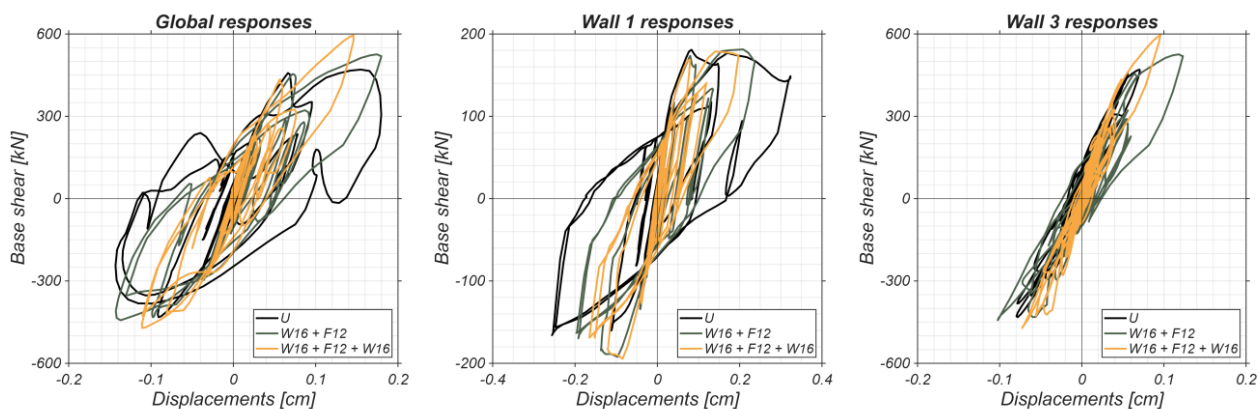


Figura 10.30 Cicli di isteresi – ILLI

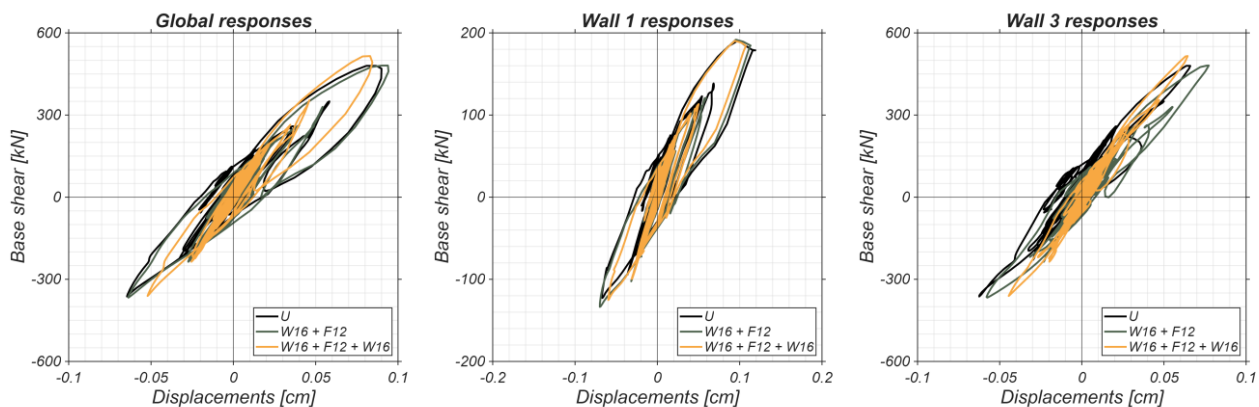


Figura 10.31 Cicli di isteresi - LEF1

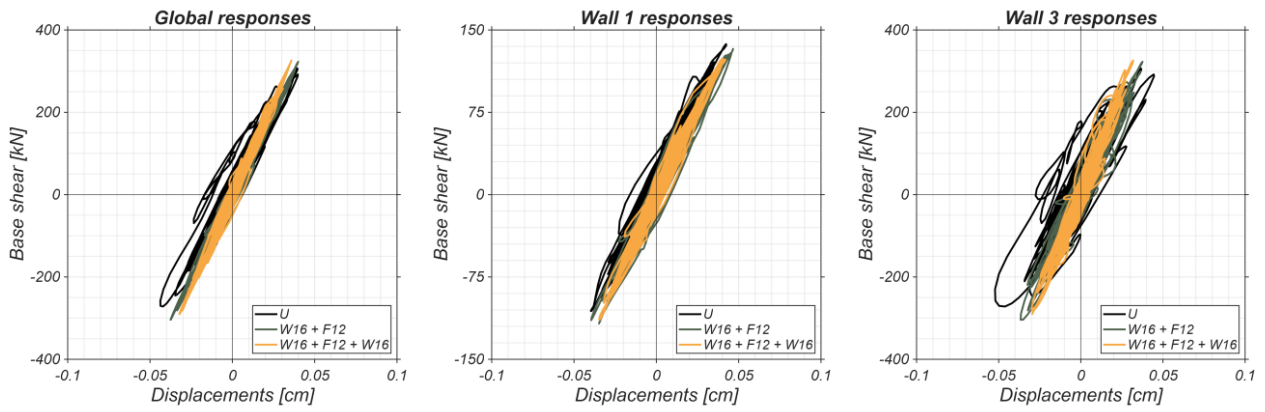


Figura 10.32 Cicli di isteresi - MOG0

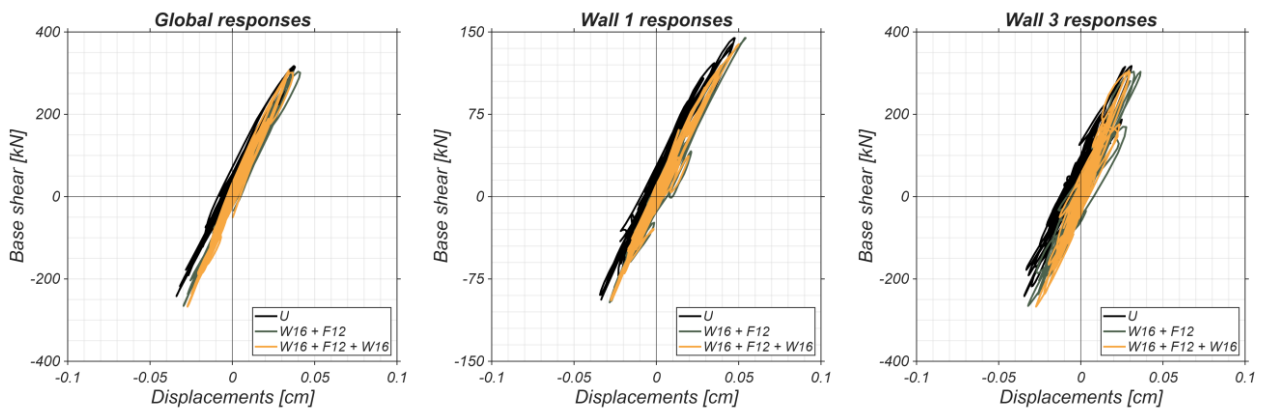


Figura 10.33 Cicli di isteresi - CLF

Quadri di danno

L'analisi comparativa, condotta ancora una volta sui record sismici più severi come il caso ILLI (**Figura 10.37**), permette di evidenziare i benefici combinati della strategia di intervento proposta, che riesce a mediare le criticità emerse nelle fasi intermedie di modellazione.

Sulla Parete 3, si osserva una netta riduzione del danno rispetto alla configurazione con soli solai rigidi e parete trasversale. Se nello step precedente i maschi murari alla base avevano raggiunto il limite della propria rigidità a taglio (evidenziato dal colore rosso), nell'ultimo modello il livello di danneggiamento cala di un grado, attestandosi su un danno significativo a taglio (colore arancio). È interessante notare come il modello non rinforzato mostrasse per questa parete un danno solo moderato (arancio chiaro), a conferma del fatto che in assenza di solaio rigido il setto risultava molto più scarico; tuttavia, l'attuale configurazione con i montanti in XLAM permette di mantenere l'impegno strutturale entro limiti di sicurezza accettabili, nonostante l'attivazione del comportamento scatolare.

Il cambiamento più sensibile riguarda però la Parete 1, dove il miglioramento rispetto alla condizione del modello isolato è tangibile. Nel modello privo di rinforzi, la maggior parte dei maschi a terra raggiungeva la perdita di resistenza a taglio (colore marrone), indicando un imminente rischio di collasso locale. Nell'ultima ipotesi di intervento, invece, il danno si stabilizza sul raggiungimento della rigidità a taglio (colore rosso). Sostanzialmente, il nuovo modello riesce a sintetizzare i benefici dei due casi studio: per la Parete 1, il comportamento ricalca l'efficacia del modello precedente nel ridurre gli spostamenti e le lesioni rispetto al caso non rinforzato, mentre per la Parete 3 la risposta si riavvicina alla condizione iniziale di bassi spostamenti, tipica del setto scarico, ma con la garanzia di una collaborazione strutturale attiva. Come già riscontrato per i cicli di isteresi, tale fenomenologia si apprezza compiutamente nei sismi più energetici, dove è possibile osservare la redistribuzione delle resistenze operata dai rinforzi.

Si riportano di seguito i prospetti relativi ai quadri di danno, necessari per apprezzare visivamente come muti la risposta strutturale nel confronto tra la configurazione di sintesi, quella dello step precedente e il modello originale privo di rinforzi.

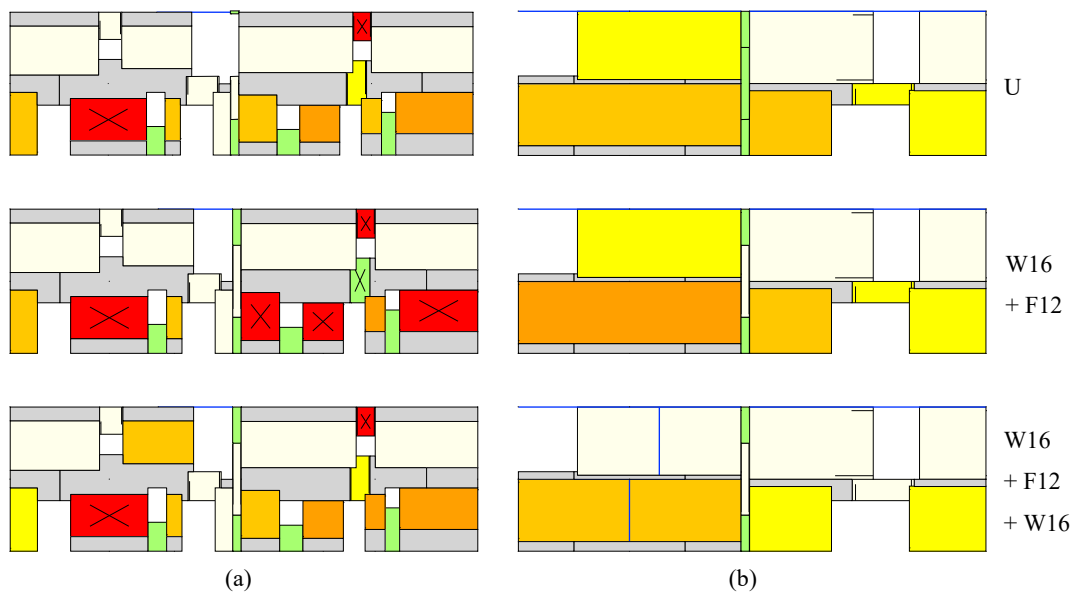


Figura 10.34 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - T0819

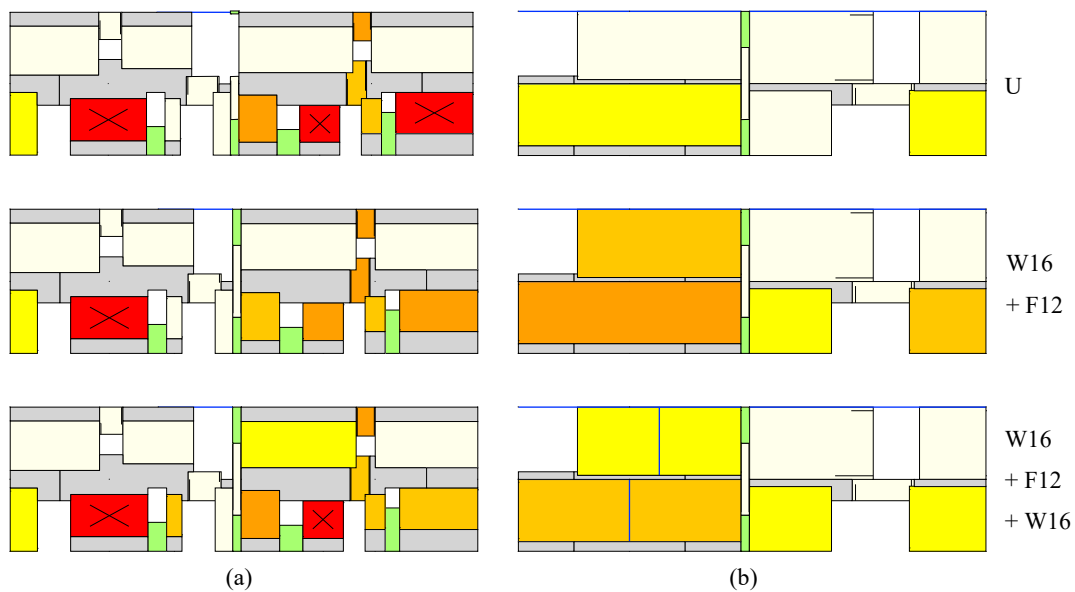


Figura 10.35 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – CMI

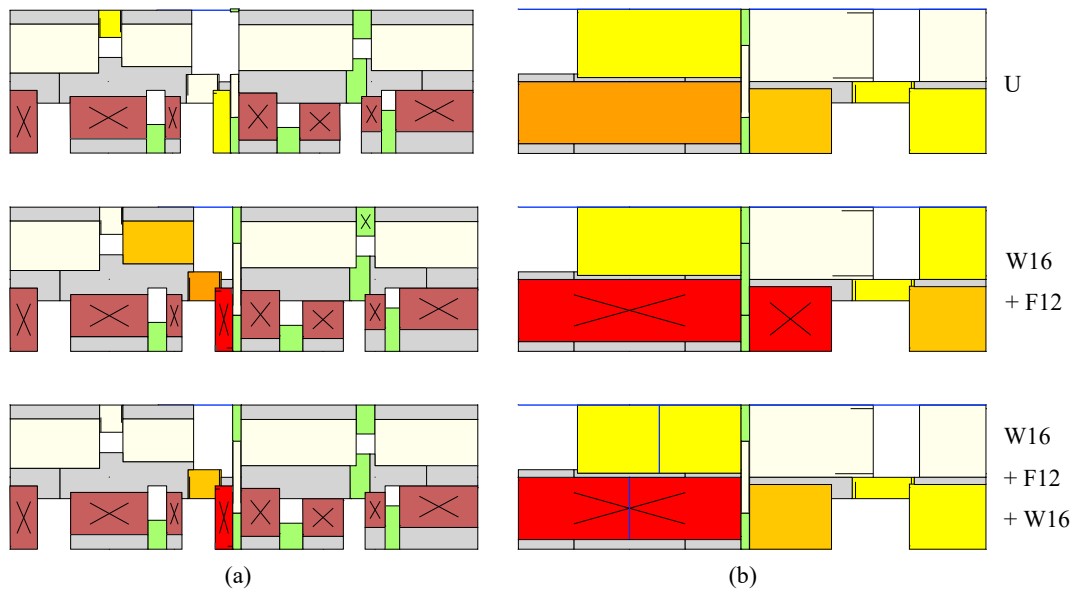


Figura 10.36 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - FIN0

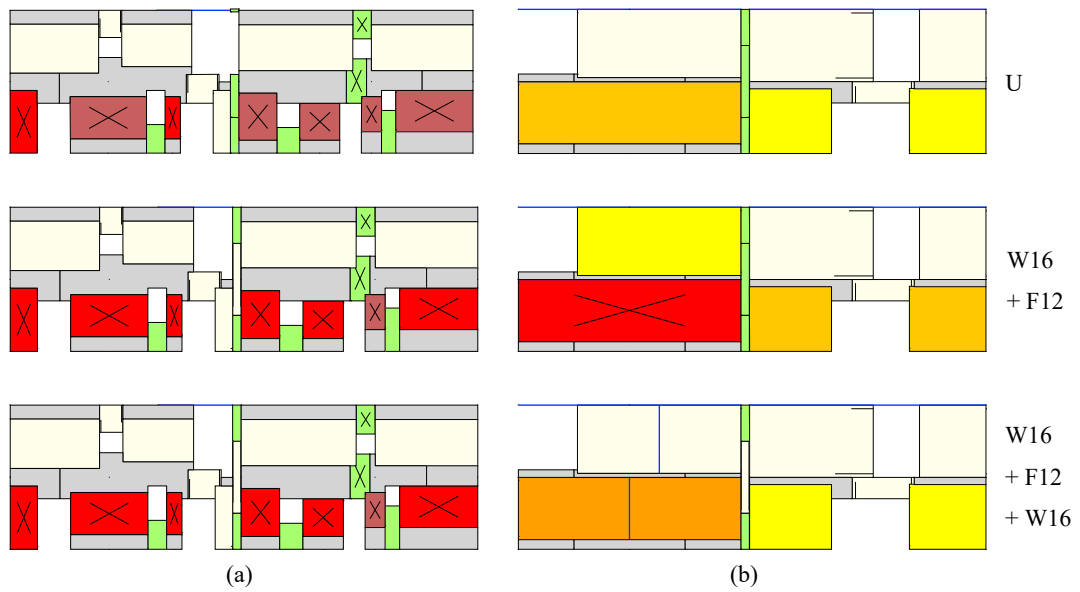


Figura 10.37 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - ILLI

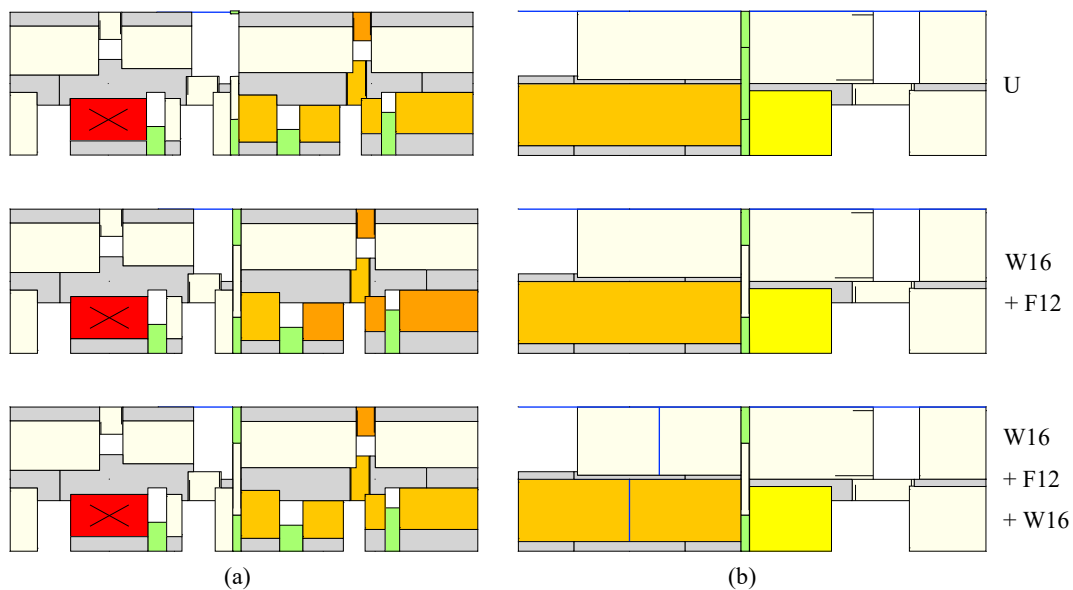


Figura 10.38 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - LEF1

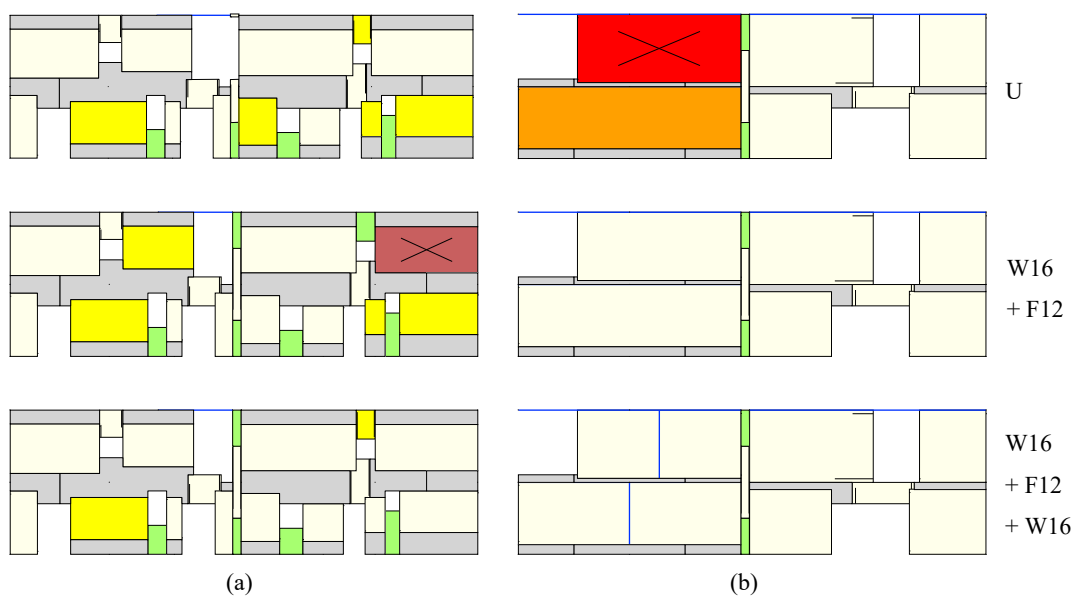


Figura 10.39 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) - MOG0

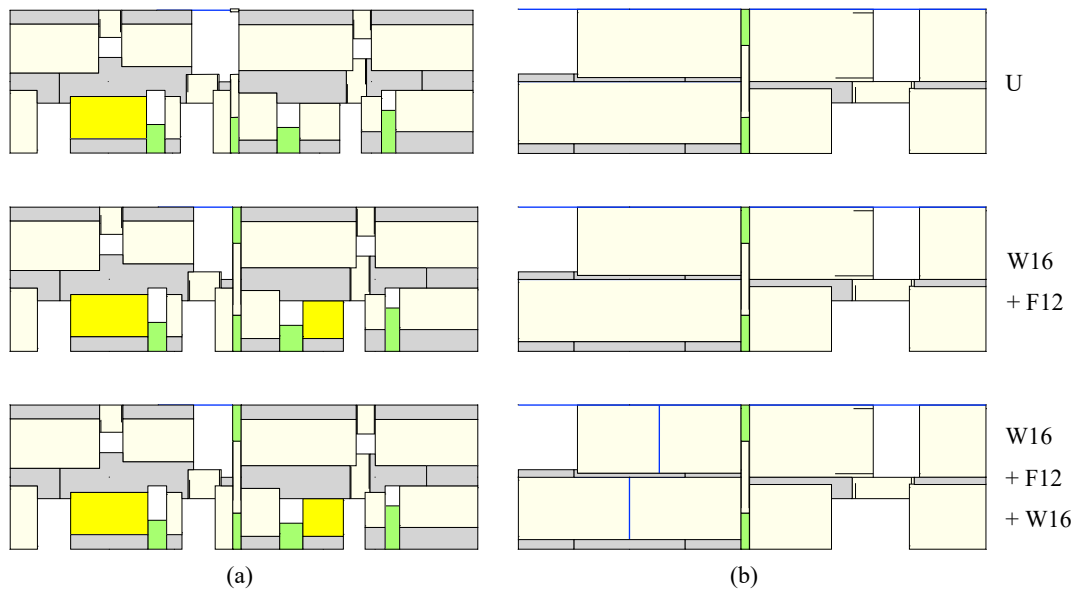


Figura 10.40 Confronto quadro fessurativo del modello numerico - Parete 1 (a) Parete 3 (b) – CLF

11 CONCLUSIONI

Il presente lavoro di tesi ha affrontato lo studio della risposta sismica di un edificio rurale del XVI secolo situato nel borgo di Ghesc (Val d'Ossola), sviluppato sulla base delle necessità conoscitive della Fondazione Canova per il recupero del sito. L'indagine è stata condotta attraverso un approccio metodologico ibrido, finalizzato a superare i limiti della modellazione tradizionale per le strutture allo stato di rudere. Data la natura discontinua della muratura lapidea e l'assenza di collegamenti efficaci tra i setti, la ricerca si è avvalsa dell'integrazione tra il Metodo agli Elementi Distinti (DEM), tramite il software 3DEC, e il Metodo a Telaio Equivalente (EFM), implementato nel software TREMURI. La scelta di utilizzare entrambi gli approcci è risultata particolarmente significativa per analizzare sia lo stato di fatto che lo stato di progetto della costruzione.

Nella fase iniziale dello studio, la modellazione in ambiente DEM ha permesso di analizzare lo stato di fatto, evidenziandone la risposta fortemente non lineare e la suscettibilità ai meccanismi di collasso locali. In primo luogo, il comportamento dinamico globale della struttura è stato valutato mediante un'analisi agli autovalori, che ha permesso di individuare le principali forme modali e di evidenziare come la risposta strutturale fosse caratterizzata da una significativa partecipazione dei modi locali. Successivamente, sono state condotte analisi dinamiche non lineari utilizzando input sismici associati a periodi di ritorno crescenti. Tali analisi non hanno evidenziato criticità rilevanti a livello globale, confermando un comportamento complessivamente soddisfacente della struttura nei confronti delle azioni sismiche considerate. Alla luce di questi risultati, l'attenzione è stata quindi rivolta alla valutazione dei meccanismi locali, ritenuti potenzialmente governanti la risposta strutturale. L'analisi di tali cinematismi è stata effettuata mediante analisi pushover, dalle quali è emerso che i meccanismi di ribaltamento fuori piano delle pareti rappresentano i principali meccanismi di vulnerabilità della struttura. È stata inoltre investigata l'influenza di diverse assunzioni nella discretizzazione della mesh, con particolare riferimento alla triangolazione utilizzata nelle analisi. I risultati ottenuti nei vari casi considerati sono tra loro confrontabili, evidenziando una limitata sensibilità del modello rispetto a tali scelte modellistiche. Infine, al fine di validare il modello numerico nello stato di fatto e valutarne l'affidabilità nella stima della vulnerabilità, i risultati delle analisi numeriche sono stati confrontati con quelli derivanti da un'analisi cinematica analitica, sia lineare che non lineare.

Tale confronto ha mostrato una buona concordanza in termini di accelerazione di attivazione dei meccanismi e una sostanziale sovrapposizione delle curve ottenute nell'ambito dell'analisi cinematica non lineare, confermando la coerenza e l'affidabilità dei risultati numerici.

La seconda fase della ricerca si è focalizzata sull'analisi dello stato di progetto attraverso l'impiego del software TREMURI. Coerentemente con le linee guida della Fondazione Canova, l'ipotesi di progetto ha previsto l'inserimento di solai e copertura in legno che, agendo come diaframmi flessibili, non garantiscono un comportamento scatolare.

Poiché l'edificio oggetto di studio (Unità 1) è stato concepito in adiacenza ad un secondo rudere (Unità 2), per valutare l'interazione strutturale tra di essi sono state analizzate tre diverse configurazioni di vincolo: Isolata (I), riferita alla singola Unità 1; Collegata (FC), che considera l'intero aggregato con ammorsamenti perfetti; e Scollegata (WC), in cui l'interfaccia di giunto tra le unità è stata modellata mediante elementi non reagenti a trazione.

Il confronto ha dimostrato che i risultati della configurazione scollegata si collocano tendenzialmente in una posizione intermedia tra la risposta del modello collegato e quella del modello isolato. I risultati hanno confermato che la principale criticità risiede nella mancanza di un comportamento scatolare, che induce elevati spostamenti fuori piano nelle pareti longitudinali. Questi elevati spostamenti trasversali validano le vulnerabilità ai cinematismi locali già individuate nella precedente analisi in 3DEC. È emersa inoltre una netta asimmetria di comportamento: mentre la parete Ovest risulta soggetta a un danneggiamento significativo, la parete Est, la cui natura cieca conferisce una superiore rigidità, esibisce una limitata escursione in campo plastico. Infine, lo studio ha evidenziato come il fenomeno di interazione tra le unità sia, in questo specifico caso, non dominante sul comportamento globale. Alla luce di tali evidenze, la transizione al modello di singola parete è stata validata come una procedura semplificata estremamente efficace: la congruenza con i risultati del modello tridimensionale ne ha attestato l'affidabilità, consolidandone il ruolo di strumento idoneo per rappresentare il comportamento dinamico di strutture dotate di diaframmi deformabili.

Infine, sulla base delle criticità emerse, è stata formulata una proposta di consolidamento definita attraverso un'ottimizzazione iterativa condotta secondo un approccio "step-by-step". In linea con il cronoprogramma di cantiere stabilito dalla Fondazione Canova, che prevede un intervento prioritario circoscritto alla sola Unità 1, si è optato per una strategia di rinforzo localizzata, volta a migliorare la risposta sismica del manufatto.

In questo contesto, l'impiego dei pannelli in XLAM è stato scelto non solo per l'efficacia strutturale, ma anche per la sua intrinseca reversibilità e per il ridotto impatto materico sul rudere. L'obiettivo primario è stato il contrasto del ribaltamento fuori piano delle pareti longitudinali, calibrando gli spessori dei pannelli tramite analisi di sensibilità. Successivamente, sebbene l'inserimento di solai rigidi mirasse a garantire un comportamento scatolare, la conseguente redistribuzione delle azioni sismiche ha indotto il danneggiamento della parete che, nella configurazione non rinforzata, aveva una bassa escursione in campo plastico.

La soluzione finale ha quindi previsto il rinforzo mirato anche di quest'ultimo elemento, assicurando una risposta d'insieme equilibrata. Affinché tale proposta risulti tecnicamente efficace, il sistema deve essere concepito per garantire la piena compatibilità degli spostamenti tra la muratura esistente e i nuovi inserti lignei. Tale approccio assicura una stabilità globale dell'Unità 1 che sia coerente con la sua conservazione materica e compatibile con il resto dell'aggregato.

In conclusione, la sinergia tra diversi approcci numerici si è rivelata indispensabile per una comprensione esauriente della risposta sismica dell'architettura minore ossolana. Mentre il modello DEM ha offerto una visione insostituibile sul comportamento locale dello stato di fatto, l'approccio EFM ha permesso di investigare lo stato di progetto, definendo anche una strategia di intervento compatibile e tecnicamente sostenibile per il superamento delle criticità emerse. L'integrazione di questi strumenti ha consentito di delineare un quadro interpretativo completo, capace di spaziare dal dettaglio costruttivo della muratura lapidea alla complessità dell'Unità Strutturale inserita nel contesto dell'aggregato.

I risultati ottenuti forniscono significativi riscontri metodologici per il recupero di tipologie murarie analoghe, coniugando i requisiti di sicurezza strutturale con la necessaria conservazione del valore testimoniale del patrimonio costruito. In un'ottica di sviluppo futuro, la ricerca potrà essere estesa attraverso la modellazione dettagliata dell'Unità 2, attualmente considerata solo come condizione al contorno. Questo permetterebbe di analizzare l'intero complesso strutturale, valutando non solo le reciproche influenze dinamiche, ma anche l'efficacia di strategie di miglioramento sismico coordinate tra le diverse parti del manufatto. Infine, l'integrazione di dati sperimentali derivanti da eventuali campagne di monitoraggio in situ permetterebbe di validare ulteriormente i modelli numerici, consolidandoli come strumenti di previsione affidabili e rigorosi per la salvaguardia del patrimonio costruito.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Itasca, «3 Dimensional Distinct Element Code (3DEC), 9th ed.», 2025, Minneapolis, USA. [Online]. <https://docs.itascacg.com/3dec700%0A/3dec/docproject/source/3dechome.html>.
- [2] Lagomarsino, S., Penna, A., Galasco, A., and Cattari, S. (2013). “TREMURI Program: An Equivalent Frame Model for the Nonlinear Seismic Analysis of Masonry Buildings”. *Engineering Structures*, 56, 1787-1799, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.08.002>.
- [3] LifeGate (2021). *Tones Teatro Natura: una cava di pietra diventa spazio culturale e sostenibile*. <https://www.lifegate.it/tones-teatro-natura>.
- [4] BERTAMINI, Tullio, *Storia di Montecrestese*, Domodossola, Oscellanea, 1991.
- [5] DE VIT, Giacomo, *Note storiche sulla Valle Antrona*, in «Oscellana», anno XXXVII, n. 2, aprile-giugno 2007, pp. 67-75.
- [6] Bocco, A. (2015). Il recupero di un'antica borgata in pietra dell'Ossola: Ghesc, 'villaggio laboratorio'. In "Architettura rurale in pietra a secco", pp. 25-32. CAP 2.1 <https://hdl.handle.net/11583/2631150>.
- [7] GALLA, Giovanni, MONTI, Paolo (a cura di), *Manuale ALP-STONE. Protocollo per il recupero e il restauro dei manufatti in pietra a secco delle Alpi*, s.l., Progetto Interreg Italia-Svizzera ALP-STONE, 2024.
- [8] PSL Gallina Ghiemonti e Molise Centrale (2014). “*Manuale del recupero dell’architettura rurale e dei centri storici: Tecniche e materiali*”. Programma di Sviluppo Rurale (PSR) Molise 2007-2013, Misura 411 - Leader.
- [9] Ministero delle infrastrutture e dei Trasporti. *Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP - Istruzioni per l’applicazione dell’«Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni”» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018*. Gazzetta Ufficiale, 21 gennaio 2019.
- [10] Ministero delle infrastrutture e dei Trasporti. NTC18 [2018] – *Aggiornamento delle “Norme Tecniche per le Costruzioni”*. Gazzetta Ufficiale, Decreto Ministeriale del 17 gennaio 2018.
- [11] G. Magenes and A. Fontana, “Simplified non-linear seismic analysis of masonry buildings,” *Proc. Br. Mason. Soc.*, vol. 8, pp. 190–195, 1998.
- [12] G. Alpa and I. Monetto, “Microstructural model for dry block masonry walls with in-plane loading,” *J. Mech. Phys. Solids*, 1994, [doi: 10.1016/0022-5096\(94\)90065-5](https://doi.org/10.1016/0022-5096(94)90065-5).
- [13] Augenti, N., & Parisi, F. (2021). *Teoria e tecnica delle strutture in muratura: analisi e progettazione*. Milano: Hoepli.

- [14] Heyman J. “The Masonry Arch”. Ellis Horwood Ltd. 1982.
- [15] Heyman J. “The stone skeleton”. *Int J Solids Struct* 1966;2:249–79.
- [16] G. Milani, P. Lourenço, and A. Tralli, “3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads,” *Eng. Struct.*, 2007, doi:[10.1016/j.engstruct.2007.03.003](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.03.003).
- [17] Brencich A, Gambarotta L, Lagomarsino S. “A macroelement approach to the three-dimensional seismic analysis of masonry buildings”. Proceedings of the 11th European Conference on Earthquake Engineering 1998, Balkema, Rotterdam.
- [18] Cundall PA, Hart RD. “Numerical modeling of discontinua”. *Eng Comput* (Swansea) 1992;9:101–13. <https://doi.org/10.1108/eb023851>.
- [19] Hart R, Cundall PA, Lemos J. Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part II. “Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks”. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 1988;25:117–25. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(88\)92294-2](https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)92294-2).
- [20] Cundall PA. Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part I. “A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks”. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 1988;25:107–16. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(88\)92293-0](https://doi.org/10.1016/0148-9062(88)92293-0).
- [21] Damiani N. et al. “Distinct element modeling of the in-plane response of a steelframed retrofit solution for URM structures”. In: *Earthquake Engng Struct Dyn.*, 1–23 (2023). <https://doi.org/10.1002/eqe.3910>.
- [22] S.T.A. DATA. (s.d.). *3Muri. Software per l'analisi di strutture in muratura e miste* [Brochure].
- [23] GALASCO, Alessandro, LAGOMARSINO, Sergio, PENNA, Andrea, RESEMINI, Sonia, “Non-linear seismic analysis of masonry structures”, in *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering (Vancouver, Canada, August 1-6, 2004)*, Paper No. 843.
- [24] Penna, A., Lagomarsino, S., and Galasco, A. (2014). “A Nonlinear Macroelement Model for the Seismic Analysis of Masonry Buildings”. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 43(2), 159-179, <https://doi.org/10.1002/eqe.2335>.
- [25] Bracchi, S., Galasco, A., and Penna, A. (2021). “A Novel Macroelement Model for the Nonlinear Analysis of Masonry Buildings”. Part 1: Axial and Flexural Behavior. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 50(8), 2233-2252, <https://doi.org/10.1002/eqe.3445>.
- [26] Gambarotta L, Lagomarsino S. (1997). “Damage models for the seismic response of brick masonry shear walls. Part I: the mortar joint model and its applications”. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(4): 423-439. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9845\(199704\)26:4<423::AID-EQE650>3.0.CO;2-%23](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199704)26:4<423::AID-EQE650>3.0.CO;2-%23).

- [27] Pinho, R., Bianchi, F., & Nascimbene, R. (2020). *Valutazione sismica e tecniche di intervento per edifici esistenti in c.a.* Maggioli Editore.
- [28] NTC08 [2008] – *Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni*. Gazzetta Ufficiale n. 29 del 4 febbraio 2008 - Supplemento Ordinario n. 30, Decreto Ministeriale del 14 gennaio 2008.
- [29] Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri 20 marzo 2003, n. 3274. *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*. Gazzetta Ufficiale n. 105 dell'8 maggio 2003 - Supplemento Ordinario n. 72.
- [30] Regione Piemonte (2011). *Deliberazione della Giunta Regionale 12 dicembre 2011, n. 4-3084: Approvazione delle procedure di controllo e gestione delle attività urbanistico-edilizie ai fini della prevenzione del rischio sismico*. Bollettino Ufficiale della Regione Piemonte n. 50 del 15/12/2011.
- [31] INGV – Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (2004). *Mappa di pericolosità sismica del territorio nazionale*. <https://esse1-gis.mi.ingv.it/>.
- [32] Luzi, L., Puglia, R., Russo, E., & ESM Working Group (2016). *Engineering Strong-Motion Database (ESM), version 2.0*. Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV). <https://esm-db.eu/>.
- [33] MARTINEZ, Amaia, TUREK, M., VENTURA, C. E., *Experimental testing and numerical modeling of a pre-cast concrete block arch system*, in *Proceedings of the 16th World Conference on Earthquake Engineering (Santiago, Chile, January 9-13, 2017)*, Paper No. 3864.
- [34] Regione Molise – Commissario Delegato (2006). *Protocollo di Progettazione per gli Interventi su Immobili Privati per la Ricostruzione Post-Sisma: Parte I – Edifici in Muratura. Allegato 3G: Analisi dei Meccanismi Locali di Collasso in Edifici Esistenti in Muratura*. Decreto n. 10 del 25 gennaio 2006.
- [35] Milano, L., Mannella, A., Morisi, C., & Martinelli, A. *Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi*. Allegato alle Linee Guida per la Riparazione e il Rafforzamento di elementi strutturali, Tamponature e Partizioni. Dipartimento della Protezione Civile - ReLUIS.
- [36] A. Brignola, S. Podestà, and S. Pampanin, “In-plane stiffness of wooden floor,” *2008 NZSEE Conf. Pap. 49*, 2008.
- [37] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, “Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General Common rules and rules for buildings,” *Proc. ICE - Civ. Eng.*, 2008, doi: 10.1680/cien.2001.144.6.39.

- [38] proHolz Austria (2014). *XLAM - Legno lamellare a strati incrociati: Un materiale moderno per strutture massicce*. Serie: Information sul legno, n. 4/2014.
https://www.proholz.at/fileadmin/proholz/media/shop_Publikationen/Information_pdf/XLAM.pdf

- [39] CIAS (Centro Internazionale di Studi per la Conservazione del Patrimonio Architettonico). *“Modellazione agli elementi finiti di pannelli in XLam: confronto con modelli teorici e risultati sperimentali”*.

- [40] XLAM Dolomiti (2022). *Schede Tecniche XLAM Dolomiti*. “Documentazione tecnica per la progettazione”.

APPENDICE A

CONFRONTO DEI QUADRI DI DANNO (3DEC)

In questa sezione vengono riportati i risultati delle simulazioni numeriche condotte in ambiente 3DEC, con particolare riferimento alla configurazione dei quadri di danno rilevati al termine delle analisi. Nello specifico, sono illustrate le mappature ottenute sottoponendo il modello agli accelerogrammi naturali selezionati, considerando due diversi scenari di intensità sismica:

- Analisi con periodo di ritorno $T_R = 975$ anni;
- Analisi con periodo di ritorno $T_R = 2475$ anni.

975 ANNI

QUADRI DI DANNO

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

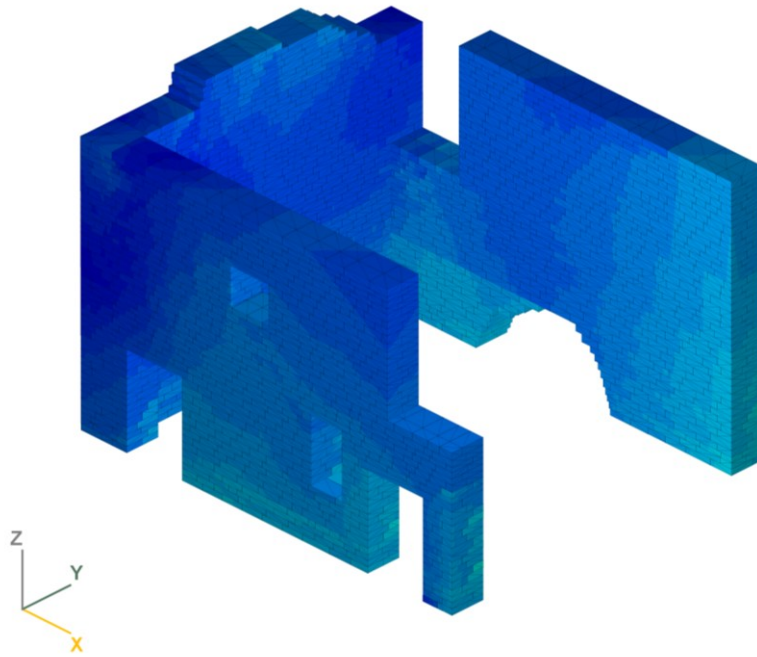
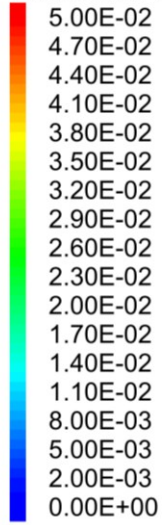


Figura A.1 Quadro di danno (T_R 975 anni) – CNP

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

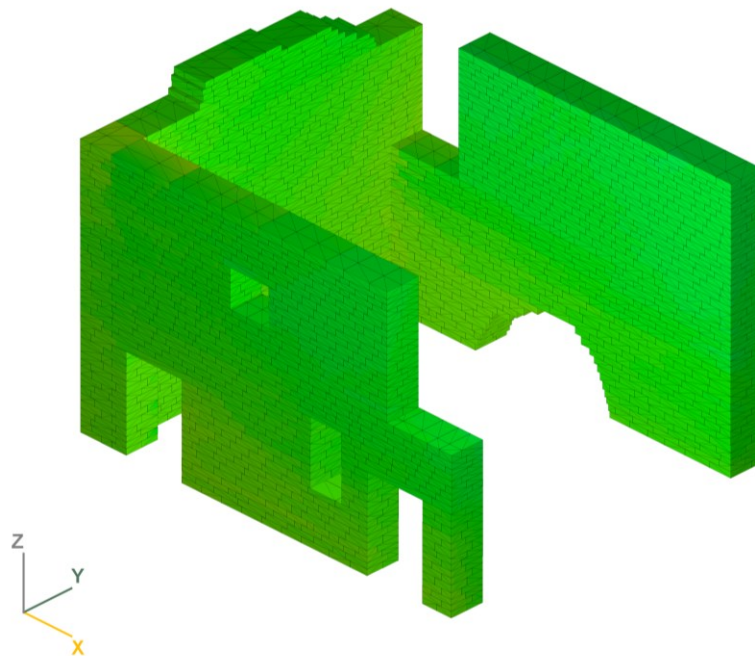
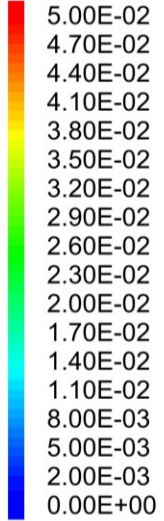


Figura A.2 Quadro di danno (T_R 975 anni) – FINO

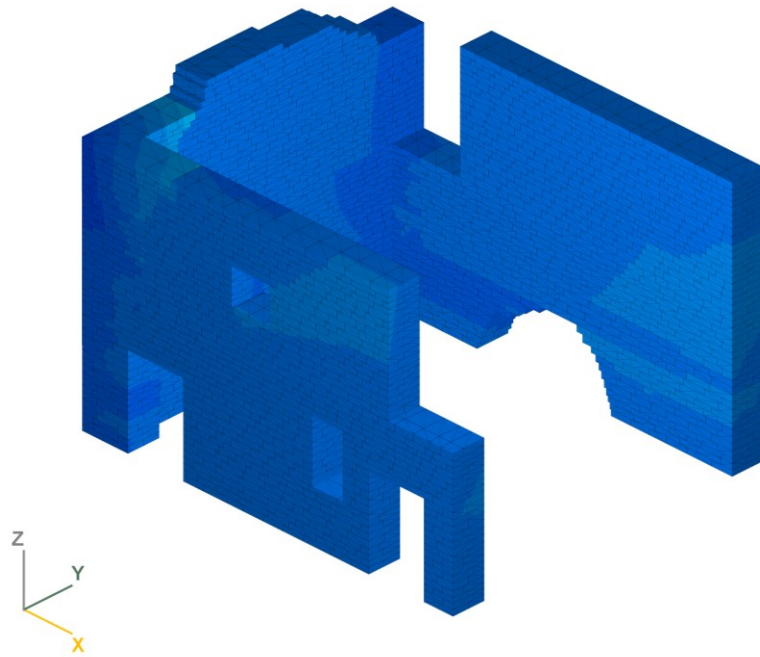
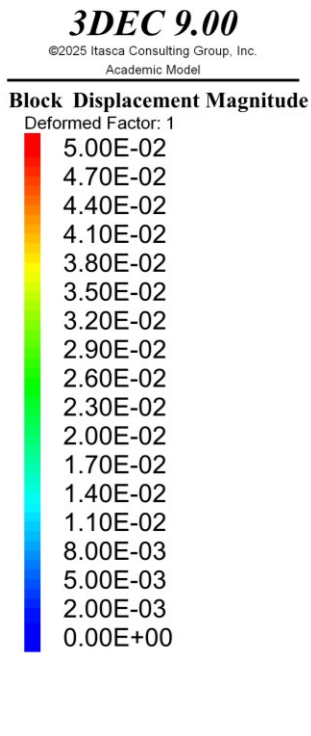


Figura A.3 Quadro di danno (Tr 975 anni) – GMN

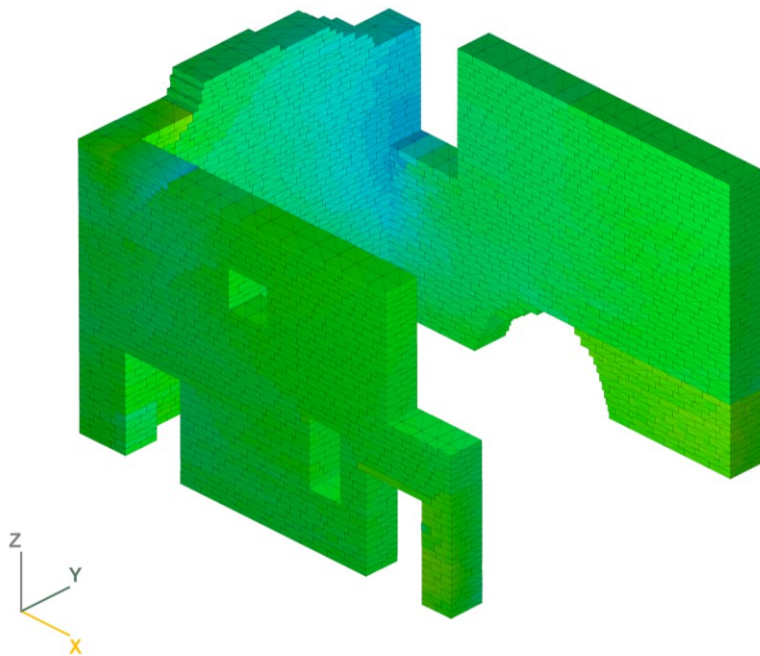
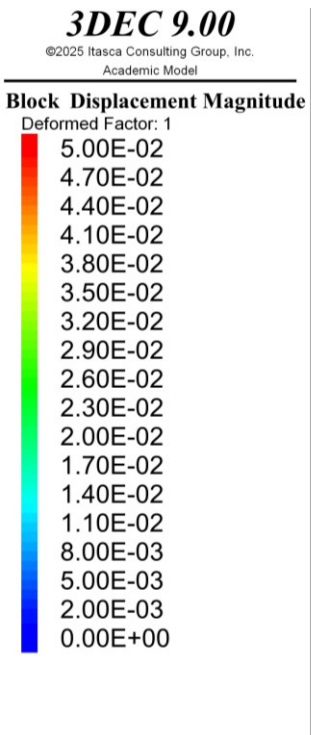


Figura A.4 Quadro di danno (Tr 975 anni) – NOR

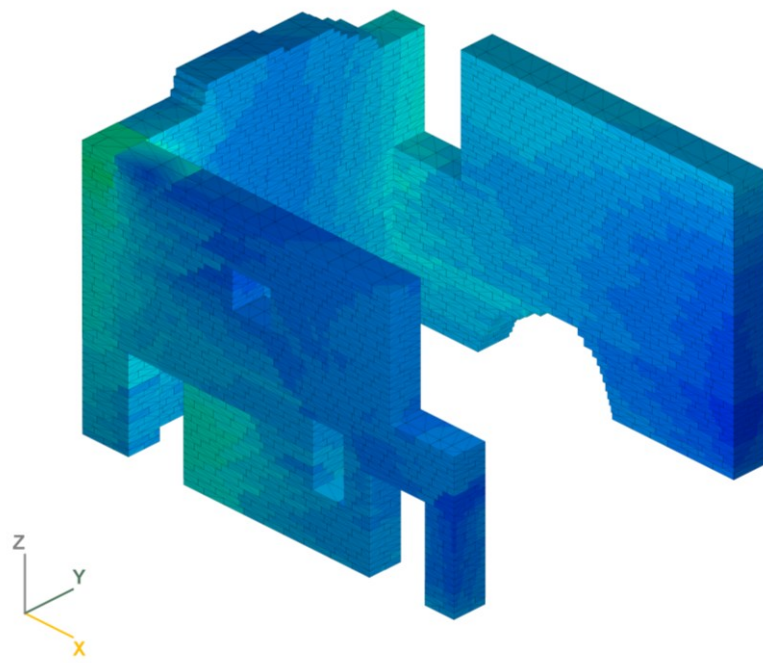
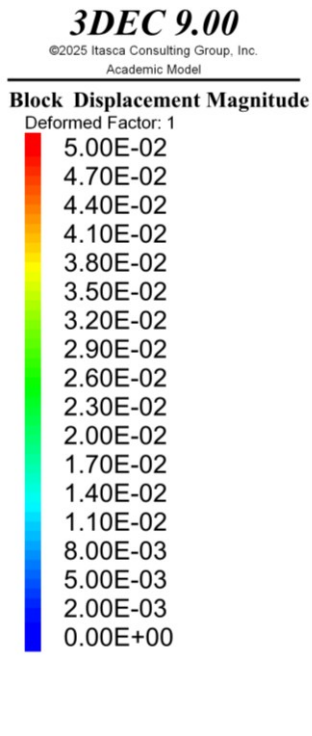


Figura A.5 Quadro di danno (Tr 975 anni) – MMO

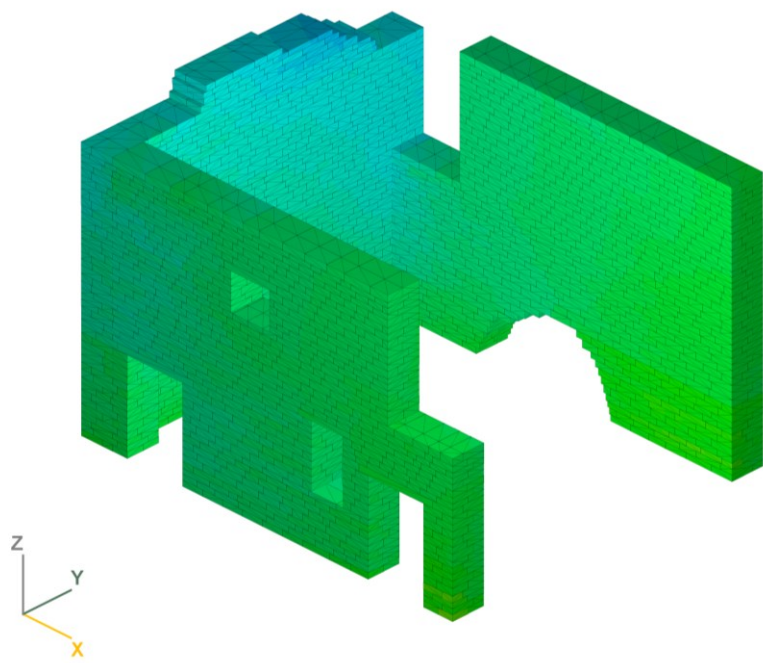
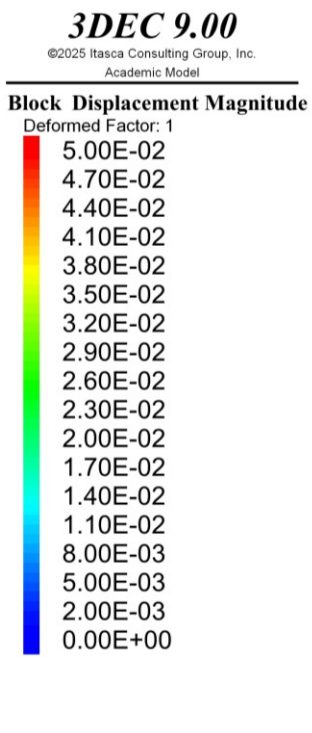


Figura A.6 Quadro di danno (Tr 975 anni) – NRC

2475 ANNI

QUADRI DI DANNO

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

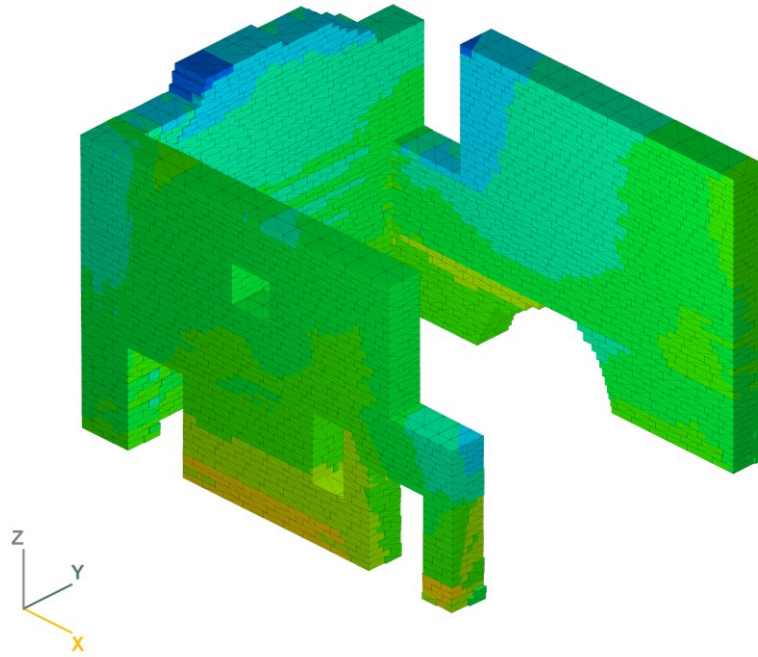
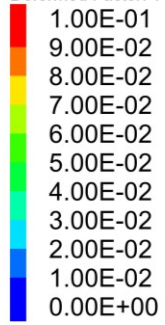


Figura A.7 Quadro di danno (Tr 2475 anni) – T0819

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

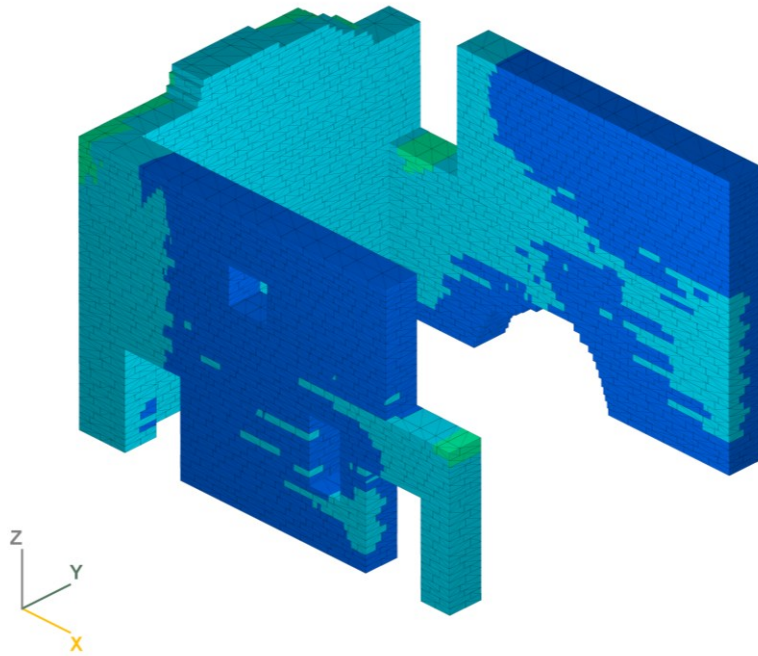
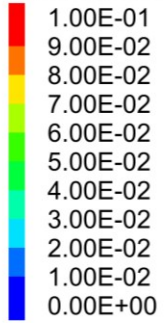


Figura A.8 Quadro di danno (Tr 2475 anni) – CMI

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

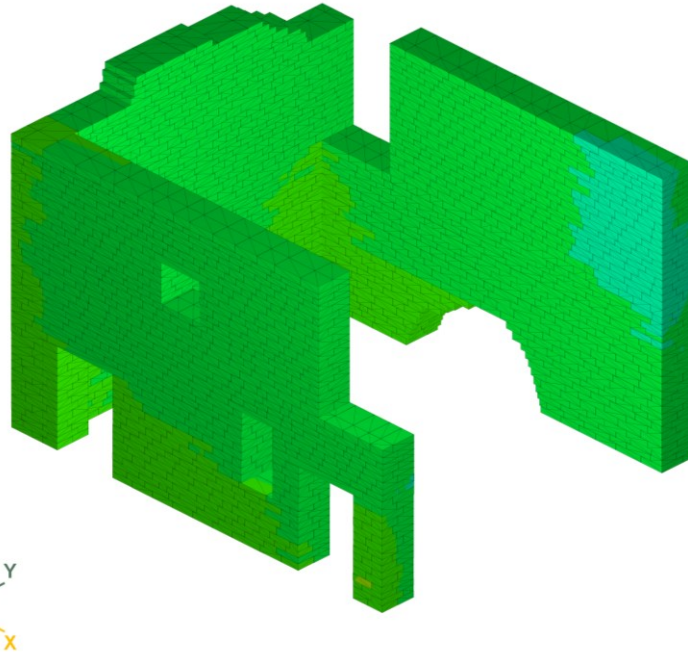
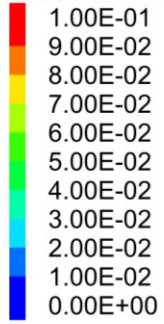


Figura A.9 Quadro di danno (T_R 2475 anni) – FIN0

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

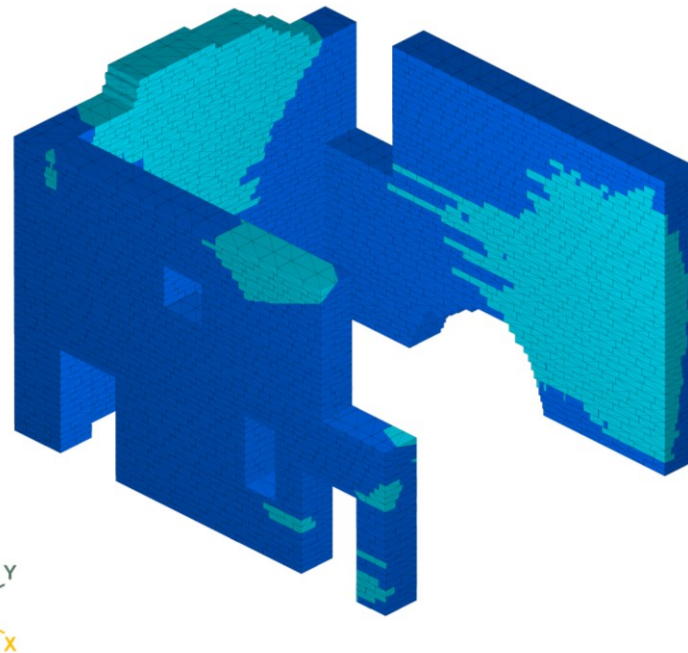
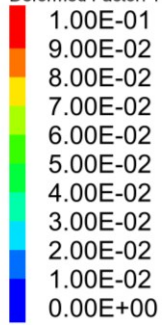


Figura A.10 Quadro di danno (T_R 2475 anni) – ILLI

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

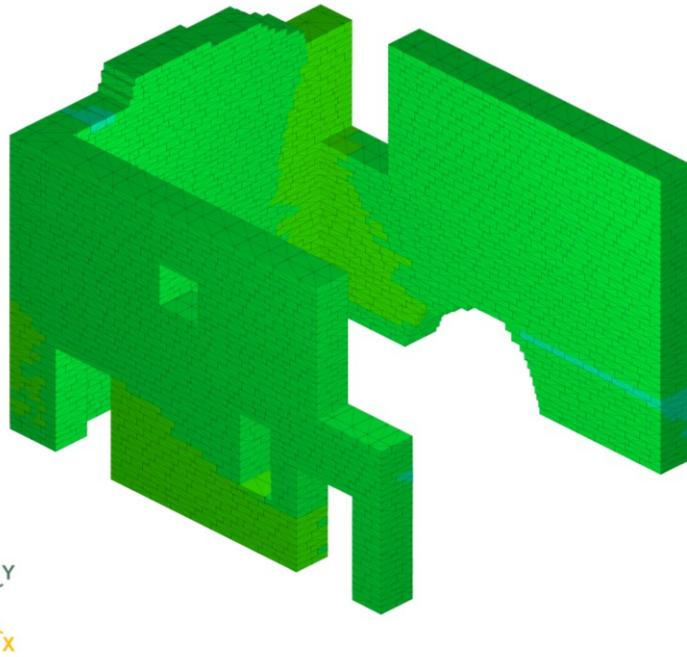
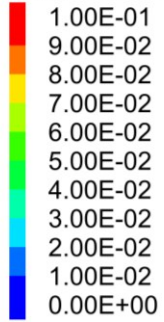


Figura A.11 Quadro di danno (T_R 2475 anni) – LEF1

3DEC 9.00

©2025 Itasca Consulting Group, Inc.
Academic Model

Block Displacement Magnitude

Deformed Factor: 1

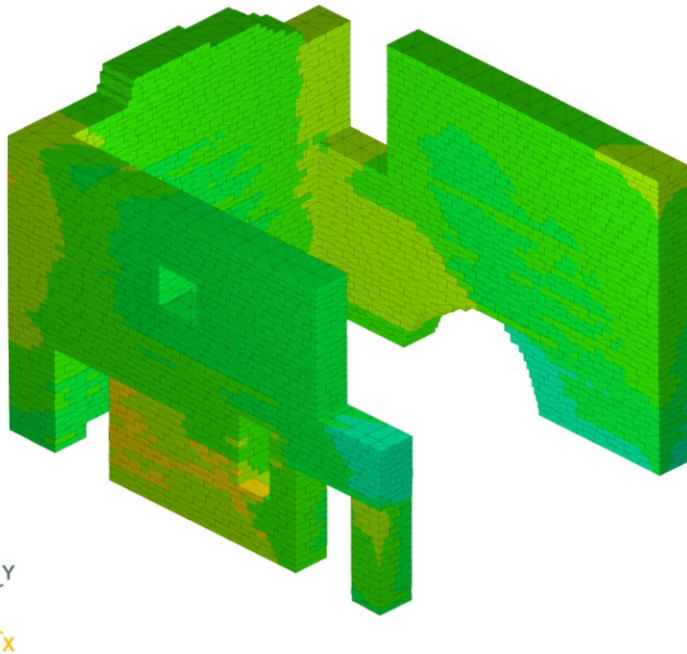
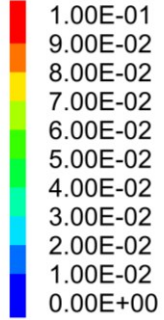


Figura A.12 Quadro di danno (T_R 2475 anni) – CLF

APPENDICE B

CONFRONTO DEI MODELLI ISOLATO, COLLEGATO E SCOLLEGATO (TREMURI)

In questa sezione viene presentata la comparazione dei risultati ottenuti tramite il software TREMURI, con l'obiettivo di analizzare la risposta sismica del sistema per le tre diverse configurazioni modellate: l'edificio Isolato (I), il modello Collegato (FC) e quello Scollegato (WC).

La documentazione comprende l'esame dei cicli di isteresi, la mappatura dei quadri di danno, valutazione dei fenomeni di interazione tra le unità strutturali e l'analisi dello spostamento trasversale, con riferimento ai seguenti scenari:

- Analisi con periodo di ritorno $T_R = 475$ anni;
- Analisi con periodo di ritorno $T_R = 975$ anni.

475 ANNI

CILCI DI ISTERESI

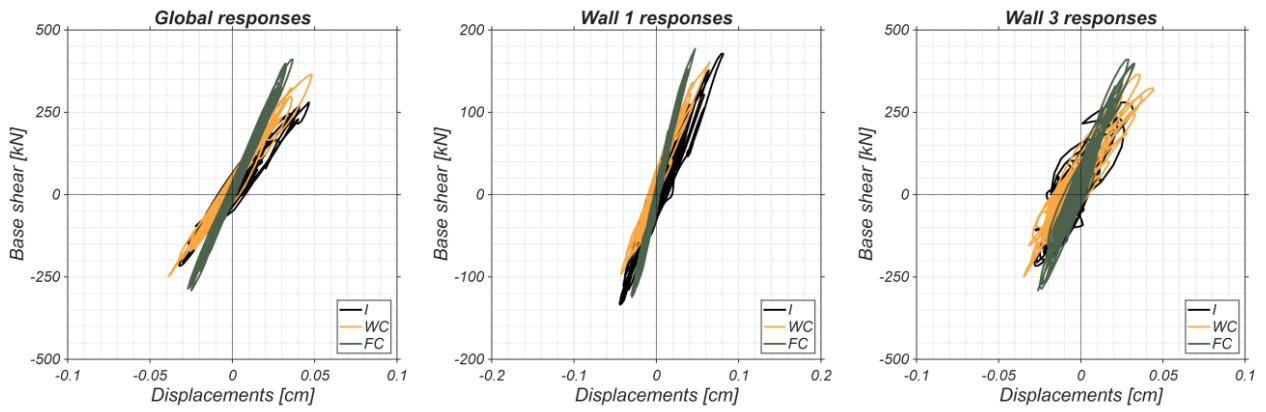


Figura B.1 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) – T0819

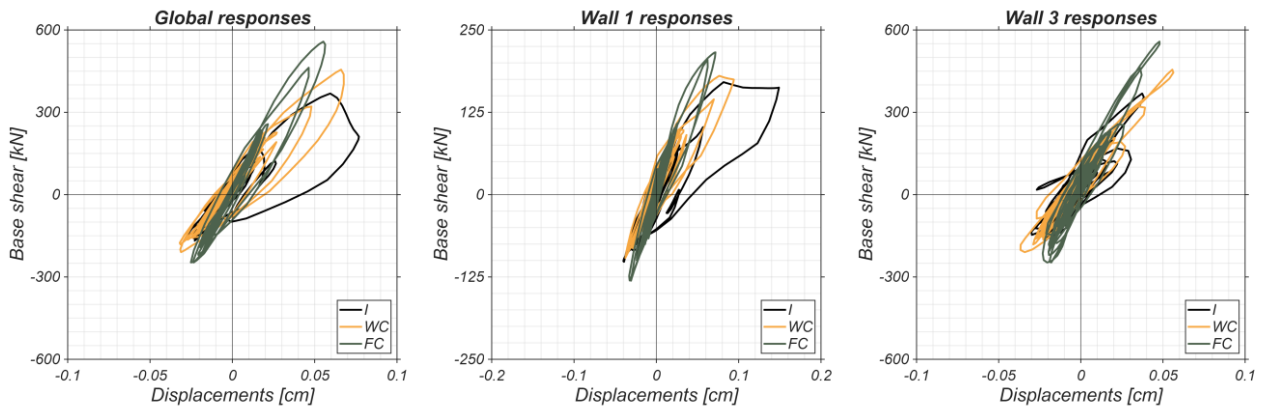


Figura B.2 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) – T1212

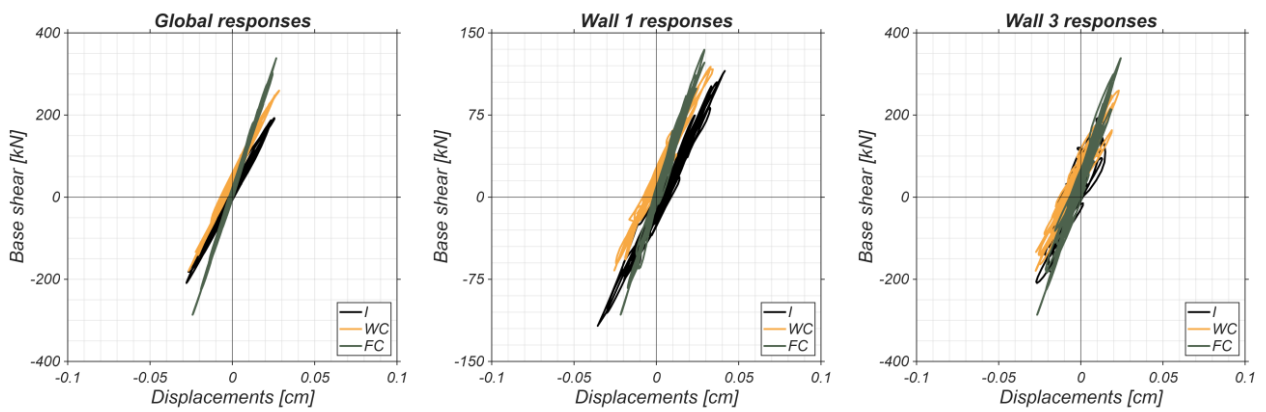


Figura B.3 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - NOR

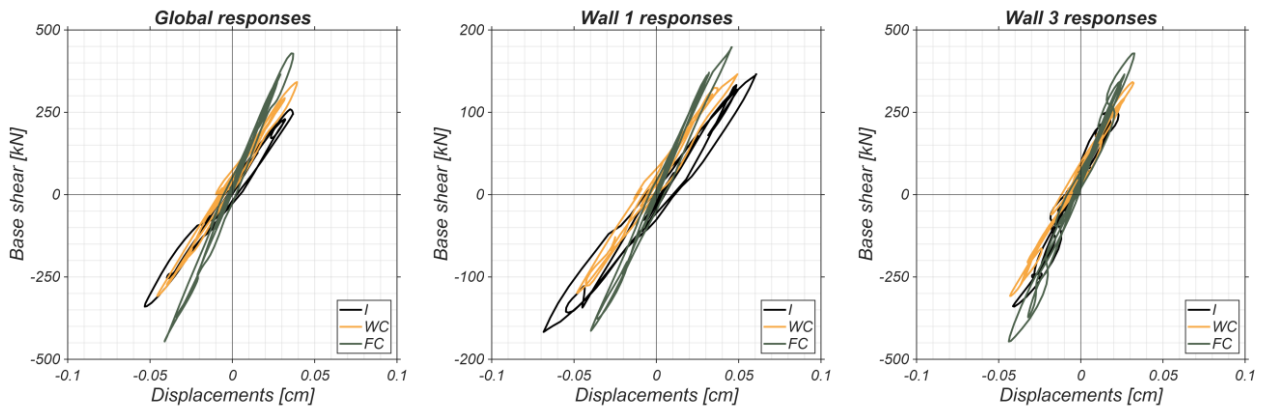


Figura B.4 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - LEFA

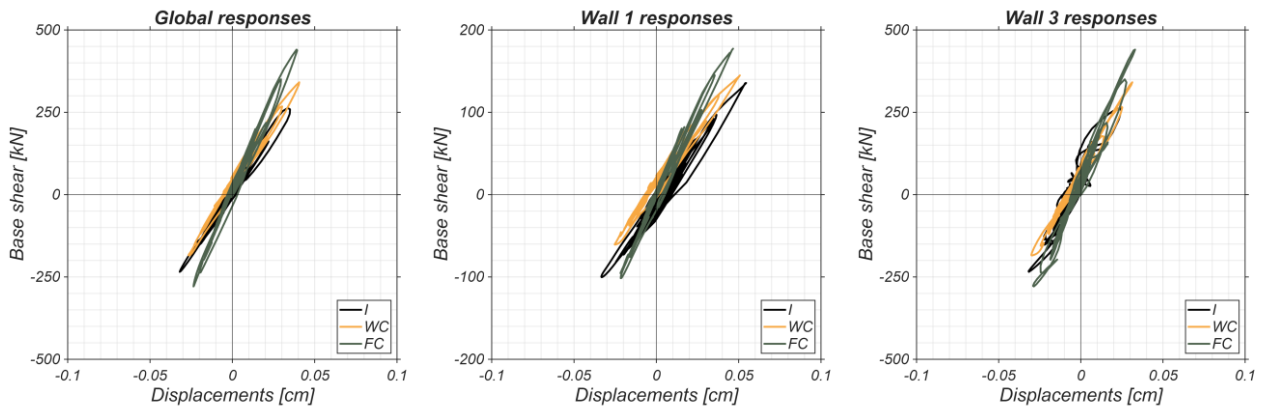


Figura B.5 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - LEF1

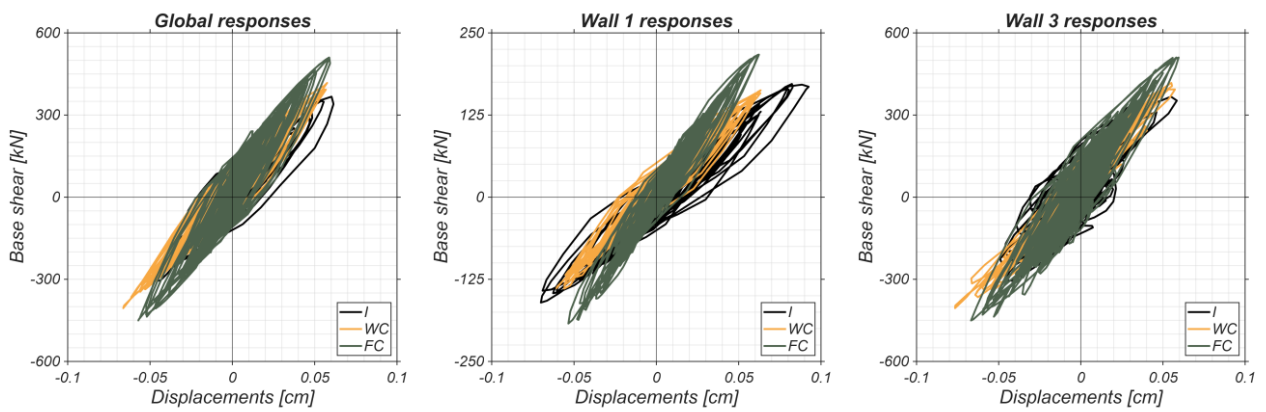


Figura B.6 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - MMO

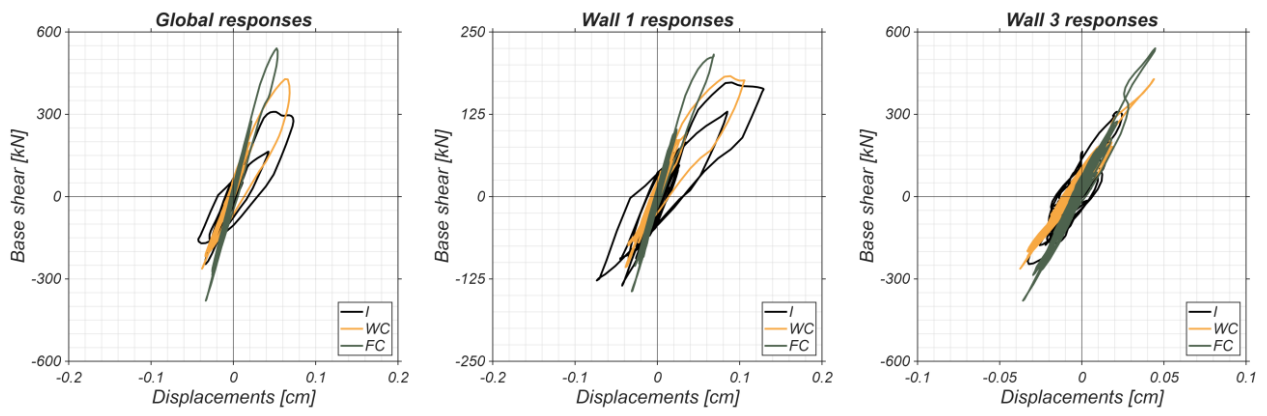


Figura B.7 Cicli di isteresi (T_R 475 anni) - NRC

475 ANNI

QUADRI DI DANNO

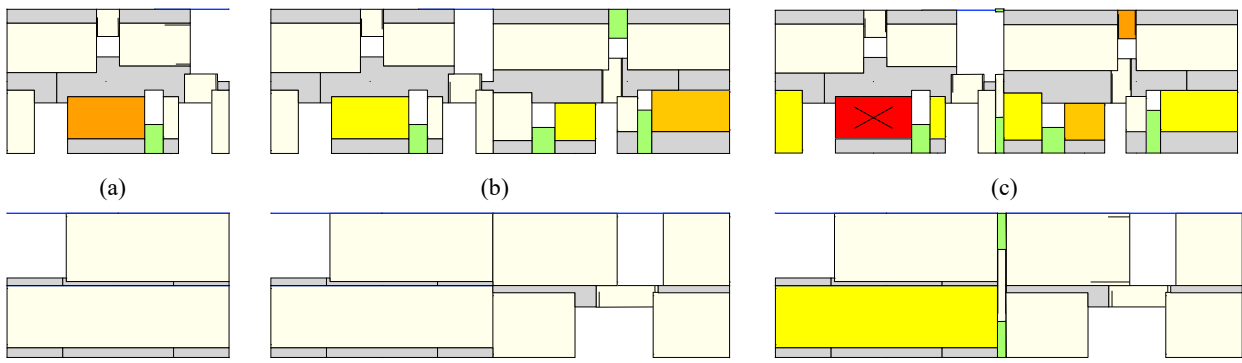


Figura B.8 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) 2001

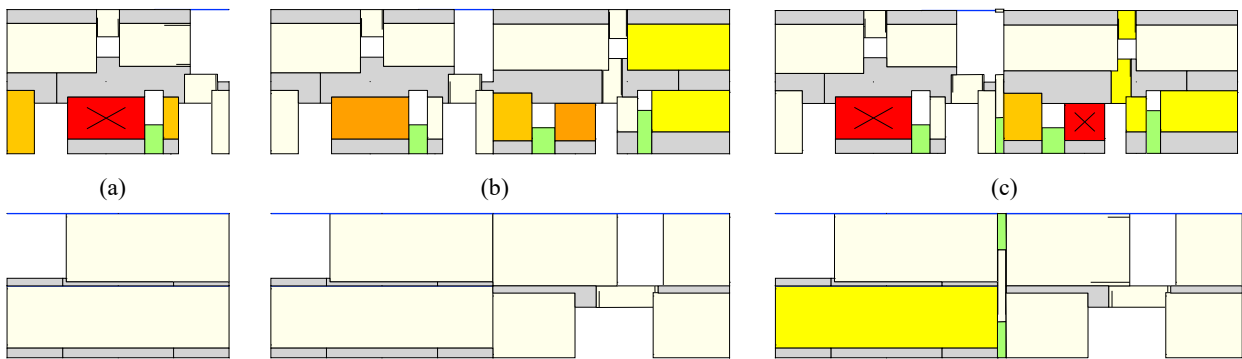


Figura B.9 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) CNP

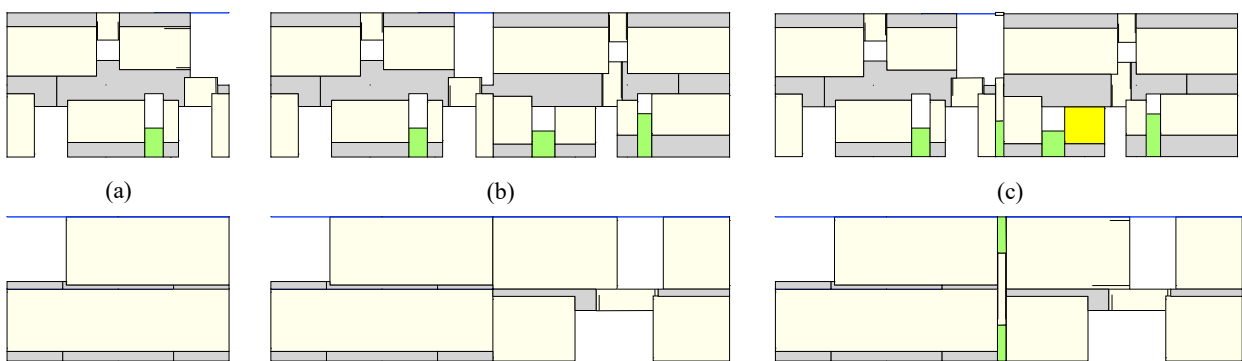


Figura B.10 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) FIN0

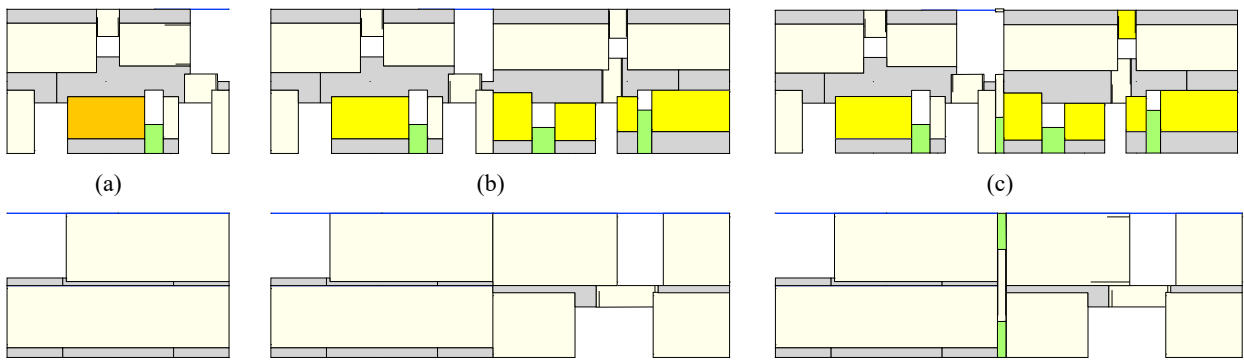


Figura B.11 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) GMN

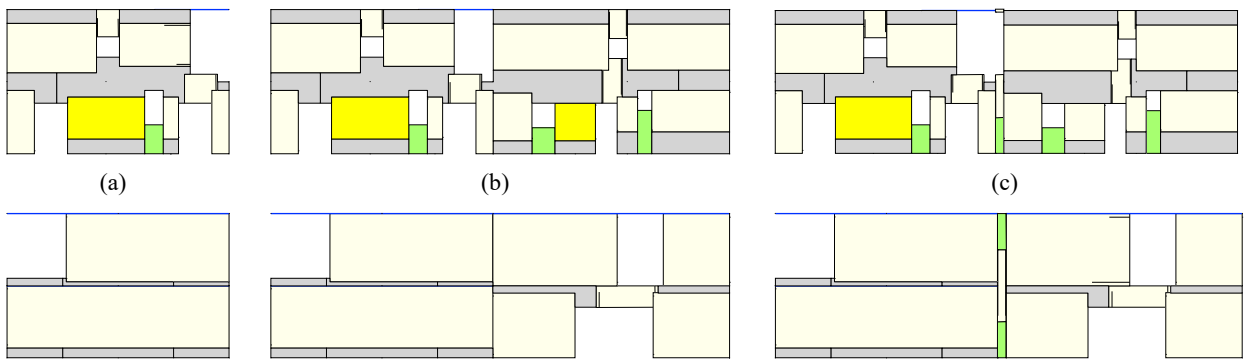


Figura B.12 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) NOR

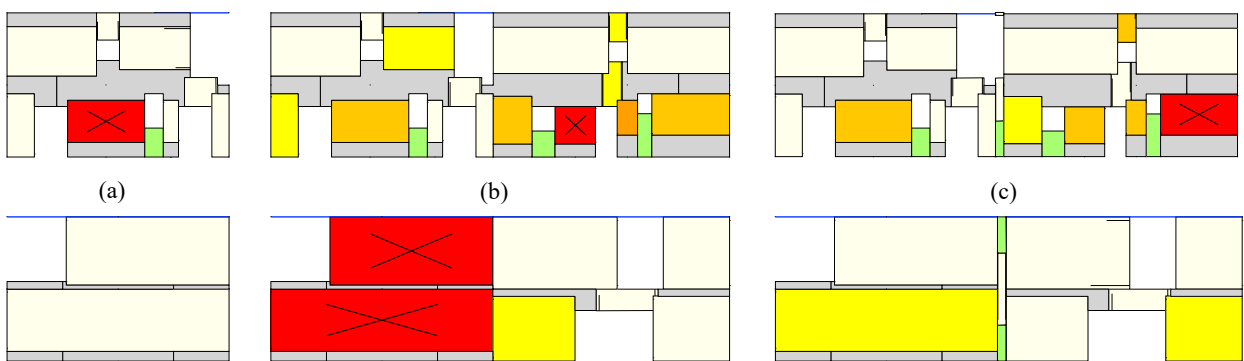


Figura B.13 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) MMO

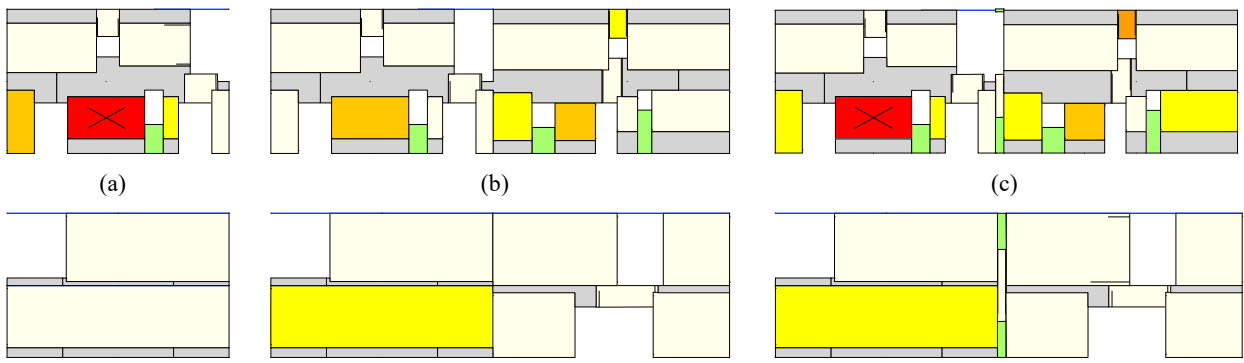


Figura B.14 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 475 anni) NRC

475 ANNI

FENOMENI DI INTERAZIONE

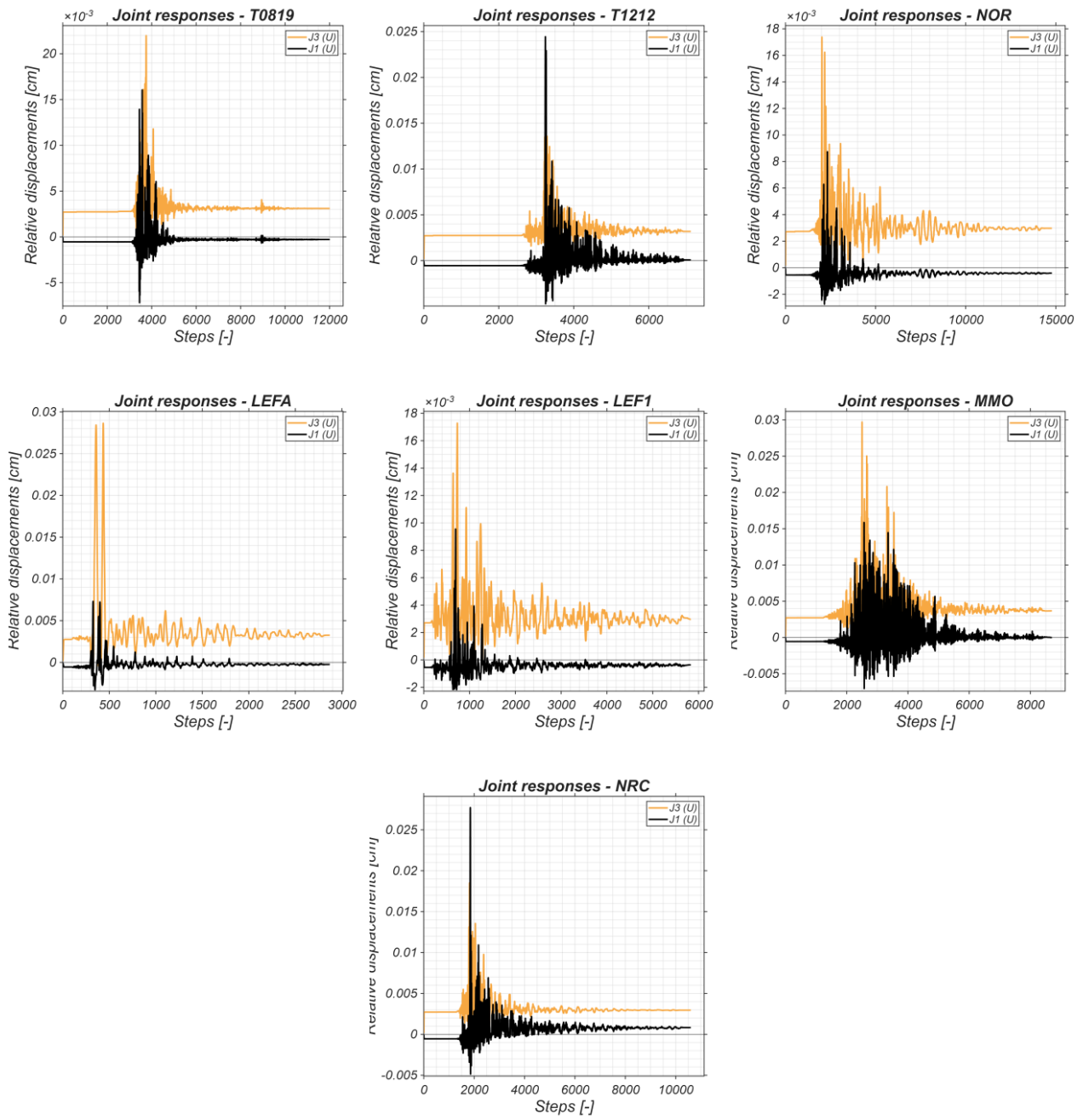


Figura B.15 Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti (T_R 475 anni)

475 ANNI

SPOSTAMENTI TRASVERSALI

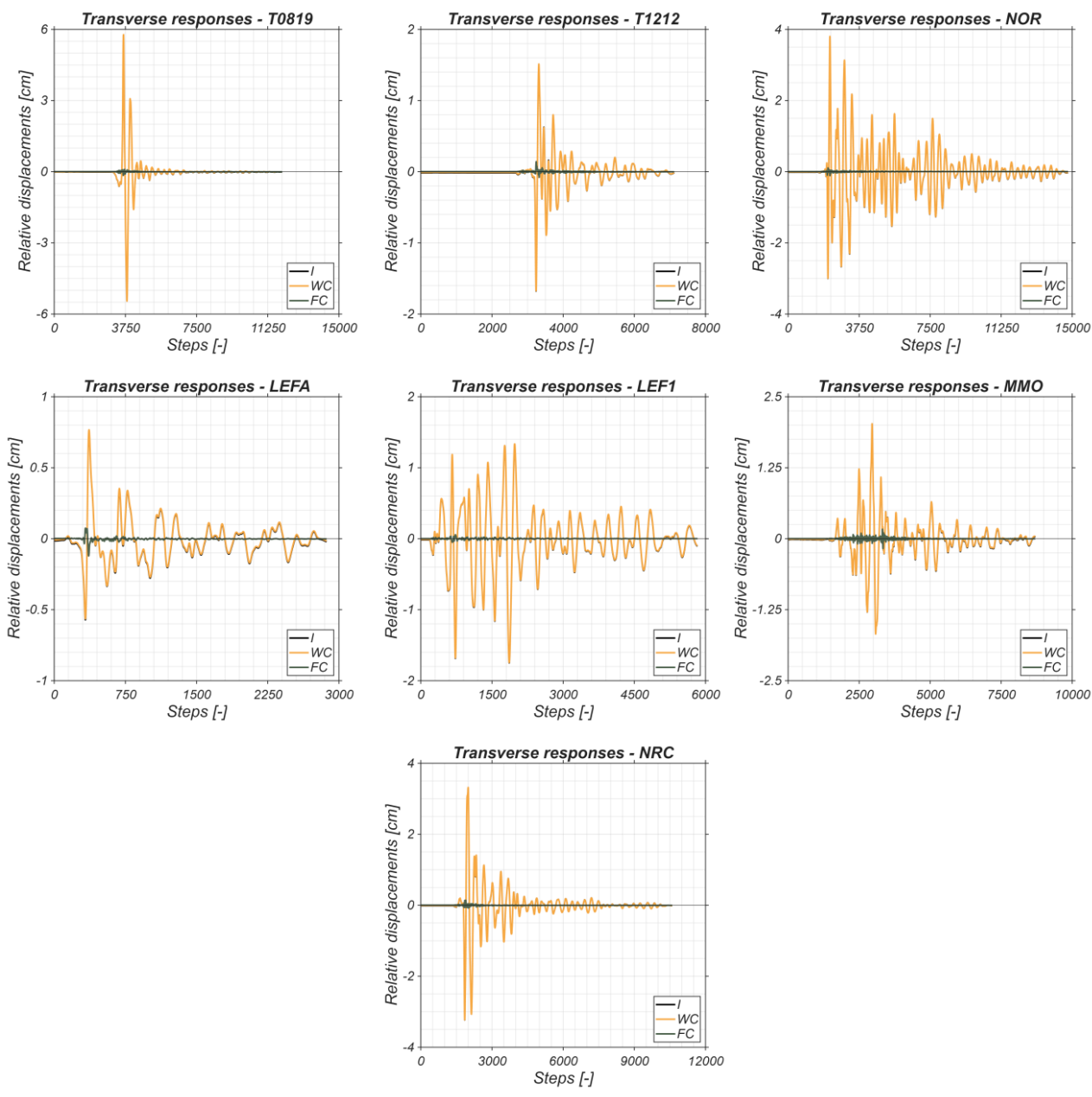


Figura B.16 Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti (T_R 475 anni)

975 ANNI

CILCI DI ISTERESI

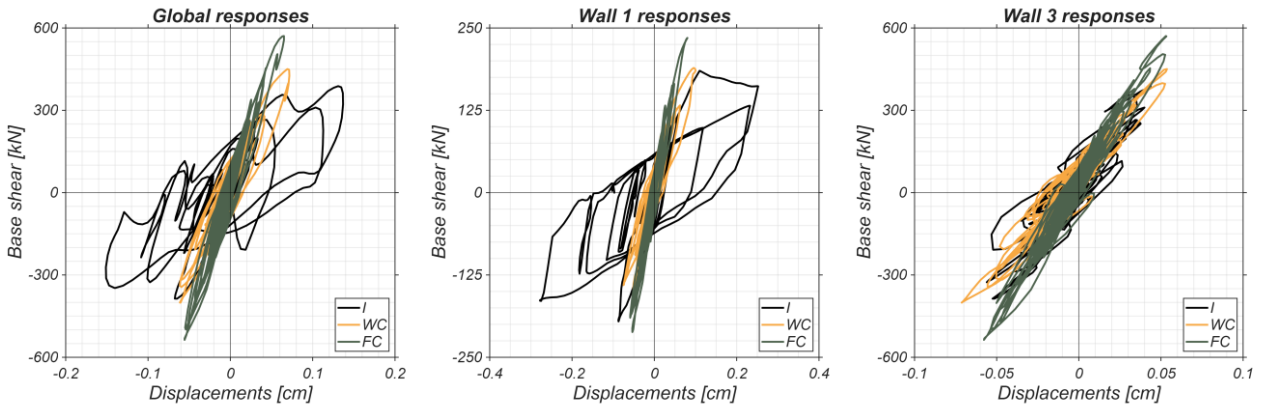


Figura B.17 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – 2001

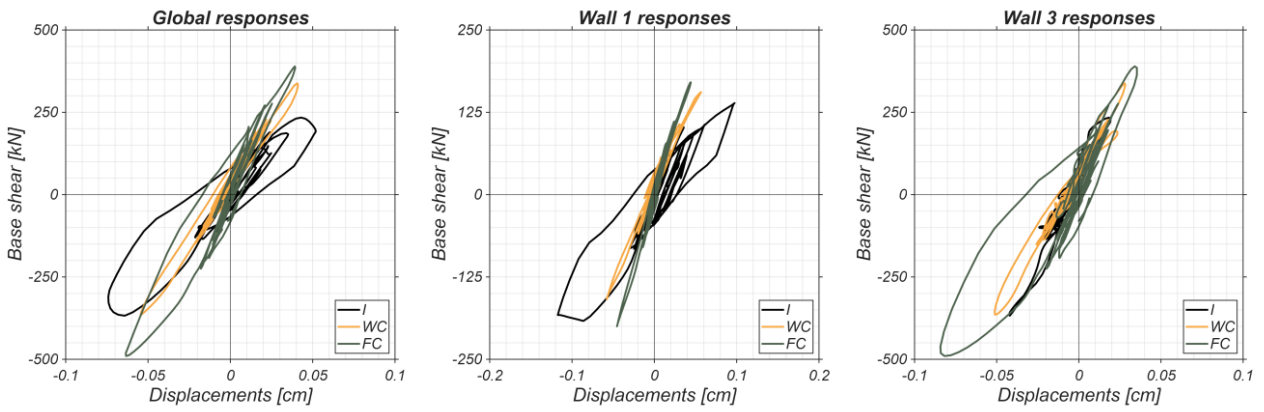


Figura B.18 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – CNP

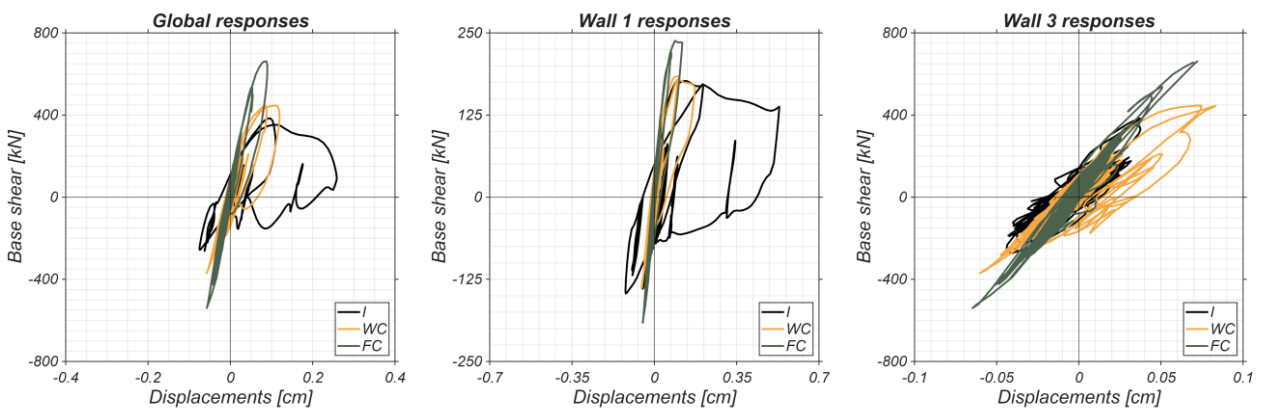


Figura B.19 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – FIN0

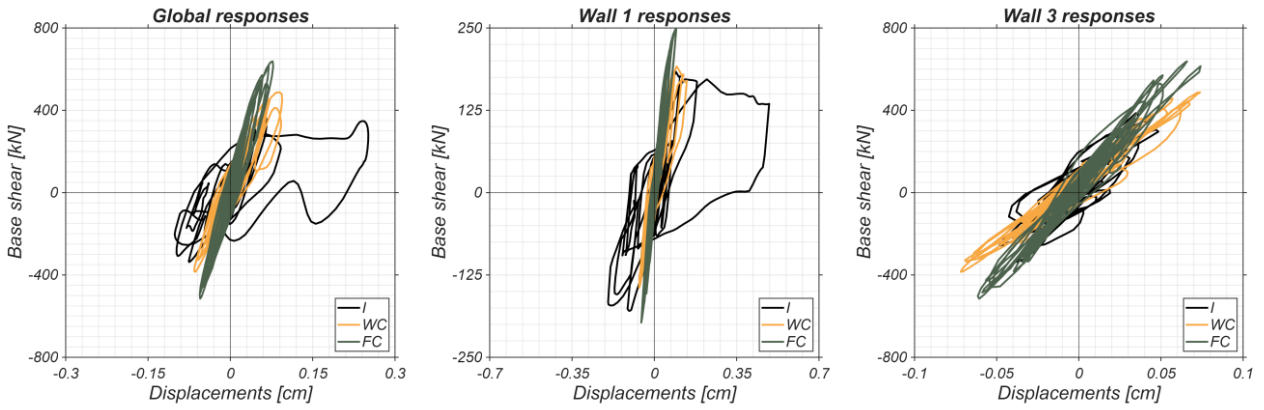


Figura B.20 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – GMN

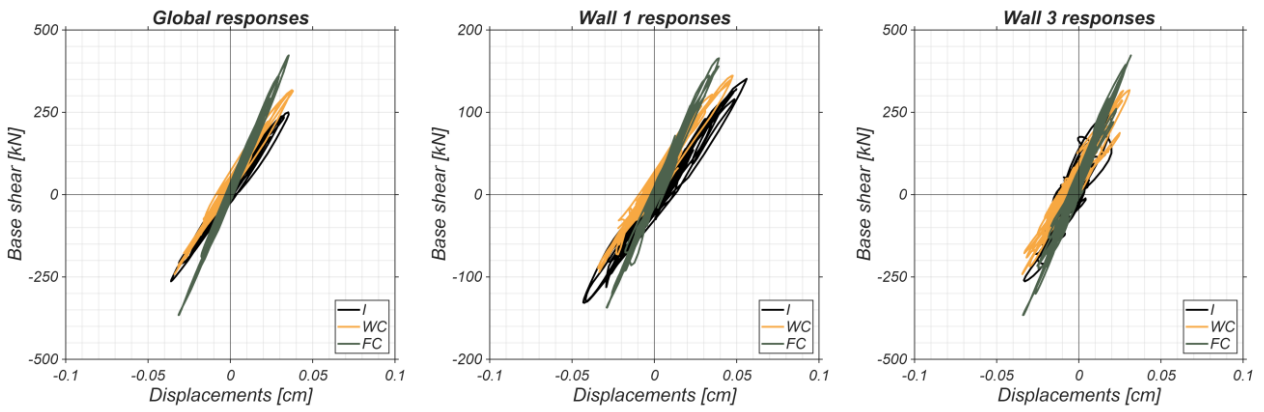


Figura B.21 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – NOR

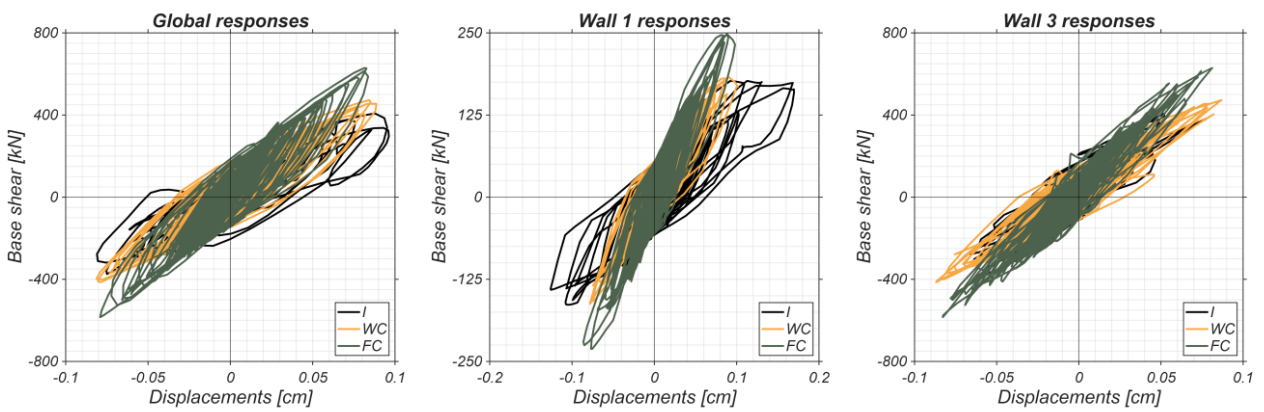


Figura B.22 Cicli di isteresi (T_R 975 anni) – MMO

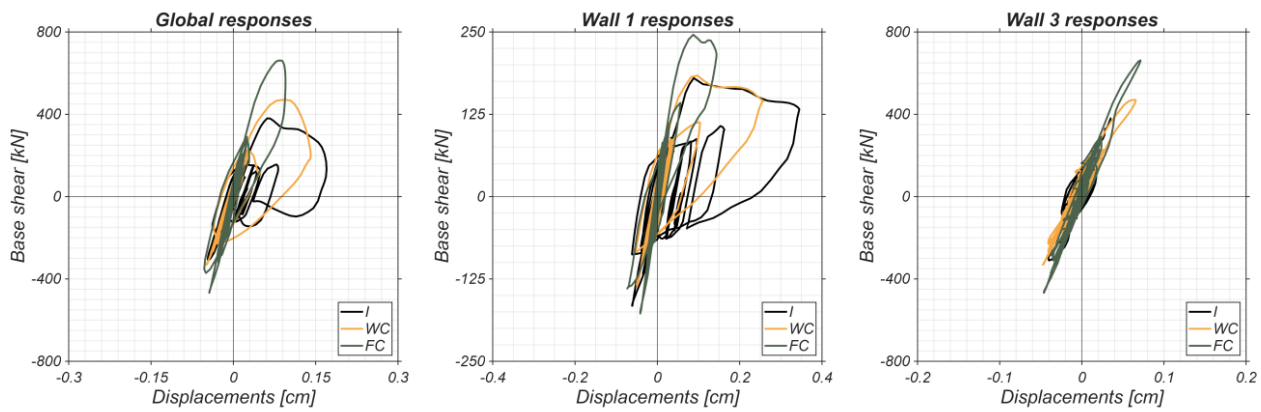


Figura B.23 Cicli di isteresi (Tr 975 anni) – NRC

975 ANNI

QUADRI DI DANNO

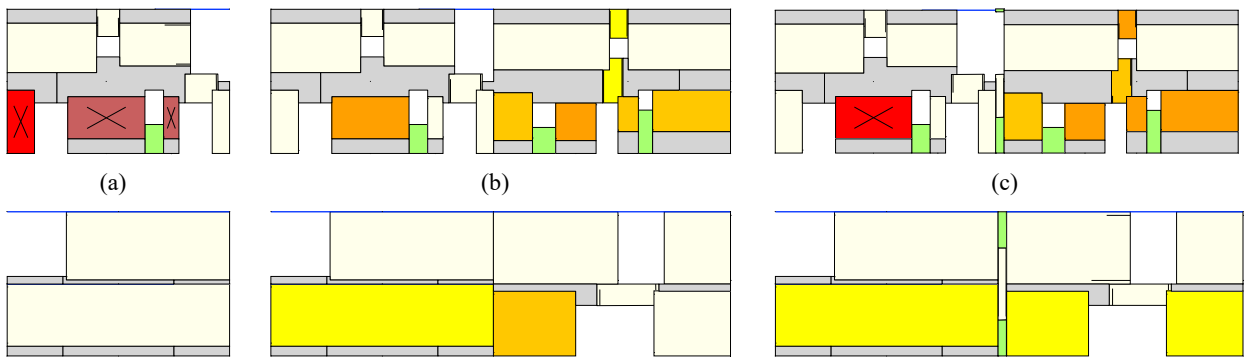


Figura B.24 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) 2001

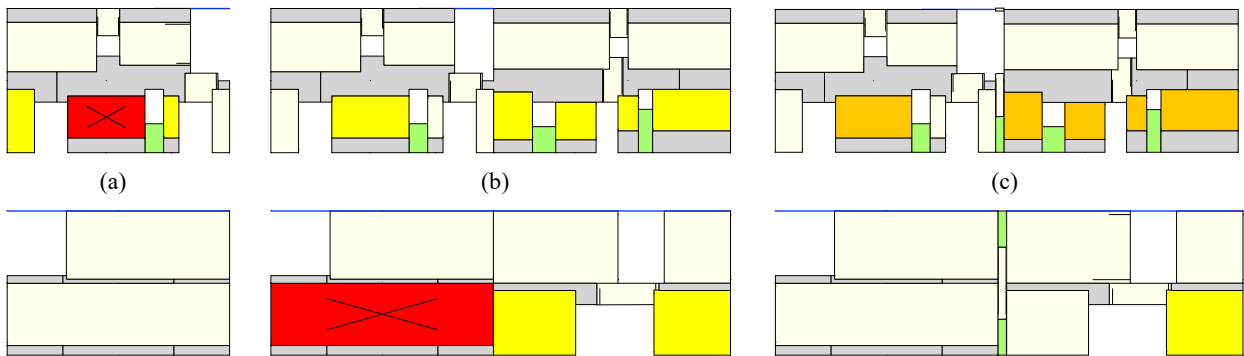


Figura B.25 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) CNP

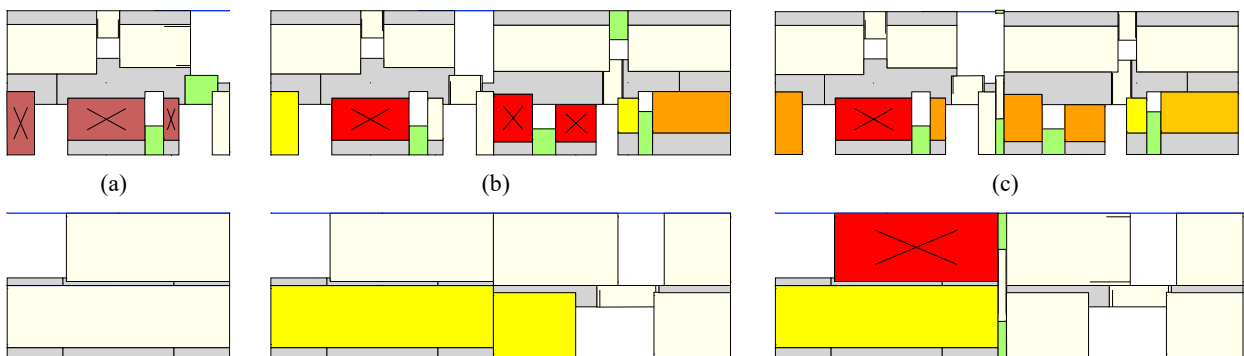


Figura B.26 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) FIN0

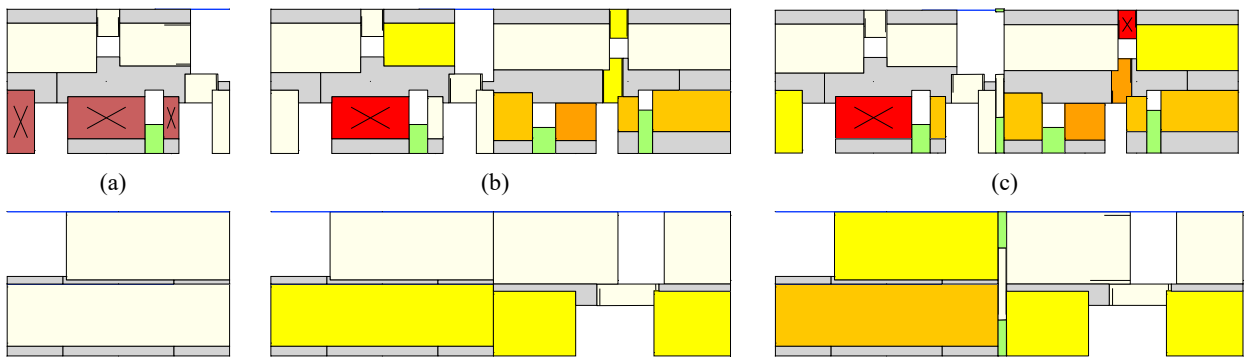


Figura B.27 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (Tr 975 anni) GMN

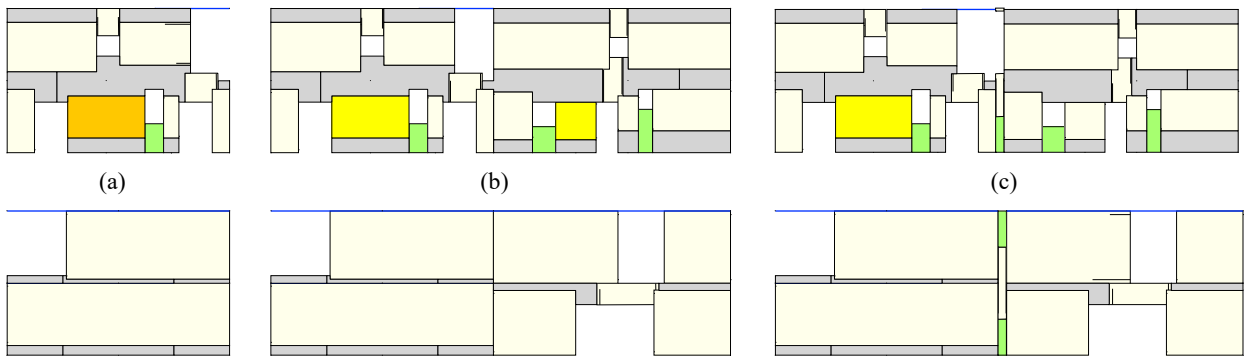


Figura B.28 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (Tr 975 anni) NOR

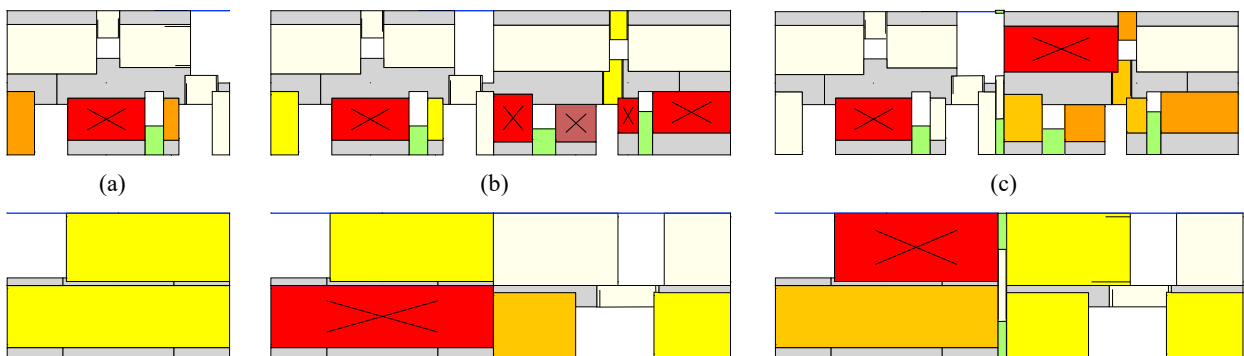


Figura B.29 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (Tr 975 anni) MMO

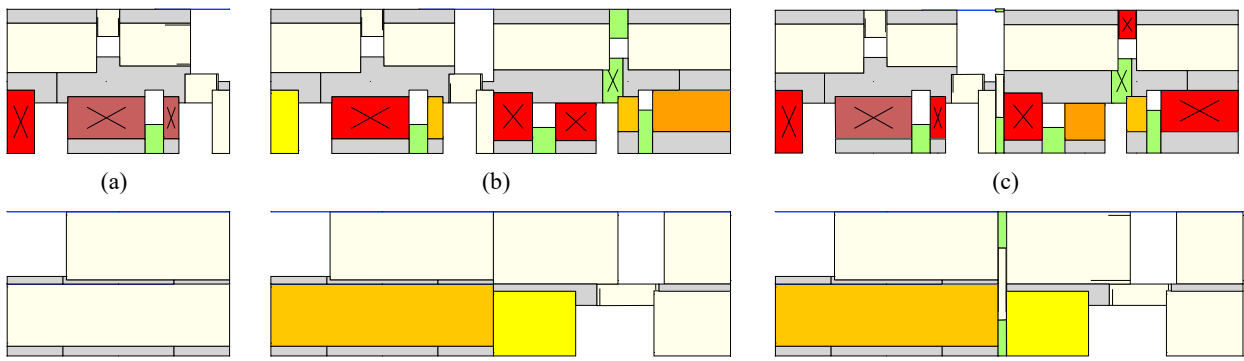


Figura B.30 Quadro fessurativo del modello numerico (sopra) Parete 1 (sotto) Parete 3 - (a) Modello Isolato (b) Modello Collegato (c) Modello Scollegato - (T_R 975 anni) NRC

975 ANNI

FENOMENI DI INTERAZIONE

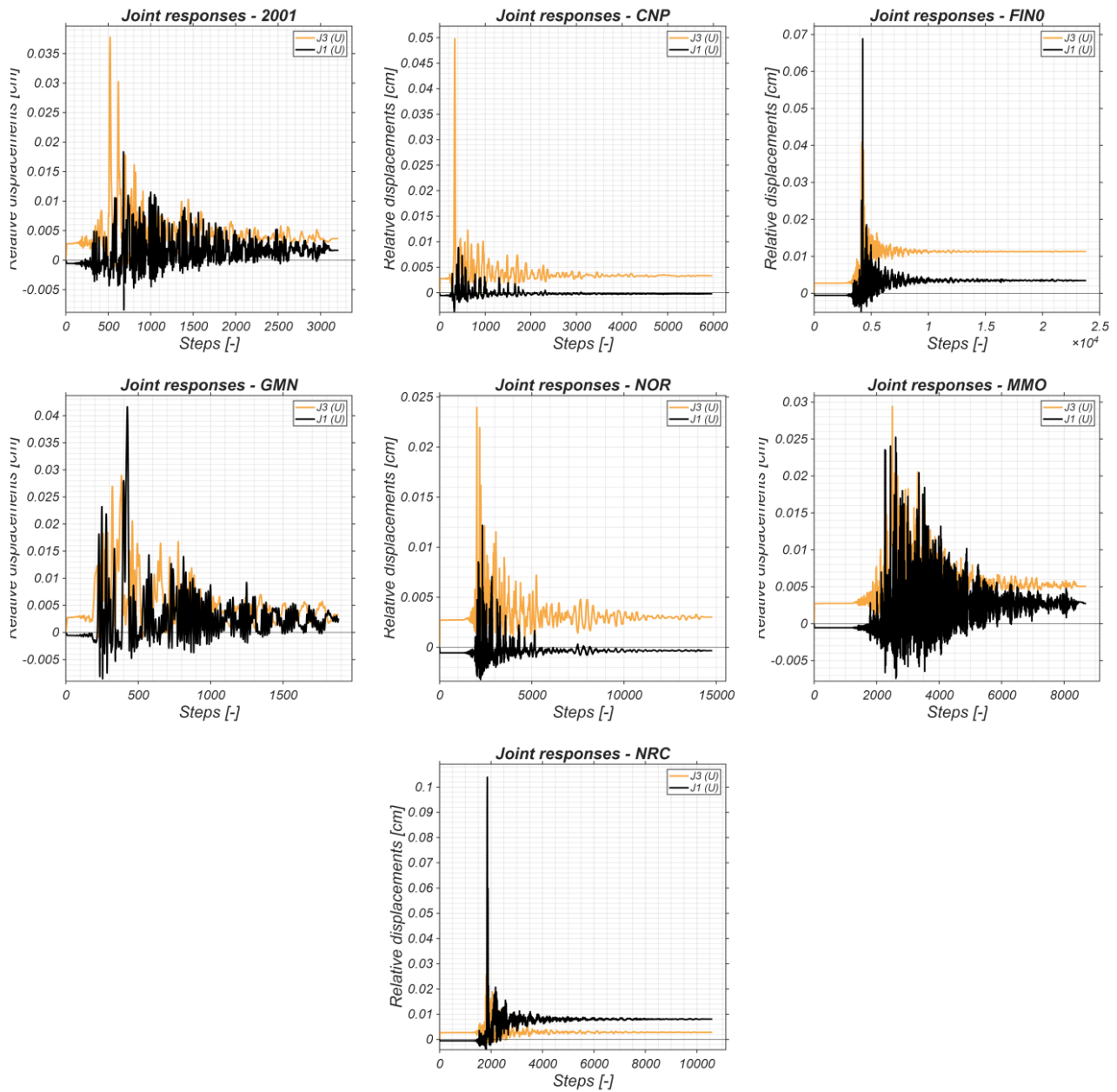


Figura B.31 Storia temporale degli spostamenti relativi in corrispondenza dei giunti (T_R 975 anni)

975 ANNI

SPOSTAMENTI TRASVERSALI

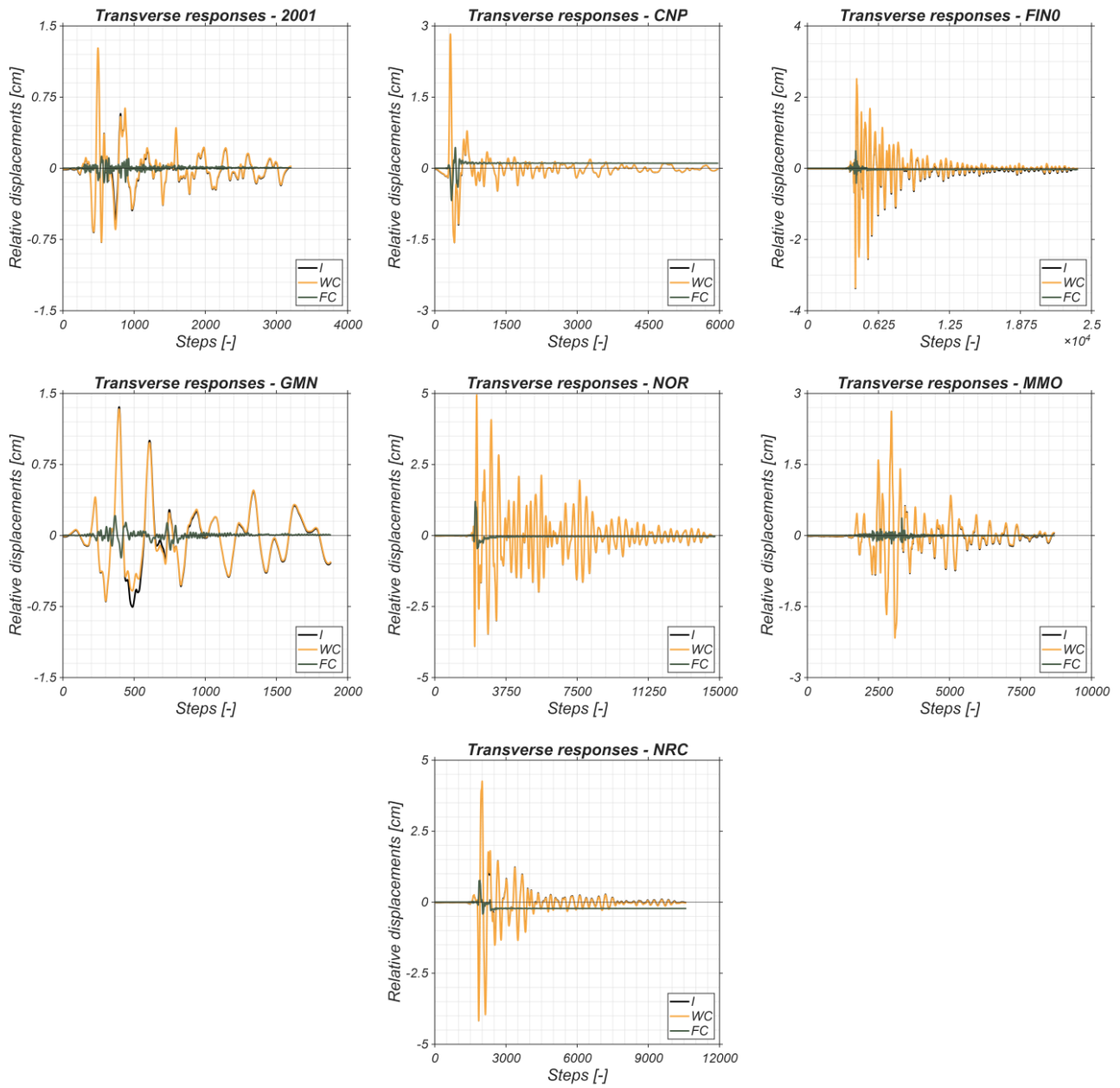


Figura B.32 Storia temporale degli spostamenti trasversali in corrispondenza dei giunti (T_R 975 anni)